00052001

NOT TO BE ISSUED
OUT OF THE LIBRARY.

BOMBAY BRANCH
OF THE
ROYAL ASIATIC SOCIETY.
TOWN HALL, BOMBAY.

Digitized with financial assistance from the
Government of Maharashtra
on 02 January, 2016

COMPLÉMENT

DES

ÉLÉMENS DE GÉOMÉTRIE.

5.16

Gx.9.8

Se vend aussi

A BORDEAUX,

CHEZ GASSIOT, LIBRAIRE,

FOSSÉS DE L'INTENDANCE, N° 61.

IMPRIMERIE DE HUZARD-COURCIER,
rue du Jardinet, n° 12.

ESSAIS

DE GÉOMÉTRIE

SUR LES PLANS

ET LES SURFACES COURBES,

(ÉLÉMENS DE GÉOMÉTRIE DESCRIPTIVE.)

PAR S.-F. LACROIX.

SIXIÈME ÉDITION,
REVUE ET CORRIGÉE.

52001

PARIS,
BACHELIER, SUCCESSEUR DE Mme Ve COURCIER,
LIBRAIRE POUR LES MATHÉMATIQUES,
QUAI DES AUGUSTINS, N° 55;

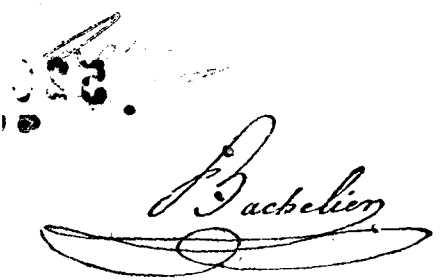
ET A BRUXELLES,
A LA LIBRAIRIE PARISIENNE, RUE DE LA MADELEINE, No 438,
1829

.D4001

AVIS DU LIBRAIRE.

Les rapports de ce Traité avec les Élémens de Géométrie, *auxquels il fait suite, sont développés dans les* Essais sur l'Enseignement en général, et sur celui des Mathématiques en particulier, *publiés par l'Auteur.*

Tout Exemplaire du présent Traité qui ne porterait pas, comme ci-dessous, les signatures de l'Auteur et du Libraire, sera contrefait. Les mesures nécessaires seront prises pour atteindre, conformément à la Loi, les fabricateurs et les débitans de ces Exemplaires.



00052001

TABLE

DES MATIÈRES.

PREMIERE PARTIE,

Où l'on considère les Plans et la Sphère.

NOTIONS PRÉLIMINAIRES, Page 1

Un point est donné sur un plan par ses distances à deux lignes connues de position, *ibid.*

Diverses manières de représenter un nombre quelconque de points situés dans l'espace, 2

La projection d'un point sur un plan, est le pied de la perpendiculaire abaissée du point sur le plan, *ibid.*

La projection d'une droite sur un plan, est l'intersection de ce plan avec un autre qui lui est perpendiculaire, et qui passe par la droite proposée, 5

Les plans coordonnés ou les plans de projection, sont ceux sur lesquels on projette, et les plans projetans sont ceux qui, par leurs intersections avec les premiers, déterminent les projections des lignes qu'ils contiennent, 6

Comment une ligne est donnée par ses deux projections, *ibid.*

Un plan est donné lorsqu'on connaît ses intersections avec les plans coordonnés, 7

Notation observée dans le cours de l'ouvrage, et comment on ramène à des constructions sur un plan, toutes celles qui doivent être faites dans l'espace. 8

Du Plan et de la Ligne droite. 9

Lorsqu'un plan est perpendiculaire à l'un des plans coordonnés, il ne faut connaître que son intersection avec ce dernier, pour le construire, *ibid.*

Une droite tracée sur un des plans coordonnés, est en même temps la projection de toutes les lignes que l'on peut mener dans le plan élevé sur cette droite, perpendiculairement au premier, 10

Détermination des points où une ligne droite située dans l'espace, rencontre les plans coordonnés, 11

Remarque. Dans toute construction les plans doivent être regardés comme indéfinis, et une droite peut rencontrer le plan horizontal derrière le plan vertical, ou le plan vertical au-dessous du plan horizontal, page 11

Problème. Deux plans étant donnés, trouver les projections de leur intersection, 12

Remarques sur les positions particulières que peuvent avoir ces deux plans, à l'égard des plans coordonnés, 13

Condition d'après laquelle deux plans sont parallèles, 14

Problème. Trouver les projections de la ligne qui passe par deux points donnés, *ibid.*

Corollaire I. Autre manière de donner une droite dans l'espace, 15

Corollaire II. Comment on trouve la position d'un point situé sur une ligne donnée, lorsqu'on connaît sa projection sur un des plans coordonnés, *ibid.*

Remarque. Deux droites ne se coupent pas toujours, lorsque leurs projections se coupent sur chacun des plans coordonnés ; il faut, de plus, que les deux intersections des projections soient dans un plan perpendiculaire à la fois aux deux plans coordonnés, 16

Théorème. Lorsque deux lignes sont parallèles dans l'espace, leurs projections sur un même plan, sont parallèles entre elles, *ibid.*

Remarques. Il est nécessaire que les projections soient parallèles dans deux plans différens, sans quoi les lignes pourraient n'être pas parallèles, 17

Problème. Mener par un point donné, une ligne parallèle à une ligne donnée, 18

Problème. Trouver les projections d'un point, lorsque l'on connaît trois plans sur chacun desquels il est situé, *ibid.*

Remarques. Le quarré de la distance d'un point quelconque de l'espace, à celui où les trois plans coordonnés se rencontrent, est égal à la somme des quarrés des distances du point proposé à chacun de ces plans, 19

Problème. Trouver l'intersection d'un plan et d'une ligne droite, 20

Problème. Connaissant les communes sections d'un plan avec chacun des plans coordonnés, construire ce plan, c'est-à-dire, trouver pour chaque point du plan horizontal, la hauteur de celui qui lui correspond dans le plan incliné, 21

On détermine l'angle que font ces deux plans. 22

Remarques. Construction d'un plan incliné, lorsqu'on connaît l'angle qu'il fait avec le plan horizontal, et son intersection avec ce dernier. *ibid.*

Problème. Mener par un point donné, un plan parallèle à un plan donné. 23

Théorème. Une ligne et un plan sont réciproquement perpendiculaires, lorsque les projections de la ligne, sur le plan horizontal et sur le plan vertical, sont respectivement perpendiculaires aux communes sections du plan incliné avec ces mêmes plans, page 24
Problème. Mener par un point donné, une ligne perpendiculaire à un plan donné, 25
Problème. Mener par un point donné, un plan perpendiculaire à une droite donnée, *ibid.*
Remarque au moyen de laquelle on peut résoudre autrement les problèmes ci-dessus, 26
Problème. Faire passer un plan par trois points donnés, 27
Corollaire. Comment on rapporte sur le plan horizontal, le triangle que forment les lignes menées par les trois points donnés, 28
Problème. Deux plans étant donnés, trouver l'angle qu'ils font entre eux, 29
Problème. Un plan étant donné, ainsi qu'une ligne droite située dans ce plan, mener, par cette droite, un second plan qui fasse avec le premier un angle donné, 30
Problème. Connaissant l'angle que deux lignes font entre elles, et celui que chacune fait avec une verticale menée par leur point de rencontre, trouver la projection du premier angle, sur le plan horizontal, 31
Problème. Deux lignes droites étant données sur un plan, par leur point de rencontre, en mener une troisième qui fasse avec chacune d'elles, un angle donné, 32
Corollaire où l'on construit un des angles dièdres formés par les plans que déterminent les droites données et cherchées, 33
Remarque. Le problème précédent cessera d'être possible lorsque l'un des trois angles donnés sera plus grand que la somme des deux autres,
On tire du même problème la solution de la question inverse, *ibid.*
Lemme. Si, par un point quelconque de l'arête d'un angle dièdre, on élève, en dehors de cet angle, une perpendiculaire sur chacune de ses faces, l'angle compris entre ces droites sera le supplément de celui qui mesure l'angle dièdre proposé, 34
Théorème. Si, par le sommet d'un angle trièdre et en dehors de ce angle, on mène des droites perpendiculaires à chacune de ses faces, les plans qui contiennent ces lignes deux à deux, formeront un nouvel angle trièdre, dans lequel les angles des arêtes seront supplémens des angles des faces du premier, et les angles des arêtes de celui-ci seront supplémens de ceux des faces du nouvel angle trièdre, 35
Corollaire. Il est possible, par le théorème ci-dessus, de construire

un angle trièdre, lorsqu'on connaît les angles que ses faces font entre elles, page 36

Problème. Connaissant dans un angle trièdre, l'angle que forment deux arêtes, et ceux que la face qui les contient fait avec chacune des deux autres, trouver sur son plan la projection de la troisième arête, *ou bien*, connaissant les angles que deux plans font avec le plan horizontal, et les lignes suivant lesquelles ils le rencontrent, trouver la projection de leur commune section, 37

Problème. Connaissant dans un angle trièdre, deux faces et l'angle qu'elles comprennent, construire le développement de cet angle trièdre, 38

Problème. Les projections d'un point étant connues sur les plans coordonnés, projeter ce point sur d'autres plans donnés, 39

Corollaire I. Comment on rapporte une ligne à un nouveau plan de projection, 40

Corollaire II. Comment on repasse aux plans coordonnés primitifs, 41

Problème. Deux plans étant donnés, ainsi qu'une ligne droite située dans l'un, mener dans l'autre une ligne qui fasse avec la première un angle donné, *ou bien*, connaissant la projection d'un angle donné et la position d'un de ses côtés, trouver celle de l'autre, *ibid.*

Problème. Les projections d'une droite étant données dans l'espace, mener un plan qui passe par cette droite, et qui fasse avec le plan horizontal un angle donné, 43

Corollaire relatif au cas où le plan cherché fait l'angle donné, avec un plan quelconque, 44

Problème. Deux droites qui ne se coupent point, étant données dans l'espace, trouver leur plus courte distance, *ibid.*

Théorème. La somme des quarrés des cosinus des angles qu'un plan quelconque fait avec trois autres, perpendiculaires entre eux, est égale au quarré du rayon, 46

Lemme. L'aire de la projection horizontale d'une figure tracée sur un plan incliné, est à l'aire de cette figure comme le cosinus de l'angle des deux plans est au rayon, 47

Corollaire. La somme des quarrés des aires des projections d'une figure plane est égale au quarré de l'aire de cette figure, 48

Remarque. On déduit de la proposition ci-dessus, un théorème sur les tétraèdres rectangulaires, analogue à celui du quarré de l'hypoténuse dans le triangle rectangle, 49

De la Sphère, 51

Problème. Trouver la position et la grandeur du cercle qui est l'intersection d'une sphère et d'un plan donnés, *ibid.*

Théorème. Le plan élevé perpendiculairement sur le milieu de la droite qui joint deux points d'une sphère, passe par le centre, page 52
Problème. Trouver le centre et le rayon d'une sphère, lorsqu'on connaît quatre points par lesquels elle doit passer, *ibid.*
Problème. Trouver l'intersection de deux sphères données, 53
Corollaire I. Construction des deux points où trois sphères qui se coupent deux à deux peuvent se rencontrer à la fois, *ou* procédé pour trouver les projections d'un point lorsqu'on connaît ses distances à trois autres points donnés, 54
Corollaire II. Construction d'une pyramide triangulaire lorsqu'on en connaît les six arêtes, 55
Problème. Mener un plan qui touche dans un point donné, une sphère donnée, *ibid.*
Remarque dans laquelle on indique des moyens de simplifier, dans beaucoup de circonstances, les constructions, 56
Problème. Mener, par une ligne donnée, un plan tangent à une sphère donnée, 58
Problème. Mener un plan qui repose sur trois sphères données, 59
Remarque à la suite de laquelle on détermine le point où une ligne tangente à deux cercles, rencontre la droite qui joint leurs centres, 60
Corollaire où l'on fait voir que les points de concours des tangentes communes à trois cercles, combinés deux à deux, sont en ligne droite, 61

SECONDE PARTIE.

DE LA GÉNÉRATION DES SURFACES, 63
Des Surfaces coniques, 64
Des Surfaces cylindriques, 66
Des Courbes à double courbure, 67
Des Surfaces de révolution, 70
Des Intersections des Surfaces courbes, 71
Problème. Construire l'intersection d'un cylindre et d'une sphère, 72
Problème. Trouver les projections de l'intersection d'une sphère et d'un cône, 74
Problème. Construire l'intersection de deux cônes, 76
Corollaire I, relatif à l'intersection d'un cône et d'un cylindre, 77
Corollaire II, relatif à l'intersection de deux cylindres, *ibid.*

Remarque relative à la simplification des constructions, et à la recherche de l'intersection de deux cylindres droits, page 78
Problème. Construire l'intersection de deux surfaces de révolution dont les axes sont dans un même plan, 80
Remarques. Application à la détermination d'un point, 1°. lorsque l'on connaît ses distances à trois droites données, 82
2°. Lorsqu'on connaît les angles que font avec la verticale, les droites menées de ce point à trois points donnés, 83
3°. Lorsqu'on connaît les angles que font entre eux les rayons visuels menés de ce point à trois points donnés, 84

Suite de la génération des Surfaces courbes, 85

De la surface engendrée par le mouvement d'une droite horizontale assujettie à passer toujours par deux lignes données, 86
De la surface engendrée par la droite que déterminent les intersections successives d'un plan passant toujours par une même verticale, avec deux courbes données, 87
Des *surfaces gauches*, et du *coin conoïde* de Wallis, *ibid.*
Des surfaces qui peuvent se développer, 88
Définition de leur arête de rebroussement, 91
Surfaces annulaires, 92

Du développement des surfaces, 93

Problème. Développer un cylindre quelconque, *ibid.*
Corollaire. Développement du cylindre droit, 94
Remarque sur la courbe que forme le filet de vis, sur la vis *Saint-Gilles*, et sur les hélices en général, 95
Problème. Construire le développement d'une surface conique quelconque, 97
Remarque sur une simplification du procédé précédent, 98
Corollaire. Développement de la surface conique droite, 99
Remarque sur les surfaces développables en général, *ibid.*

Des Plans tangens aux surfaces courbes, 100

Problème. Mener un plan tangent à un cylindre, 101
Corollaires I et II. Comment on mène une tangente à une courbe à double courbure, 102
Problème. Mener un plan tangent à un cône, 103
Problème. Mener un plan tangent à une surface de révolution, par un point pris sur cette surface, *ibid.*

Corollaire. On peut construire les *normales*, ou les perpendiculaires aux surfaces, lorsqu'on sait construire les plans tangens, page 103

Remarque générale sur la nature des contacts des surfaces avec leurs plans tangens, et sur leurs courbures, 104

Essai sur la Perspective, 108

De la manière dont l'image d'un objet est représentée sur un tableau, *ibid.*

Problème. Trouver sur un tableau plan, situé d'une manière quelconque, l'apparence ou la perspective d'un point donné, 110

Remarques sur la détermination du contour apparent d'un corps, 111

Remarque sur la perspective, l'œil étant à une distance infinie, 112

Théorème. Si l'on mène par l'œil, une parallèle à une droite située d'une manière quelconque par rapport au tableau, le point où cette parallèle rencontre le tableau, appartient à la perspective de la droite proposée, 113

Remarque sur l'application du théorème précédent à la détermination de la perspective d'une droite, 114

Corollaire I. Les perspectives d'un nombre quelconque de parallèles passent toutes par un même point, nommé *point accidentel*, *ibid.*

Corollaire II. Les perspectives des lignes parallèles entre elles et au tableau, sont parallèles entre elles, *ibid.*

Corollaire III. Méthode très simple pour mettre en perspective des lignes et des points, 115

Remarque sur la construction de l'échelle *fuyante*, et sur son usage pour mettre les objets en perspective, *ibid.*

Remarque générale sur la perspective, les ombres et la gnomonique, 117

FIN DE LA TABLE DES MATIÈRES.

Avis nécessaire pour l'intelligence des renvois aux figures.

N. B. Pour rendre moins diffuse la nomenclature des renvois aux figures, on a employé quatre sortes de lettres: des capitales droites, des capitales penchées, des petites romaines et des italiques. Les deux dernières sortes sont toujours aisées à distinguer entre elles; le lecteur prévenu saisira sans peine la différence des capitales droites aux capitales penchées. La destination de chacune de ces espèces de lettres est expliquée dans le n° 8.

COMPLÉMENT

DES

ÉLÉMENS DE GÉOMÉTRIE.

PREMIÈRE PARTIE,

où l'on considère les Plans et la Sphère.

NOTIONS PRÉLIMINAIRES.

Je vais commencer par exposer en détail la manière dont on peut représenter, à l'aide de plusieurs plans, les différentes parties de l'espace, et en faire connaître les dimensions.

1. La position d'un point sur un plan est donnée toutes les fois qu'on connaît celle de deux lignes qui passent par ce point, puisqu'il ne peut être qu'à leur intersection.

Lorsqu'on a plusieurs points à désigner, le moyen qu'on emploie le plus communément dans les constructions, et qui paraît le plus commode, consiste à prendre deux lignes, AB, AC, perpendiculaires entre elles, et auxquelles on rapporte tous les points du plan. Le point M, par exemple, sera donné de position, si l'on Fig. 1.

Fig. 1. connaît sa plus courte distance à la ligne AB et sa plus courte distance à la ligne AC. En effet, si l'on prend AQ égale à la première, et qu'on mène QM parallèle à AB, le point proposé sera sur cette ligne; il sera pareillement sur PM parallèle à AC, et qui en est éloignée de la quantité AP, distance du point M à cette dernière : le point proposé étant commun aux deux lignes QM et PM, sera donc leur intersection M.

De cette manière, on peut rapporter un dessin sur un autre plan, en établissant des directrices telles que AB, AC, et en mesurant les distances des points proposés à ces lignes; il faudra seulement prendre ces directrices en dehors du dessin, ou remarquer de quel côté tombent les points que l'on considère.

2. Lorsqu'on embrasse les trois dimensions, ou qu'on veut faire connaître les corps, on suit une méthode analogue à la précédente, et qui est employée par les architectes et les constructeurs en général ; c'est celle des *plans*, *profils* et *élévations*, et dont voici l'esprit.

Lorsqu'un point est donné dans l'espace, on peut abaisser de ce point une perpendiculaire sur un plan, et marquer le point où le plan est rencontré par cette perpendiculaire : ce dernier sera la *projection* du premier, sur le plan dont il s'agit; la longueur de la partie de la perpendiculaire, interceptée entre le point et le plan, sera la *hauteur* du point donné au-dessus du plan.

Supposons, pour fixer les idées, qu'on rapporte à un plan horizontal tous les points situés dans l'espace au-dessus de ce plan; leurs projections se trouveront aux points où un fil-à-plomb, partant de chacun, rencontrerait le plan dont il s'agit; et les longueurs de ces fils donneraient les élévations des points proposés, au-dessus de leurs projections.

Il suffira donc, pour en désigner un quelconque, de marquer sa projection sur le plan horizontal, et de faire connaître à part sa hauteur, soit en écrivant le nombre de mesures linéaires d'une échelle donnée, qu'elle doit contenir, ou en fixant une ligne pour la représenter.

Mais si l'on avait beaucoup de points à représenter de cette manière, la multitude des nombres ou des lignes qu'il faudrait écrire pour faire connaître leurs hauteurs deviendrait embarrassante; à la vérité, on pourrait les porter toutes sur une même ligne, qui serait l'échelle des hauteurs. Ce moyen peut être employé quelquefois avec avantage; mais il a l'inconvénient de confondre les hauteurs des différens points, sans avoir égard à la situation particulière de leurs projections: en voici un autre qui est exempt de ce défaut.

3. Si l'on conçoit que par une ligne quelconque du plan horizontal, on ait élevé un plan qui soit perpendiculaire à celui-ci, et que de chacun des points proposés dans l'espace, on mène une perpendiculaire sur ce plan vertical, elle déterminera, par son pied dans ce plan, une deuxième projection du point donné, qui se trouvera placée, au-dessus du plan horizontal, à la même hauteur que le point donné.

Ainsi, BAC représente le plan horizontal, DAB le plan vertical mené par la ligne AB; du point M pris dans l'espace, on a abaissé sur le plan horizontal, la perpendiculaire MM′, et son pied M′ est la projection horizontale du point donné.

Par le point M, on a mené MM″ perpendiculaire sur le plan DAB, et le point M″ est la projection verticale de ce même point.

Les deux lignes MM′, MM″ sont évidemment dans un même plan, puisqu'elles se coupent; la ligne M′M

Fig. 2. qu'on mènerait dans le plan horizontal, perpendiculairement à la commune section AB de ce plan avec le plan vertical, serait perpendiculaire à ce dernier ; elle serait donc parallèle à MM″, et ces trois lignes seraient dans un même plan perpendiculaire à la fois au plan vertical et au plan horizontal, puisqu'il serait perpendiculaire à leur commune section (*Géom.* 196, 210). Il est évident que *M*M″ est égale à MM′, et que par conséquent la projection verticale M″ est à la même hauteur au-dessus du plan horizontal, que le point M.

En opérant semblablement pour le point P, on aura ses deux projections P′ et P″; et l'on voit que les projections verticales M″, P″, donneront les hauteurs des points proposés, au-dessus du plan horizontal, tandis que les projections M′, P′, sur celui-ci, donneront les distances des points proposés, au plan vertical.

Cette manière de représenter les points situés dans l'espace est connue dans les arts sous le nom de *méthode des projections.*

L'architecte, pour représenter les parties d'un édifice, imagine d'abord un plan horizontal, sur lequel il rapporte le pied des diverses parties qui composent cet édifice. Le dessin qui résulte de cette opération, s'appelle *plan géométral ;* et il fait connaître la situation respective des projections des points remarquables de l'édifice proposé, rapportés sur le plan horizontal, par des lignes perpendiculaires sur ce plan, ou à-plomb.

Pour achever de déterminer la situation des points remarquables de son édifice, l'architecte conçoit ensuite, par une ligne donnée dans le plan géométral, un plan perpendiculaire au premier, et par conséquent vertical, sur lequel il rapporte les objets, à la hauteur où ils sont placés au-dessus du plan horizontal. La figure qui en résulte s'appelle *coupe* ou *profil*, si elle passe dans l'in-

rieur du bâtiment, et *élévation*, si elle n'en fait voir que les parties extérieures.

Le profil, ainsi que l'élévation, donnent les hauteurs de chacun des points qui s'y trouvent contenus, au-dessus du plan horizontal représenté par la ligne de terre, ou par son intersection avec le plan vertical sur lequel cette figure est construite; elle n'est donc autre chose que l'ensemble des différens points remarquables, rapportés ou projetés sur un plan vertical, par des lignes qui sont perpendiculaires à ce plan.

Quant aux dimensions inclinées sur le profil et sur le plan géométral, il est aisé de voir qu'elles ne sauraient y être représentées dans leur longueur naturelle; et c'est à les déterminer que s'applique la partie de la Géométrie que nous allons traiter.

Nous imaginerons donc que les points de l'espace sont rapportés à deux plans perpendiculaires entre eux, qu'on peut se représenter par l'un des murs verticaux d'une chambre et par son plancher.

4. Cela posé, si l'on conçoit une droite située d'une manière quelconque dans l'espace, et que de chacun de ses points on abaisse des perpendiculaires sur l'un des deux plans choisis, l'horizontal BAC, par exemple, toutes ces perpendiculaires, telles que MM', étant parallèles, et passant par une même ligne, se trouveront dans un même plan qui sera perpendiculaire au plan horizontal (*Géom.* 194, 209). Fig. 3.

L'intersection M'N contiendra évidemment les pieds de toutes les perpendiculaires, et sera par conséquent la *projection* sur le plan horizontal, de la droite proposée MN.

On aura une image sensible de ce qui vient d'être dit, si l'on se représente une verge inflexible placée dans une

Fig. 3. chambre, et de chacun des points de laquelle pendent des fils à-plomb jusqu'à la rencontre du plancher.

Concevons à présent que de chacun des points de la droite proposée, on ait abaissé des perpendiculaires MM″, sur le plan vertical BAD; elles détermineront un nouveau plan perpendiculaire à celui-ci : l'un et l'autre se rencontreront suivant M″N″, projection de la droite proposée sur le plan vertical.

5. Nous nommerons *plans coordonnés* ou *plans de projection*, ceux sur lesquels on projette. Les plans formés par l'ensemble des perpendiculaires abaissées de la droite sur chacun des plans coordonnés, seront désignés sous le nom de *plans projetans*.

Il suit de leur génération que tous deux passent par la ligne proposée, et par conséquent qu'elle est leur commune section.

6. De là découle la manière dont une droite est déterminée, lorsqu'on a ses projections sur les plans coordonnés. Il faut concevoir deux nouveaux plans élevés chacun perpendiculairement sur l'un de ceux-ci, et passant par les projections de la droite proposée; leur rencontre déterminera cette ligne. En général, de même qu'un point est donné sur un plan lorsqu'on connaît deux droites qui le contiennent, de même aussi une ligne est déterminée dans l'espace lorsqu'on connaît deux plans dans chacun desquels elle se trouve.

Fig. 4. Ainsi M′N′ étant la projection sur le plan horizontal d'une ligne donnée dans l'espace, et *MN*″ sa projection sur le plan vertical, si l'on conçoit les plans G″M′N′ F′*MN*″ perpendiculaires, l'un au plan horizontal, et l'autre au plan vertical, leur rencontre mutuelle M′N sera la droite proposée.

7. Il reste maintenant à donner les moyens de dé-

terminer un plan. On sait que trois points en fixent la position, ou, ce qui revient au même, que deux droites qui se coupent déterminent un plan (*Géom.* 193); nous dirons en conséquence qu'il est donné, toutes les fois que nous connaîtrons ses communes sections avec chacun des plans coordonnés, puisqu'on aura deux droites par chacune desquelles il doit passer. Le plan E'GF'' est donné par ses communes sections GE' et GF'', avec les plans coordonnés BAC et DAB. Fig. 5.

Pour se peindre cette situation du plan proposé, on n'a qu'à se représenter une espèce de toit, placé obliquement au plancher et au mur d'une chambre.

Nous ramènerons toutes les autres manières de déterminer un plan à la précédente, après que nous aurons établi nos conventions, soit pour les figures, soit pour le langage, afin de mettre le lecteur à portée de se peindre exactement dans leurs positions naturelles, les opérations que nous aurons à exécuter.

8. Comme il est important de bien concevoir ces premières notions, j'invite le lecteur à construire lui-même en relief, avec des cartons, les premières figures; et pour que cela lui soit plus facile, je les ai fait graver en plein.

Lorsqu'on trouvera deux figures au trait pour le même sujet, l'une sera en perspective, et l'autre exprimera la construction réelle, telle qu'elle doit être exécutée : dans la première, les lignes ou les parties de lignes marquées par des petits points ronds, seront celles qui sont recouvertes par des plans, et qu'on ne saurait voir qu'en supposant ceux-ci transparens.

Pour aider encore à concevoir la position respective des parties de la figure, tous les points situés sur le plan horizontal sont désignés par des lettres marquées

d'un accent; celles qui en portent deux appartiennent aux points du plan vertical; les lettres italiques ou penchées, sont sur la commune section de ces deux plans; enfin les points de l'espace portent des lettres non accentuées.

J'excepte de cette manière d'accentuer les quatre lettres A, B, C, D, constamment affectées aux lignes qui déterminent les plans coordonnés, et ne pouvant, par cette raison, causer d'embarras.

Dans la figure de construction, les données et les résultats sont toujours exprimés par des lignes tirées en plein, et celles qu'il faut mener pour la solution sont seulement ponctuées; les lettres y sont d'ailleurs les mêmes que dans la figure en perspective.

Pour la construction, les deux plans coordonnés n'en font plus qu'un seul; car on suppose toujours que le plan vertical ait tourné autour de sa commune section avec le plan horizontal, jusqu'à ce qu'il soit arrivé dans le prolongement de ce dernier, ainsi qu'on le voit, Fig. 6. fig. 6. Dans ce mouvement, toute ligne perpendiculaire à l'axe AB de rotation, telle que PP'', décrit un plan perpendiculaire à cet axe (*Géom.* 198). Il suit de là qu'elle vient s'appliquer dans la commune section de ce plan avec le plan horizontal, et par conséquent qu'elle tombe dans le prolongement de $P'P$ qui rencontre l'axe AB à angles droits, au point P.

Cette circonstance mérite d'être remarquée; car il en résulte que les deux projections d'un même point doivent se trouver sur une même ligne perpendiculaire à celle qui sépare, dans la figure, le plan horizontal du plan vertical.

Nous désignerons pour la facilité du langage, lorsque les circonstances ne s'y opposeront pas, sous le nom de *plan horizontal*, celui auquel les points de l'espace sont

primitivement rapportés, en sorte que tout plan perpendiculaire à celui-ci, sera un plan vertical : les autres seront appelés en général *plans inclinés*.

Nos deux plans coordonnés seront donc, l'un horizontal et l'autre vertical : les projections sur le premier seront appelées *projections horizontales*, et en effet, elles se trouveront dans la situation désignée par le mot *horizontal*; mais pour abréger, nous appellerons aussi *projections verticales* celles qui seront situées dans le plan vertical, quoiqu'elles ne soient pas toujours dirigées verticalement; car l'expression *verticale* emporte avec elle l'idée d'une droite perpendiculaire au plan horizontal, et le plus souvent, la projection verticale d'une ligne quelconque sera inclinée par rapport à ce plan : mais alors, il faudra seulement entendre que la projection dont on parle est faite sur le plan vertical.

DU PLAN ET DE LA LIGNE DROITE.

9. Un plan est donc donné, ainsi qu'on l'a vu plus haut, toutes les fois qu'on a ses deux communes sections avec chacun des plans coordonnés.

Lorsque le plan proposé sera perpendiculaire au plan horizontal, il est clair que sa commune section avec le plan vertical sera perpendiculaire à la ligne AB (*Géom.* 210); par conséquent le plan désigné par les lignes N″*N*, *N*N′, est perpendiculaire au plan horizontal ABC, puisque sa commune section N″*N* avec le plan vertical est perpendiculaire sur AB. Fig. 7.

Le plan M″*M*M′ (*) est perpendiculaire sur le plan

(*) La lettre *M* étant commune aux deux intersections du plan proposé avec les plans coordonnés, il est inutile de la répéter : ce plan sera donc désigné par M′*M*M″, et ainsi des autres.

Fig. 7. vertical, parce que sa commune section avec le plan horizontal est perpendiculaire à AB.

10. Puisque les plans projetans sont perpendiculaires sur les plans coordonnés auxquels ils sont relatifs, il suit de là qu'un plan perpendiculaire à l'un des plans coordonnés peut être regardé comme le plan projetant de toutes les droites qui s'y trouvent placées; ainsi toute ligne située dans le plan $M'MM''$, aura pour projection sur le plan vertical la ligne MM'' : par la même raison, le plan $N''NN'$, perpendiculaire sur le plan horizontal, serait le plan projetant de toutes les lignes qu'il contiendrait, et qui auraient NN' pour projection sur le plan horizontal.

Il suit de là qu'une même ligne prise sur un des plans coordonnés, peut être la projection d'une infinité de lignes droites; mais quand on embrasse les deux projections à la fois, elles ne sauraient convenir qu'à une seule droite. En effet, la ligne dont les projections sont $M''M$ et NN', ne peut résulter que de la commune section des deux plans projetans $M''MM'$ et $N''NN'$.

11. Les points P'' et P' sont ceux où la ligne proposée rencontre le plan vertical et le plan horizontal; car le point P'', par exemple, étant sur la commune section MM'' de l'un des plans projetans avec le plan vertical, et se trouvant aussi dans la commune section NN'' de l'autre plan projetant avec le même plan vertical, il est à la fois dans la ligne proposée qui est la commune section des deux plans projetans, et dans le plan vertical. On raisonnerait de même pour le point P', par rapport au plan horizontal.

De là suit la manière de trouver le point où une ligne droite rencontre l'un des plans coordonnés, quand on connaît ses projections. En effet, par le point M où la

projection verticale MM'' rencontre le plan horizontal, Fig. 7.
menons la ligne MM', perpendiculaire à AB, elle ira couper la projection horizontale NN' en un point P', qui sera le point où la ligne proposée rencontre le plan horizontal : on opérerait de même pour le plan vertical.

Quoique les diverses parties de cette opération s'exécutent sur plusieurs plans, elles peuvent s'effectuer sur un seul de la manière suivante.

On concevra que le plan DAB ait tourné autour de AB, jusqu'à ce qu'il soit arrivé dans le prolongement du plan BAC; aucune des lignes qu'il contient n'éprouvera de changement dans cette rotation, et l'on pourra exécuter les opérations qui y sont indiquées, comme s'il était relevé. Il est facile de s'en convaincre en appliquant à la seconde figure les raisonnemens qui ont été faits sur la première.

12. *Remarque.* Il pourrait arriver que les projections Fig. 8.
MM'' et NN'' fussent disposées comme on le voit ici; alors la perpendiculaire NN'', élevée sur la ligne AB, ne saurait rencontrer la projection MM'', dans la partie BAD du plan vertical : cela veut dire que la ligne proposée $P'P''$ passe au-dessous du plan horizontal, et va rencontrer le plan vertical dans un point P'', inférieur à la commune section AB.

En général, dans toutes les constructions, il faut regarder les plans comme indéfinis; et si l'on conçoit que DAB tourne autour de AB, la partie supérieure de ce plan s'appliquera sur l'espace ABE dans le plan horizontal, et la partie inférieure viendra se coucher sur l'espace BAC : il faudra donc considérer la partie antérieure du plan horizontal, et la partie inférieure du plan vertical comme appliquées l'une sur l'autre, et il en sera de même de la

Fig. 8. partie postérieure du plan horizontal, et de la partie supérieure du plan vertical. C'est alors qu'il est utile de distinguer par un caractère particulier, ainsi que je l'ai fait, les points qui appartiennent au plan vertical, de ceux qui se trouvent sur le plan horizontal; avec ce soin, on ne craint point de se méprendre. On voit dans l'exemple que j'ai mis sous les yeux, que le point P″, quoique dans l'espace BAC (2ᵉ *figure*), doit être considéré comme appartenant au plan vertical.

Si la ligne, au lieu d'être donnée par ses deux plans projetans, l'était par deux plans quelconques, on en trouverait les projections de la manière suivante, qui fera toujours connaître l'intersection de deux plans.

PROBLÈME.

13. *Deux plans étant donnés, trouver les projections de la ligne qui est leur intersection.*

On remarquera que lorsque les communes sections des plans proposés, avec un même plan coordonné, se rencontrent, le point où cela a lieu est commun aux deux plans proposés, et appartient par conséquent à la droite qu'on cherche.

Fig. 9. Soient donc M′*M*M″ et N′*N*N″ les deux plans proposés; il est clair que le point P′ est celui où ces deux plans rencontrent à la fois le plan horizontal ABC : c'est donc un des points de la droite cherchée. Le point Q″ appartient évidemment à la commune section des deux plans proposés avec le plan vertical; et par conséquent ce sera encore un de ceux de la ligne cherchée : la question est donc réduite à mener une ligne par deux points; et il est évident que chacune des projections de cette droite doit passer par les projections que les points donnés ont sur le plan où elle se trouve. Mais le point P′, situé dans le plan horizontal, n'a d'autre projection

que lui-même; quant à la projection sur le plan horizontal du point Q″ qui est dans le plan vertical, elle se trouvera au point Q déterminé par la perpendiculaire $Q''Q$ abaissée sur AB : menant donc par les points P′ et Q une droite, ce sera la projection horizontale de la ligne cherchée. Fig. 9.

Si nous apportons maintenant le point P′, sur le plan vertical, par la ligne $P'P$ perpendiculaire à ce plan, nous aurons les deux points P et Q″ par lesquels doit passer la projection verticale de la droite cherchée.

14. *Remarques.* Si les intersections NN' et MM' des plans proposés avec un des plans coordonnés, l'horizontal, par exemple, étaient parallèles entre elles, alors les deux plans se couperaient dans une ligne parallèle au plan horizontal, et dont on connaîtrait un point, savoir, le point P″. Il est évident que cette ligne serait de plus parallèle à l'une et à l'autre des communes sections NN', MM', des plans proposés avec le plan horizontal; car si le contraire avait lieu, les deux premiers se rencontreraient dans un même point du troisième, et par conséquent leurs communes sections avec celui-ci ne seraient pas parallèles. Fig. 10.

La question est alors ramenée à trouver les projections d'une ligne droite qui passe par un point donné, et qui est parallèle à une autre ligne connue; et nous la résoudrons bientôt.

Il peut arriver encore que les communes sections des plans proposés ne se rencontrent ni sur l'un des plans coordonnés, ni sur l'autre; et ce cas se présentera toutes les fois que les plans proposés auront leur intersection PP parallèle à la ligne AB. Pour trouver alors l'intersection des plans proposés, il faudra les rapporter à un troisième, que pour plus de facilité on supposera Fig. 11.

Fig. 11. perpendiculaire aux deux premiers plans coordonnés. Nous ne nous arrêterons pas à traiter ce cas en particulier, parce qu'étant unique, on peut l'éviter dans les premières opérations, et il sera facile d'y avoir égard lorsqu'on sera familiarisé avec les constructions qui vont suivre.

15. Enfin il est aisé de voir que *les plans proposés seront parallèles entre eux, lorsque leurs communes sections avec chacun des plans coordonnés seront parallèles entre elles, sans l'être néanmoins à la commune section de ces plans* (*Géom.* 217).

PROBLÈME.

16. *Trouver les projections de la ligne qui passe par deux points donnés.*

Nous avons, dans le problème précédent, fait passer une ligne par deux points, l'un situé dans le plan horizontal, et l'autre dans le plan vertical; mais si les deux points proposés étaient situés d'une manière quelconque dans l'espace, la construction ne serait pas dif-
Fig. 12. férente. Pour avoir les projections de la droite qui passe par ces deux points, il suffirait de mener dans le plan vertical, une ligne par les deux projections verticales de ces points; ce serait la projection verticale de la ligne demandée: une opération semblable sur le plan horizontal donnerait la projection horizontale.

M′, N′ sont les projections horizontales des points M, N, pris sur la droite proposée; et M″, N″ sont leurs projections verticales. Si l'on conçoit que le plan projetant MNN′M′, qui renferme la ligne proposée, tourne autour de sa commune section M′N′ avec le plan horizontal, et vienne se coucher sur ce dernier, les lignes

M'M, N'N, MN, ne changeront point de grandeur, Fig. 12.
et conserveront la même situation par rapport à M'N'. Il suit de là que l'on peut trouver la distance réelle des deux points proposés, en élevant sur la projection horizontale M'N', les perpendiculaires M'M, N'N égales à $M''M$ et à $N''N$.

On voit ici l'origine d'une méthode qui est toujours employée pour obtenir les dimensions réelles des parties de l'étendue, et qui consiste à rapporter ces parties sur le plan où elles se trouvent naturellement, ou sur un autre parallèle à celui-là.

17. 1er *Corollaire.* Ce qui précède nous fournira une manière de désigner une droite dans l'espace, qui peut être fort utile dans beaucoup de circonstances : c'est de concevoir le plan vertical passant par la droite, et de le faire tourner autour de la projection de cette droite sur le plan horizontal, pour le coucher sur celui-ci ; car on voit que tous les points de la ligne MN, sont situés, relativement à ceux de sa projection horizontale M'N', comme ils le sont dans l'espace.

Si l'on voulait avoir l'angle que cette droite forme avec sa projection horizontale, il suffirait de prolonger M'N' et MN jusqu'à leur rencontre mutuelle, ou de mener, par un point quelconque de M'N', une parallèle à MN.

18. 2e *Corollaire.* Nous tirerons encore de là la manière de trouver la position d'un point situé sur une ligne droite donnée dans l'espace, lorsqu'on connaît la projection de ce point sur l'un des plans coordonnés, l'horizontal, par exemple, et les projections de la droite. Soit N' la projection horizontale du point demandé ; on abaissera $N'N$ perpendiculairement sur AB, et élevant NN'' aussi à angle droit sur cette ligne, le

Fig. 12. point N″ sera la projection verticale du point cherché, et NN'' en sera la hauteur au-dessus du plan BAC. Dans la construction réelle, il suffira de prolonger $N'N$ jusqu'à la rencontre de la projection verticale M″N″ de la droite proposée.

19. *Remarque.* Lorsque sur le même plan coordonné, les projections de deux lignes se coupent, il n'en faut pas conclure que les lignes elles-mêmes se coupent aussi; car il n'en est pas de l'espace comme d'un plan : dans ce dernier cas, deux lignes qui ne sont pas parallèles se rencontrent toujours; mais dans l'espace elles peuvent se croiser dans leurs directions sans se couper, passant, par exemple, l'une au-dessous de l'autre, ou l'une à côté de l'autre.

Pour déterminer s'il y a intersection ou non, il faut voir si le point de rencontre des projections horizon-
Fig. 13 et 14. tales, et celui des projections verticales de chacune des droites, peuvent appartenir à un même point de l'espace, c'est-à-dire si ces deux points sont dans une même ligne perpendiculaire à AB (8); c'est ce qui n'a pas lieu pour les points P″ et Q′ de la fig. 13, mais pour P′ et P″ de la fig. 14. Il suit donc de là que les deux lignes représentées dans le second exemple se trouvent sur un même plan, et qu'il n'en est pas de même du premier exemple.

THÉORÈME.

20. *Lorsque deux lignes sont parallèles dans l'espace, leurs projections sur un même plan sont parallèles entre elles.*

Fig. 15. En effet, les deux lignes NM′ et QP′ étant parallèles par hypothèse, et les deux droites NN′ et QQ′ l'étant aussi comme perpendiculaires au plan coordonné AB, les plans projetans M′NN′ et P′QQ′ seront né-

cessairement parallèles entre eux (*Géom.* 215), et cou- Fig. 15
peront par conséquent le plan AB, suivant deux droites M'N' et P'Q', parallèles entre elles. Il est visible que ces droites seront les projections des proposées M'N et P'Q.

Réciproquement, lorsque les projections de deux droites sont parallèles sur chacun des deux plans coordonnés, ces deux droites sont parallèles dans l'espace; ces les plans projetans, perpendiculaires au même plan coordonné, passant par des projections parallèles sur ce plan, seront nécessairement parallèles entre eux: les plans projetans relatifs à l'un des plans coordonnés couperont donc les plans projetans relatifs à l'autre, suivant quatre droites d'abord parallèles deux à deux, comme intersections de deux plans parallèles avec un même plan (*Géom.* 215), et dont ensuite chacune sera parallèle à deux autres placées dans des plans contigus. Il suit de là que ces droites, parmi lesquelles se trouvent les proposées, seront toutes parallèles entre elles.

21. *Remarques.* Il est à propos d'observer que le parallélisme de deux droites proposées ne saurait avoir lieu, à moins que leurs projections ne soient parallèles dans chaque plan coordonné; car elles pourraient l'être sur l'un d'eux seulement, et cela ne prouverait autre chose, sinon que chacune des droites est parallèle au plan projetant de l'autre.

Lorsque deux droites ne sont pas dans un même plan, on ne peut mener par l'une d'elles qu'un seul plan parallèle à l'autre; et pour le déterminer, il n'y a qu'à imaginer, par un point quelconque de la première, une ligne parallèle à la seconde; le plan qui passera par cette nouvelle ligne et la première sera celui qu'on cherche (*Géom.* 218).

Enfin, pour que deux lignes dans l'espace soient pa-

rallèles entre elles, il faut que chacune d'elles soit parallèle à deux plans qui ne le soient pas entre eux; et alors une de ces lignes est parallèle à tous les plans qu'on peut mener par l'autre.

PROBLÈME.

22. *Mener, par un point donné, une ligne parallèle à une ligne donnée.*

Il faut, par les projections du point proposé, mener dans chaque plan coordonné, une ligne parallèle à la projection de la droite donnée sur ce plan; on aura ainsi les projections de la droite demandée.

Fig. 16. P′ et P″ sont les projections du point donné; N′M′, N″M″ celles de la droite donnée: ainsi L′H′, L″H″ seront celles de la droite cherchée.

PROBLÈME.

23. *Trouver les projections d'un point lorsque l'on connaît trois plans, sur chacun desquels il est situé.*

Nous avons vu qu'un point était donné lorsqu'on avait sa projection sur le plan horizontal et sur le plan vertical; mais un point est aussi donné quand on a trois plans qui le contiennent. Alors, pour en trouver les projections, on cherche d'abord celles de la commune section de deux quelconques des plans proposés; cette ligne étant coupée par le troisième plan, donnera, dans son intersection, le point demandé.

On parviendra au même résultat, en cherchant l'intersection de l'un des deux premiers plans avec le troisième; on aura par là une seconde droite qui sera dans le même plan que la première; il sera facile de trouver le point de rencontre de ces deux lignes, par ce qui a été dit plus haut (13).

Nous n'entrerons pas dans le détail de ces diverses opérations, qui n'auront point de difficulté, si on les exécute successivement, comme il a été dit pour chacune d'elles. On peut rendre le travail plus facile, en traçant au crayon toutes les lignes de construction, et ne mettant à l'encre que les résultats : quand chaque opération partielle est finie, on efface les lignes qui s'y rapportent, et la figure alors n'est pas compliquée.

24. *Remarques.* La manière la plus simple de faire connaître un point en employant trois plans, est de les supposer perpendiculaires entre eux ; et cela revient à donner les distances du point proposé à trois autres plans parallèles à ceux-ci.

En effet, si l'on conçoit trois plans BAC, BAD et DAC, perpendiculaires entre eux, et qu'on sache qu'un point M de l'espace est placé à une distance MM′ du premier, MM″ du second, et MM‴ du troisième, il suit de la propriété qu'ont deux plans parallèles d'être également éloignés l'un de l'autre dans tous leurs points, que si, aux distances données, on mène les plans M‴MM″, M‴MM′, M″MM′, respectivement parallèles à chacun des plans BAC, BAD et DAC, le point proposé se trouvera dans leur rencontre mutuelle. Fig. 17.

Les plans M‴MM″, M‴MM′, M″MM′ forment, avec les plans coordonnés BAC, BAD, DAC, un parallélépipède rectangle. Si l'on mène la diagonale AM′ dans la face horizontale, on aura, comme on sait,

$$\overline{AM'}^2 = \overline{MM'}^2 + \overline{AM}^2;$$

mais à cause des parallèles, MM' est égale à MM″, et AM l'est à MM‴ : par conséquent

$$\overline{AM'}^2 = \overline{MM''}^2 + \overline{MM'''}^2.$$

La diagonale intérieure AM, menée du point

Fig. 17. rencontre des trois plans coordonnés, au point proposé, est évidemment l'hypoténuse d'un triangle rectangle AM'M, et par conséquent

$$\overline{AM}^2 = \overline{AM'}^2 + \overline{MM'}^2;$$

mettant au lieu de $\overline{AM'}^2$ sa valeur, trouvée plus haut, il en résultera

$$\overline{AM}^2 = \overline{MM'}^2 + \overline{MM''}^2 + \overline{MM'''}^2:$$

ce qui fait voir que *le quarré de la distance d'un point quelconque de l'espace à celui où les trois plans coordonnés se rencontrent, est égal à la somme des quarrés des distances du point proposé à chacun de ces plans.*

Trois plans qui se coupent forment huit angles trièdres, dans chacun desquels on peut trouver un point semblablement placé; mais en désignant de quel côté de ces plans tombent les distances données, on particularise l'angle trièdre que l'on considère.

Lorsqu'un point est donné par une ligne et un plan, cela revient au même que s'il était donné par trois plans; car il faut employer au lieu de la ligne donnée ses deux plans projetans.

PROBLÈME.

25. *Trouver l'intersection d'un plan et d'une ligne droite.*

On cherchera l'intersection de l'un des plans projetans de la droite donnée avec le plan proposé; la ligne qui en résultera, se trouvant à la fois sur l'un et sur l'autre de ces plans, rencontrera la ligne donnée dans le point où celle-ci coupe le plan proposé.

Fig. 18. Toutes ces opérations peuvent s'exécuter successivement par ce qui a été dit, n° 13: N''OM' représente le plan donné; QQ'' et NM' sont les projections de la

droite dont on cherche la rencontre avec ce plan : par Fig. 18.
conséquent N″*N*M′ est l'un de ses plans projetans, celui qui est perpendiculaire au plan horizontal; M′ et N″ sont deux points de la commune section de ce plan avec le plan donné : N″*M* est donc la projection de l'intersection de ces plans, sur le plan vertical, et P″ la projection, sur le même plan, du point de rencontre de la ligne qu'on vient de déterminer et de la ligne proposée, ou, ce qui revient au même, de l'intersection du plan donné avec cette dernière.

Si l'on mène P″P′ perpendiculairement à AB, elle déterminera, sur *N*M′, le point P′, projection horizontale du point demandé.

PROBLÈME.

26. *Connaissant les communes sections d'un plan avec chacun des plans coordonnés, construire ce plan, c'est-à-dire trouver, pour chaque point du plan horizontal, la hauteur de celui qui lui correspond dans le plan incliné.*

Soit G′*G*N″ le plan proposé, et M′ la projection ho- Fig. 19.
rizontale du point cherché; si, par cette projection, on mène M′*N* parallèle à la commune section G′*G* du plan proposé et du plan horizontal, et que, sur cette parallèle, on conçoive un plan vertical M′*N*N″, il rencontrera G′*G*N″, dans une droite MN″ parallèle aux droites G′*G*, M′*N* (*Géom.*, 203, 204), et par conséquent aussi au plan horizontal. Tous ses points seront donc à la même hauteur au-dessus de ce plan; et il suffira de trouver le point N″ où elle rencontre le plan coordonné DAB; ce qui se fera en élevant sur AB, la perpendiculaire *N*N″ : ce sera la hauteur de tous les points de MN″ au-dessus du plan BAC.

Fig. 19. Si l'on mène N'M" parallèle à AB, et M'M" perpendiculaire à cette ligne, le point M" sera la projection verticale du point cherché.

27. Pour avoir l'angle que le plan incliné G'GN" fait avec l'horizontal BAC, on imaginera, du point M' dans le plan horizontal et du point M qui lui correspond dans le plan incliné, des perpendiculaires abaissées sur leur commune section GG'; elles formeront le triangle rectangle M'G'M, dans lequel on connaîtra G'M' et M'M, et que l'on pourra par conséquent construire : l'angle M'G'M sera l'angle cherché.

28. *Remarques.* Connaissant l'angle M'G'M et la commune section G'G du plan proposé avec le plan BAC, on pourrait encore construire ainsi le premier : par le point M', pris à volonté sur le plan horizontal, on mènerait NM' parallèle à GG', et abaissant la perpendiculaire M'G', sur GG', on ferait l'angle MG'M' égal à l'angle donné; par cette opération, la hauteur MM' du point M, au-dessus du plan horizontal, serait déterminée.

29. Cette manière de donner le plan n'est pas différente de la précédente; car alors le plan horizontal reste le même, et le plan vertical se trouve perpendiculaire à la commune section du plan horizontal avec le plan incliné : on prend donc, au lieu du plan de projection BAD, le plan MG'M'.

MG' est la distance du point M à la commune section du plan G'GN" avec le plan horizontal; et comme elle est prise perpendiculairement à GG', il s'ensuit qu'en faisant tourner le plan proposé autour de cette dernière, pour le rabattre sur le plan horizontal, la droite G'M viendra se coucher sur G'M' (8) : le point M tom-

bera alors en m. En opérant de même sur plusieurs points, on trouverait leurs positions respectives dans le plan G′GN″ qui les contient tous. Fig. 19.

3o. Si, connaissant l'angle MG′M′ et la commune section G′G du plan G′GN″ avec le plan horizontal, on voulait trouver celle du premier avec le plan vertical, on y parviendrait en menant par un point quelconque M′ de la ligne M′G′ perpendiculaire à G′G, une parallèle à cette dernière ; et par le point N où elle rencontrerait le plan vertical, on élèverait NN″ perpendiculaire sur AB et égale à M′M ; par le point N″ ainsi trouvé et le point G, on mènerait GN″, qui serait la commune section cherchée (*).

PROBLÈME.

31. *Mener, par un point donné, un plan parallèle à un plan donné.*

D'après ce qui a été dit, n° 15, les communes sections du plan cherché avec les plans coordonnés doivent être parallèles à celles de ces derniers avec le plan donné : il ne s'agit donc que d'en trouver un point pour pouvoir les mener. Or, si l'on conçoit, par le point proposé, une droite parallèle à la commune section du plan cherché avec le plan horizontal, elle sera tout entière dans le plan cherché, et elle rencontrera le plan vertical dans un point qui sera placé sur la commune section de l'un et de l'autre de ces plans.

(*) Il est aisé d'employer cette construction à la recherche de l'intersection de deux plans qui se coupent dans une ligne parallèle à AB (*voy.* n° 14), car elle offre le moyen de transporter les données sur un plan vertical autre que celui qu'on avait choisi d'abord pour l'un des plans coordonnés.

Fig. 20. Pour faire l'application de ce qui précède, soit M'*M*M'' le plan donné, P' et P'' les projections du point donné ; on mènera P'*E* parallèle à M'*M*; élevant ensuite *E*E'' parallèle et égale à *P*P'', le point E'' sera le point de rencontre du plan vertical et de la ligne menée par le point donné, parallèlement à M'*M* : il appartiendra donc à la commune section du plan cherché avec le plan vertical DAB; et N''*N* passant par le point E'' et parallèle à M''M, sera cette commune section (26).

Par le point *N*, on mènera *N*N' parallèle à *M*M' ; ce sera la commune section du plan cherché avec le plan horizontal.

THÉORÈME.

32. *Une ligne et un plan sont réciproquement perpendiculaires, lorsque les projections de cette ligne sur le plan horizontal et sur le plan vertical sont respectivement perpendiculaires aux intersections du plan proposé avec ces mêmes plans.*

En effet, la ligne proposée et sa projection sont dans un même plan qui est perpendiculaire à la fois à celui sur lequel on projette et au plan proposé; donc réciproquement le plan proposé et le plan sur lequel on projette sont perpendiculaires au premier; leur commune section lui sera donc perpendiculaire, ainsi qu'à toutes les lignes qui passent par son pied, et la projection est une de ces lignes.

Fig. 21. Ainsi la ligne L'H étant perpendiculaire au plan incliné M'MM'', tout plan passant par cette droite sera perpendiculaire à celui-ci; le plan projetant L'HM' remplira donc cette condition; mais, par sa définition, il est perpendiculaire au plan horizontal BAC : donc ce dernier et le plan incliné lui seront tous les deux perpendiculaires. Leur commune section M'*M* jouira aussi de

cette propriété, et elle tombera à angles droits sur toutes les lignes menées par son pied dans le plan dont on vient de parler : elle sera donc perpendiculaire à L'M', projection horizontale de la droite L'H. On raisonnerait de même pour la projection verticale. Fig. 21.

PROBLÈME.

33. *Mener, par un point donné, une ligne perpendiculaire à un plan donné.*

Il faut mener, de chacune des projections de ce point, des perpendiculaires sur les communes sections du plan proposé avec les plans coordonnés, et ces perpendiculaires seront les projections de la ligne cherchée. Fig. 22.

L' et L'' étant les projections du point donné, L'E' et L''E'', perpendiculaires, l'une à M'M, l'autre à M''M, seront les projections de la ligne cherchée, qui passe par le point donné, et est perpendiculaire au plan M'MM''.

PROBLÈME.

34. *Mener, par un point donné, un plan perpendiculaire à une droite donnée.*

D'après ce qui précède, les communes sections du plan cherché, avec chacun des plans coordonnés, doivent être perpendiculaires sur les projections de la droite donnée : si donc l'on conçoit un plan dont les communes sections satisfassent à cette condition, il ne s'agira plus que d'en mener un autre qui lui soit parallèle, et qui passe par le point donné.

Pour effectuer cette construction, on mènera perpendiculairement à F'M' et par P', projections de la ligne et du point donnés, la droite P'Q qui sera parallèle à la commune section du plan cherché avec le plan horizontal. Si on la regarde comme la projection sur le plan horizontal d'une ligne qui lui soit parallèle, et qui Fig. 23.

Fig. 23. passe par le point donné, on construira, comme on l'a fait (31), la rencontre Q″ de cette dernière avec le plan vertical; et menant par ce point, Q″*M* perpendiculaire à *EM*″, ce sera la commune section du plan cherché, avec le plan vertical: la ligne *MM*′ perpendiculaire à *FM*′ sera sa commune section avec le plan horizontal.

Je ne m'arrêterai pas à déterminer le point où la perpendiculaire rencontre le plan donné; car cela revient à trouver l'intersection d'une ligne et d'un plan, problème résolu n° 25: connaissant ce point, ainsi que celui par lequel a été menée la perpendiculaire, on en trouvera la longueur par ce qui a été dit n° 16.

35. *Remarque.* Les deux problèmes précédens peuvent être posés et résolus d'une manière plus simple, qu'il est bon de connaître.

Dans le premier, où il s'agit de mener par un point proposé une ligne perpendiculaire à un plan, ce plan peut être donné par son inclinaison sur le plan horizontal et par la ligne suivant laquelle il le rencontre.

Fig. 24. Ainsi *L* étant la projection sur le plan horizontal, du point par lequel on veut mener une ligne perpendiculaire au plan M′*MM*″, il faudra tirer de ce point une perpendiculaire *LM* à la droite M′*M*; ce sera la projection horizontale de la ligne cherchée, qui doit se trouver elle-même dans le plan vertical élevé sur cette projection. En le prenant pour un des plans coordonnés, on y construira le point L″ placé à une hauteur *L*L″ au-dessus de sa projection, égale à celle qu'on connaît; et menant L″O″ perpendiculaire à M″*M*, ce sera la ligne demandée, et en même temps la plus courte distance du point donné L″ au plan M′*M*M″.

Supposons qu'une ligne soit donnée par sa projection

horizontale LM, et par sa situation respectivement à cette projection, dans le plan vertical DAB, et qu'on veuille lui mener un plan perpendiculaire, par un point donné; P′ étant la projection de ce point sur le plan horizontal, on construira sa projection verticale P″, et menant P″O″ perpendiculaire sur EL'', on aura la commune section du plan demandé avec le plan vertical; on élèvera ensuite MM' perpendiculaire à EM, ce sera la commune section de ce même plan avec le plan horizontal. Fig. 24.

PROBLÈME.

36. *Faire passer un plan par trois points donnés.*

Il faut joindre les trois points par deux lignes droites, chercher les rencontres de chacune d'elles avec l'un des plans coordonnés, l'horizontal, par exemple; les deux points qu'on trouvera de cette manière détermineront la commune section du plan proposé avec le plan horizontal. Il ne restera plus qu'une condition à remplir, c'est d'assujettir ce plan à passer par l'un quelconque des points donnés, ainsi qu'on l'a fait n° 31.

M′, N′, P′ sont, sur le plan horizontal, les projections des trois points donnés; M″, N″, P″ leurs projections sur le plan vertical; ainsi les lignes qui joignent ces trois points dans l'espace, et qui déterminent le plan cherché, ont pour projections horizontales $\left\{\begin{matrix} M'N' \\ M'P' \end{matrix}\right\}$, pour projections verticales $\left\{\begin{matrix} M''N'' \\ M''P'' \end{matrix}\right\}$, et les points E′, F′ sont leurs rencontres avec le plan horizontal, trouvées par le procédé du n° 11 : par conséquent E′F′ est la commune section du plan cherché avec le plan horizontal. Fig. 25.

Pour trouver la commune section HG'' du plan cher-

Fig. 25. ché et du plan vertical, on a prolongé E′F′ jusqu'en *H*, et l'on a déterminé le point G″, conformément au n° 31, en menant *M′G* parallèle à E′F′, *GG″* perpendiculaire à AB et égale à *MM″*.

37. On peut construire le même problème, en imaginant que, par l'un des points donnés et chacun des deux autres, on ait mené deux plans verticaux, et qu'on les ait ensuite rabattus sur le plan horizontal, en les faisant tourner autour des lignes qui joignent les projections horizontales des points par lesquels ils passent (17).

Fig. 26. On prolongera les lignes MN et MP jusqu'à ce qu'elles rencontrent leurs projections sur le plan horizontal, ce qui donnera les points E′ et F′ de la commune section du plan cherché avec celui-ci.

On voit, par ce qui a été dit n° 27, qu'en menant G′M′ perpendiculaire sur F′E′, et construisant le triangle rectangle G′M′M″, dans lequel M″M′ est égale à M′M, l'angle M″G′M′ mesurera l'inclinaison du plan cherché sur le plan horizontal.

38. *Corollaire.* Il n'est pas moins clair que F′M et E′M sont les distances du point M de l'espace à chacun des points F′ et E′, où ces droites rencontrent le plan horizontal : on connaît donc les trois côtés du triangle formé par le point M et ces derniers, et on le construira en le supposant rabattu sur le plan horizontal, après avoir tourné autour de F′E′ : il est représenté dans la figure, en F′mE′.

On aura donc aussi l'angle F′mE′, formé par les deux lignes E′M et F′M, lorsqu'elles se trouvent dans leur situation réelle.

Il est à propos de remarquer qu'en pliant le plan de la figure, suivant les lignes E′M′, F′M′ et E′F′, les triangles E′M′M, F′M′M et F′mE′ se réuniront tous par un

de leurs angles, au point M ; ils formeront alors un té- Fig. 26.
traèdre dont cette figure offre le développement.

PROBLÈME.

39. *Deux plans étant donnés, trouver l'angle qu'ils font entre eux.*

On sait que l'angle de deux plans se mesure par celui de deux perpendiculaires menées dans chacun de ces plans, à un même point de leur commune section.

Il ne s'agit donc que de construire ces lignes ; or elles déterminent un plan perpendiculaire à l'intersection des plans proposés : il suit de là qu'après avoir trouvé les projections de cette intersection, comme on l'a vu n° 13, il faudra, par un point pris arbitrairement sur cette ligne, lui mener un plan perpendiculaire dont on construira les communes sections avec chacun des plans proposés. Ces deux dernières droites se coupant au point par lequel on a mené le plan perpendiculaire, il sera facile d'en trouver l'angle, par ce qui a été dit au n° précédent, et cet angle mesurera l'inclinaison des plans donnés.

Tel est le procédé général qu'on peut suivre pour résoudre la question proposée ; il ne dépend que des problèmes déjà résolus : cependant on peut diminuer le nombre des lignes qui entrent dans la construction, en choisissant convenablement le point par lequel on mènera le plan perpendiculaire.

Voici le détail d'une construction qui m'a été communiquée par Monge, et qui est une des plus simples qu'on puisse trouver pour ce cas.

Supposons que les deux plans donnés soient $H'EF''$, Fig. 27.
$H'GF''$, et que la projection de leur commune section sur le plan horizontal soit la ligne $H'F'$; je construis dans le plan vertical passant par cette droite, l'inter-

Fig. 27. section des deux plans donnés, en élevant FF perpendiculairement sur FH' et égale à FF'' ; ensuite par un point M′, pris à volonté sur FH', j'élève un plan perpendiculaire à la ligne FH′ (35) : je trouve ainsi la droite PM′ qui est la commune section de ce plan et du plan vertical FFH'. Mais si l'on fait tourner le premier autour de sa commune section L′N′ avec le plan horizontal, la ligne PM′ étant perpendiculaire sur M′N′, viendra tomber nécessairement sur H′M′ (8), et le point P se trouvera en P′ ; le triangle formé par les trois points L′, P, N′, ne changera dans aucune de ses dimensions, par ce mouvement : il sera donc exactement représenté par L′P′N′, et l'angle en P′ sera celui des deux plans donnés.

PROBLÈME.

40. *Un plan étant donné, ainsi qu'une ligne droite située dans ce plan, mener par cette droite un second plan qui fasse avec le premier un angle donné.*

On construira un plan perpendiculaire à la ligne donnée, et passant par un point pris à volonté sur cette ligne ; on en cherchera l'intersection avec le plan donné, et il faudra mener dans le plan perpendiculaire une droite qui fasse, avec cette intersection, l'angle donné.

Il est facile de retourner la solution du problème précédent, pour l'appliquer à celui qui nous occupe maintenant.

En effet, les données sont alors, 1°. le plan $H'EF''$, 2°. le plan vertical $FH'F$ qui se trouve rabattu sur le plan horizontal. On construira L′N′ et le point P′, comme dans le problème précédent, et l'on fera sur L′P′ l'angle L′P′N′ égal à l'angle donné ; par le point N′ ainsi déterminé, on mènera $H'G$, ensuite on tirera GF'', et l'on aura le plan cherché $H'GF''$.

PROBLÈME.

41. *Connaissant l'angle que deux lignes font entre elles, et celui que chacune fait avec une verticale menée par leur point de rencontre, trouver la projection du premier angle sur le plan horizontal.*

On peut considérer le point de rencontre des droites proposées avec la verticale, comme le sommet d'une pyramide triangulaire dans laquelle on connaît les trois angles que ses arêtes font deux à deux ; cette pyramide a d'ailleurs pour base un plan perpendiculaire à l'une de ses arêtes, puisqu'elle repose sur le plan horizontal : avec ces données, on peut la développer.

En effet, si l'on conçoit que la face DAG′ tourne autour de AD, pour venir s'appliquer dans le prolongement de la face DA*E*, il est aisé de voir que dans ce mouvement le point G′ ne sortira pas du plan horizontal, puisque AD est une verticale, et que par conséquent AG′ lui est perpendieulaire : D*G* sera donc de la même grandeur que DG′ ; et dans le triangle rectangle DA*G* on connaîtra l'angle AD*G*, qui est celui que l'une des lignes proposées fait avec la verticale AD, et dont la mesure est donnée. On déterminera par conséquent les deux côtés A*G* et D*G* ; et l'on opérera de même sur le triangle DA*E*. Ensuite, lorsque A*G* et D*G*, A*E* et D*E* seront connus, on construira le triangle *DE*G″, dans lequel l'angle *E*DG″ est égal à celui que les droites proposées font entre elles, et le côté DG″ est la même chose que D*G*. Ayant obtenu la grandeur de *E*G″, on voit qu'en faisant tourner le triangle *E*DG″ autour de D*E*, et le triangle AD*G* autour de AD, les points *G* et G′ doivent se réunir à l'angle G″ de la pyramide : on aura donc la base de cette pyramide en décrivant le triangle AG′*E* sur les trois côtés A*E*, A*G*, et *E*G″. Fig. 28.

Fig. 28. L'angle EAG' sera la projection demandée de l'angle EDG'.

Si l'un des angles compris entre la verticale et les
Fig. 28*. lignes proposées, était droit, ADG, par exemple, la ligne DG ne rencontrant plus AG', la construction ci-dessus ne pourrait s'effectuer ; mais il est aisé de voir qu'on y suppléerait en prenant DG à volonté, abaissant GG' perpendiculairement sur AG' ; car on obtiendrait EG', en construisant le triangle GG'E, rectangle en G', dans lequel GG' est donné, et GE résulte du triangle EDG ; celui-ci se forme comme le triangle EDG'' de la figure relative au premier cas (*).

PROBLÈME.

42. Deux lignes droites étant données sur un plan, par leur point de rencontre, en mener une troisième qui fasse, avec chacune d'elles, un angle donné.

Fig. 29. Les trois lignes que nous considérons forment un angle trièdre, lorsqu'on les lie par les plans qui les contiennent deux à deux ; et on peut le développer en faisant tourner deux de ses faces jusqu'à ce qu'elles tombent sur les prolongemens de la troisième.

Soient FAE', E'AH', H'Af les trois angles donnés ; si l'on prend sur les côtés AF et Af, des points F et f également éloignés du sommet A, il est aisé de voir que ces deux points doivent se confondre, lorsque les plans sont réunis dans leur position naturelle ; mais il n'est pas moins évident (8) que les perpendiculaires FF et ff, abaissées sur les droites AE' et AH', autour desquelles se fait le développement, décriront des plans perpendiculaires à ces lignes, et que ces derniers rencontreront

(*) Ce problème a son application en Trigonométrie, pour réduire au plan horizontal, les angles observés sur des plans inclinés ; il peut aussi se résoudre par la Trigonométrie sphérique. (*Trig.* n° 62.)

le plan horizontal suivant FF′ et fF′ : le point F′ appar- Fig. 29.
tiendra par conséquent à la commune section des plans que nous considérons, et qui sera la verticale élevée par ce point. C'est sur cette ligne que doivent se trouver réunis les points F et f : la droite AF′ est donc la projection horizontale de l'arête supérieure de l'angle trièdre, lorsque cette arête est dans sa position naturelle. Le point A étant celui où elle rencontre le plan horizontal, il suffit, pour la déterminer entièrement, de parvenir à connaître la hauteur d'un autre de ses points; mais nous observerons que les points F et f qui lui appartiennent, décrivent chacun un cercle dans le développement, et que ces cercles sont situés dans les plans engendrés par *FF* et *ff*. Si donc l'on construit l'un de ces cercles, en supposant son plan rabattu sur le plan horizontal, il déterminera la hauteur du point de l'espace où se fait la réunion des points F et f.

En conséquence, sur *FF*, comme rayon, on a décrit le demi-cercle FF″, et la perpendiculaire F′F″, qui n'est autre chose que la commune section des plans verticaux élevés sur *FF*′ et *fF*′, donne la hauteur du point cherché au-dessus du plan horizontal.

Si l'on tire *F*F″, cette ligne sera la projection de l'arête supérieure de l'angle trièdre, sur le plan vertical élevé par la ligne *FF*′ : on aura donc les deux projections de cette arête : elle sera par conséquent déterminée.

43. *Corollaire.* L'angle F″*F*F′ est égal à celui que les deux plans FAE′ et E′AH′ font entre eux, lorsqu'ils sont dans leur situation naturelle; car le plan F″*F*F′ est perpendiculaire à leur commune section AE′, et *F*F″ coïncide avec *F*F, quand les plans F″*F*F′ et FAE′ sont relevés.

44. *Remarque.* Le problème précédent cessera d'être

Fig. 29. possible, lorsque l'un des trois angles donnés sera plus grand que la somme des deux autres ; la construction indiquée ci-dessus fait connaître cette impossibilité, parce qu'il arrive alors que le point F′ tombe hors du cercle décrit sur *F*F.

On peut se peindre facilement ces exceptions, en se représentant les deux cônes droits décrits par les angles E′AF et H′Af, quand ces angles tournent respectivement autour de leurs côtés AE′ et AH′. Le problème n'est possible que lorsque ces cônes se coupent ou se touchent ; mais cela n'aura pas lieu si l'un embrasse l'autre tout entier, ou si leurs bases, trop petites ou trop éloignées l'une de l'autre, ne se rencontrent pas.

45. On peut renverser la question, et se proposer de trouver le développement de l'angle trièdre formé par les deux droites AE′, AH′, et par une troisième dont AF′ serait la projection horizontale, *F*F″ la projection verticale ; alors il faudra déterminer les angles FAE′ et fAH′ : voici comment on y parviendra. On prolongera *F*F′ indéfiniment, puis on décrira sur *F*F″ un cercle qui fera trouver le point F et AF. Pour obtenir ensuite Af, on mènera F′f perpendiculaire sur AH′, et l'on achèvera le triangle A*f*f, en observant que son hypoténuse Af est égale à AF.

On voit donc qu'on a tout ce qu'il faut pour la construction d'un angle trièdre, lorsque l'on connaît une de ses faces, la projection sur cette face, de l'arête qui lui est opposée, et la hauteur d'un point de cette arête au-dessus de sa projection.

46. Lemme. *Si i par un point quelconque de l'arête d'un angle dièdre, on élève, en dehors de cet angle, une perpendiculaire sur chacune de ses faces, l'angle com-*

pris entre ces droites sera le supplément de celui qui mesure l'angle dièdre proposé.

En effet, les droites menées comme on vient de le dire, se trouveront dans le plan perpendiculaire à la commune section des plans proposés ; et si l'on suppose que AE et AF soient les intersections de ceux-ci avec le premier, il est aisé de voir que les angles EAF et eAf sont supplémens l'un de l'autre ; car si des quatre angles droits formés autour du point A, on retranche les deux angles droits fAE et FAe, il restera les deux angles EAF et eAf, dont la somme vaudra par conséquent deux droits. Fig. 30.

THÉORÈME.

47. *Si, par le sommet d'un angle trièdre et en dehors de cet angle, on mène des droites perpendiculaires à chacune de ses faces, les plans qui contiennent ces lignes deux à deux formeront un nouvel angle trièdre, dans lequel les angles des arêtes seront supplémens des angles des faces du premier, et les angles des arêtes de celui-ci seront supplémens de ceux des faces du nouvel angle trièdre.*

Soit Ae la droite perpendiculaire à la face AFG ; elle le sera par conséquent aux lignes AG et AF, menées par son pied dans ce plan : en raisonnant de même pour Af et Ag, respectivement perpendiculaires aux plans AEG et AEF, on formera le tableau suivant : Fig. 31.

Ae perpendiculaire sur AFG, l'est sur $\begin{cases} AF ; \\ AG ; \end{cases}$

Af perpendiculaire sur AEG, l'est sur $\begin{cases} AE ; \\ AG ; \end{cases}$

Ag perpendiculaire sur AEF, l'est sur $\begin{cases} AE \\ AF. \end{cases}$

Mais on voit que chacune des arêtes du premier angle,

Fig. 31. trièdre se trouve répétée deux fois; on en conclura donc ce qui suit :

AE perpendiculaire sur { Af et Ag }, l'est au plan Afg;

AF perpendiculaire sur { Ae et Ag }, l'est au plan Aeg;

AG perpendiculaire sur { Ae et Af }, l'est au plan Aef.

Or, en vertu du lemme précédent, les lignes Ae et Ag font entre elles un angle supplément de celui qui mesure l'inclinaison des plans AFG et AEF, auxquels elles sont respectivement perpendiculaires; il en sera de même des lignes AE, AG et des plans Afg, Aef: donc les angles des arêtes de l'un des angles trièdres sont les supplémens de ceux des faces de l'autre, *et vice versâ* (*).

48. *Corollaire.* Il suit de là qu'on peut construire le développement d'un angle trièdre dans lequel on connaît les angles que ses faces font entre elles; car, si l'on développe un angle trièdre dont les arêtes fassent, deux à deux, des angles qui soient les supplémens des angles donnés, on pourra, par les moyens indiqués n°s 42 et 43, trouver les angles des faces de celui-ci, qui, d'après

(*) Ceci répond aux triangles sphériques supplémentaires. (*Trig.* 50.) On peut prouver par là que la somme des angles dièdres d'un angle trièdre est toujours > 2 droits et < 6 droits; car la somme des trois angles dièdres du premier angle trièdre, ajoutée à celle des angles plans du second formera toujours 6 droits, tandis que celle des angles plans du deuxième angle trièdre sera < 4 droits et > 0. (*Géom.* 226); il restera donc toujours plus de deux droits, et moins de six pour les angles dièdres du premier angle trièdre.

le théorème précédent, seront mesurés par les suppléments de ceux des arêtes de l'angle trièdre proposé. Dès qu'on sera parvenu à connaître l'un de ces derniers, on pourra développer l'angle trièdre auquel ils appartiennent, et trouver la projection de l'une quelconque de ses arêtes sur le plan des deux autres.

PROBLÈME.

49. *Connaissant dans un angle trièdre, l'angle que forment deux arêtes, et ceux que la face qui les contient fait avec chacune des deux autres, trouver, sur son plan, la projection de la troisième arête.*

La question proposée revient à celle-ci : *Connaissant les angles que deux plans font avec le plan horizontal, et les lignes suivant lesquelles ils le rencontrent, trouver la projection de leur commune section.*

Soient AE′ et Ae′ les communes sections des plans proposés, avec le plan horizontal; G′E′F, g′e′f les angles que chacun des premiers forme avec le troisième; en tirant, par un point g′ pris à volonté sur e′g′, une parallèle à Ae′, cette droite sera (28) la projection d'une ligne horizontale menée dans le plan Ae′f à la hauteur g′f. Fig. 32.

Si l'on conçoit pareillement une ligne horizontale menée dans le plan AE′F, à la même hauteur, elle rencontrera nécessairement celle dont on vient de parler, dans un point de la commune section des deux plans proposés; car elles déterminent ensemble un plan parallèle au plan horizontal : les projections de ces lignes se rencontreront par conséquent dans un point qui sera la projection de l'un de ceux de la troisième arête.

Or, en prenant E′K′ égale à g′f, et menant K′F parallèle à E′G′, on trouvera un point F, tel que sa hauteur G′F au-dessus de sa projection, sera égale à g′f; et par

Fig. 32. conséquent G'O', parallèle à AE' sera la projection de la droite horizontale menée dans le plan AE'F, à la même hauteur que la première que nous avons construite: O' sera donc la projection d'un point pris sur la commune section des plans Ae'f et AE'F, ou sur la troisième arête. La hauteur du point dont O' est la projection, est donnée par la construction même, puisqu'elle est égale à G'F, comme celle de tous les points qui répondent au-dessus des droites g'f et G'F.

PROBLÈME.

5o. *Connaissant dans un angle trièdre deux faces et l'angle qu'elles comprennent, construire le développement de cet angle trièdre.*

Fig. 33. Supposons d'abord qu'on ait rabattu l'une des faces données A*f*f dans le plan de l'autre A*f*F; si par un point *f*, pris à volonté sur l'arête commune A*f*, on élève une perpendiculaire *f*f, elle décrira, dans le développement, un plan perpendiculaire à cette arête. C'est dans ce plan que doit se trouver l'angle qui mesure celui que les faces données font entre elles; faisant donc sur *f*F, l'angle F''*f*F égal à l'angle connu, en prenant *f*F'' égale à f*f*, on aura ainsi la situation du point f à l'égard de la ligne *f*F, lorsqu'il est dans sa position naturelle. Mais il est aisé de voir que les trois points *f*, F'' et F, déterminent la base de la pyramide formée par l'angle trièdre proposé, et par le plan qu'on a mené perpendiculairement à l'arête A*f*; de plus, la face qu'on cherche, devant s'appuyer sur AF, et se réunir avec les triangles A*f*f et *f*fF'', suivant les lignes Af et *f*F'', elle ne saurait être que le triangle A*f*F décrit sur les trois côtés AF, Af et *f*F'' (*).

(*) Ceux de nos lecteurs à qui la Trigonométrie sphérique est familière, reconnaîtront sans peine, dans les problèmes précédens,

PROBLÈME.

51. *Les projections d'un point étant connues sur les plans coordonnés, projeter ce point sur d'autres plans donnés.*

La définition que nous avons donnée des projections, réduit le problème proposé à la recherche de la rencontre du plan donné, et de la perpendiculaire menée sur ce plan, par le point qu'on veut projeter de nouveau; or il n'y a rien là qu'on ne puisse exécuter à l'aide de ce qui précède.

Mais ce qui caractérise particulièrement la question que nous avons en vue, c'est de marquer sur le plan donné le point de rencontre dont on vient de parler, afin qu'en opérant semblablement sur plusieurs points de l'espace, on puisse déterminer leurs projections respectives sur ce plan.

Pour cela il faut déterminer la position de chacune des projections qu'on cherche, par rapport à deux droites prises dans le plan donné, et dont la situation soit connue à l'égard des plans coordonnés. La commune section du plan donné avec le plan horizontal, et celle qu'il aurait avec un plan vertical perpendiculaire à cette ligne, sont très propres à cet usage: il ne s'agit donc plus que de trouver la distance des projections cherchées, à chacune de ces droites. Soient N'*M*N'' le plan proposé, P' et P'' les projections du point donné; celles de la perpendiculaire menée de ce point sur le plan proposé, sont P'p' sur le plan horizontal, et e''q'' sur le plan vertical perpendiculaire à *M*N', qu'on sup- Fig. 34.

---

les principales questions de cette Trigonométrie, et cela leur suffira pour résoudre de la même manière toutes celles qui pourront se présenter.

Fig. 34. pose ici rabattu sur le plan horizontal après avoir tourné autour de N'E' : on aura N'q'' (35) pour la distance du point de rencontre de la perpendiculaire et du plan proposé, à la droite MN'.

Si maintenant on conçoit que le plan N'MN'' tourne autour de la commune section MN', pour se rabattre sur le plan horizontal, la ligne N'q'', qui, dans sa position naturelle, est perpendiculaire à MN', viendra se coucher sur N'E' ; d'où il suit que la projection cherchée sera à une distance de MN' égale à N'p ; elle se trouvera donc sur pp' parallèle à MN' ; mais cette projection étant dans le plan vertical élevé sur P'p', elle sera portée sur cette droite, dans le mouvement supposé, et par conséquent elle tombera en p'.

On pourra joindre à la projection qu'on vient de trouver, une autre projection sur le plan vertical passant par N'p, en observant que les hauteurs au-dessus du plan N'MN'' sont égales aux perpendiculaires, telles que e''q'', abaissées des points proposés, rapportés dans le plan vertical dont il s'agit, sur N'q''. Or cette droite se trouve couchée sur N'p, lorsqu'on a rabattu le nouveau plan de projection sur le plan horizontal : c'est donc par le point p qu'on doit élever pp'' perpendiculaire à N'p et égale à e''q''.

Les nouveaux plans coordonnés sont le plan N'MN'' et un plan perpendiculaire à celui-ci, passant par N'p.

Je me suis un peu étendu sur ce problème, parce qu'il peut entrer comme auxiliaire dans la solution de beaucoup d'autres.

52. *Corollaire Ier.* En rapportant de cette manière deux points sur le plan proposé N'MN'', on trouvera sur ce plan la projection de la droite qu'ils déterminent.

53. *Corollaire II.* Réciproquement, lorsque l'on connaîtra la position d'un point par rapport aux nouveaux plans que nous venons de considérer, on pourra trouver ses projections sur les plans coordonnés primitifs. Fig. 34.

On prendra N'q'' égale à N'p, et élevant q''e'' égale à pp'', perpendiculairement sur N'q'', on mènera e''P'' parallèle à MN', qui, par sa rencontre avec P'p', donnera la projection cherchée sur le plan horizontal BAC: celle-ci étant rapportée sur le plan vertical DAB, à une hauteur PP'', égale à E'e'', déterminera la projection P'' sur ce dernier plan.

PROBLÈME.

54. *Deux plans étant donnés, ainsi qu'une ligne droite située dans l'un, mener dans l'autre une ligne qui fasse avec la première un angle donné.*

Il est évident que pour que ces deux lignes fassent entre elles un angle, il faut qu'elles se rencontrent; et comme elles sont dans deux plans différens, cela ne peut arriver que dans la commune section de ces plans.

Cela posé, on fera sur le premier plan ABC, qui contient la ligne donnée G'E, un angle F'G'E égal à l'angle connu; on concevra que cet angle tourne autour de G'E, jusqu'à ce que son autre côté, G'F', vienne s'appliquer sur le second plan CAD; et comme le sommet G' est déjà dans ce plan, il ne s'agit que de trouver encore un point qui soit sur la droite G'F', prise dans cette position. Fig. 35.

Si l'on mène sur G'E, par le point E, la perpendiculaire EF', le point F', dans le mouvement qu'on vient d'indiquer, décrira un cercle qui rencontrera le plan CAD au point cherché. Il est aisé de voir que le plan de ce cercle, sera perpendiculaire au plan ABC; car, étant engendré par la ligne EF', il sera perpendiculaire à la droite $G'E$ qui se trouve dans celui-ci : mais

Fig. 35. les points de rencontre du cercle avec le plan CAD, doivent être placés sur la droite qui est l'intersection de ce plan avec celui qui est engendré par EF', et qui contient le cercle dont il s'agit. On a donc, dans un seul plan, tout ce qu'il faut pour résoudre la question proposée; car on peut, par le problème précédent, trouver dans ce plan sa commune section avec CAD, et décrire le cercle engendré par le point F'.

Supposons donc que le plan décrit par EF' soit rabattu sur le plan horizontal ABC; sa commune section EE'' avec le plan vertical étant perpendiculaire à EF', tombera sur $G'E$, et le point E'' sera porté en E : voilà déjà un des points de la commune section du plan $E''EF'$ avec le plan CAD. Pour en trouver un autre, je cherche la hauteur FF'' du point correspondant à F' dans le plan CAD; car ce point étant placé dans la verticale élevée en F', sera aussi dans le plan $E''EF'$. Prenant FF' égale à FF'', la droite FE sera la commune section cherchée du plan CAD avec le plan vertical élevé sur EF'; le cercle F'Kk, décrit du point E comme centre et d'un rayon EF', la rencontre en K et k : il ne faut plus que rapporter ces points sur le plan ABC, opération suffisamment indiquée dans la figure.

Le problème a deux solutions; car G'F', dans le mouvement qu'on lui suppose, décrit un cône qui doit en général rencontrer deux fois le plan CAD. Il peut arriver aussi que ce plan ne soit que touché par le cône, et enfin qu'il n'en soit pas même atteint.

Il est à propos de remarquer que l'angle DAB est la projection sur le plan vertical, de l'angle $F'G'E$ situé dans la position qu'il doit avoir, et que par conséquent on aurait pu énoncer la question suivante :

Connaissant la projection d'un angle, et la position d'un de ses côtés, trouver celle de l'autre.

PROBLÈME.

55. *Les projections d'une droite située dans l'espace étant données, mener un plan qui passe par cette droite, et qui fasse avec le plan horizontal un angle donné.*

Soient P'G' et P''G les projections de la droite donnée ; supposons que le plan cherché soit N''MN', et qu'on ait sa commune section avec le plan horizontal ; il est évident qu'elle doit passer par le point G', où la ligne donnée rencontre celui-ci. Fig. 36.

Concevons à présent qu'on ait mené, par un point P de la ligne donnée, un plan perpendiculaire à cette commune section ; les lignes P'E', PE', P'P, suivant lesquelles ce nouveau plan rencontre l'horizontal, le plan donné et le plan projetant de la droite donnée, forment un triangle rectangle en P', dans lequel on connaît le côté P'P et l'angle PE'P' : il est donc facile de le construire, ce qui déterminera P'E'. Mais, parce que le plan PE'P' est perpendiculaire à la ligne G'N', le triangle G'E'P' sera rectangle en E' ; on y connaît d'ailleurs les côtés G'P' et P'E' : on pourra donc le construire, et trouver le point E', ce qui donnera la commune section G'N' du plan horizontal avec le plan cherché ; il ne faudra plus qu'assujettir celui-ci à passer par le point P de la ligne donnée, ce qui sera facile (31).

La seconde figure de cet article a les mêmes lettres que la première : elle renferme de plus la construction des triangles rectangles e'P'P et G'P'E' ; le premier a pour côté P'P égal à PP'', et l'angle e'PP' est le complément de l'angle donné. On décrit ensuite sur G'P', comme diamètre, un cercle dans lequel on prend la corde P'E', égale à P'e' ; le triangle P'E'G' construit ainsi, est le même que le triangle P'E'G' de la première figure.

56. *Corollaire.* Si le plan cherché devait faire l'angle donné, non pas avec le plan horizontal, mais avec un plan quelconque, il faudrait projeter la ligne donnée sur ce plan, ainsi qu'il a été dit n° 52 ; et le problème reviendrait alors au précédent. Lorsqu'on aurait trouvé la commune section du plan donné et du plan cherché, on aurait deux droites qui détermineraient ce dernier.

PROBLÈME.

57. *Deux droites qui ne se coupent point, étant données dans l'espace, trouver leur plus courte distance.*

Supposons d'abord que l'une des droites données soit perpendiculaire au plan horizontal, elle y sera repré-
Fig. 37. sentée dans un seul point M′; et sur le plan vertical, sa projection sera MM'' perpendiculaire à AB.

On mènera M′P′ perpendiculaire à P′H′, projection de la deuxième droite donnée sur le plan horizontal, et ce sera la plus courte distance demandée.

En effet, on a vu, n° 16, que la distance de deux points donnés de l'espace, et sa projection sur le plan horizontal, font partie d'un triangle rectangle, dont la première est l'hypoténuse, et la seconde le côté : il suit donc de là que celle-ci est plus courte que l'autre. Or M′P′ étant perpendiculaire sur P′H′, est la plus courte de toutes les projections horizontales des distances des points pris sur les deux lignes données; et cette projection n'est autre chose que la distance de deux points placés à la même hauteur au-dessus du plan horizontal, dans l'une et l'autre droite : ainsi, d'après ce qui précède, il est évident que cette distance est la plus courte qui puisse exister entre les lignes données.

On trouvera les points où elle a lieu, en cherchant, sur la ligne P″H″, le point correspondant à P′, et en prenant, sur la projection verticale de l'autre droite

donnée, un point M″ placé à la même hauteur au-dessus du plan horizontal. Fig. 37.

Si les droites étaient situées d'une manière quelconque par rapport aux plans coordonnés, on les projetterait (52) sur un plan perpendiculaire à l'une d'elles; et la solution qu'on vient de donner serait alors applicable à ce cas général.

58. On peut encore trouver la plus courte distance de deux droites M′N′ et EF, en menant, par la première, un plan H′G′ parallèle à la seconde (*Géom.* 218), puis en abaissant d'un point quelconque de la seconde, une perpendiculaire EE′ sur ce plan; cette perpendiculaire est la plus courte distance cherchée, et détermine le plan FEE′ qui rencontre la droite M′N′ au point P′, où elle s'approche le plus de EF. Voici comment on effectue ces opérations. Fig. 38.

$E''P''$ et $E'P'$ } sont les projections de la première ligne donnée; Fig. 39.

OM'' et $O'M$ } celles de la seconde.

E′ est le point où la première ligne donnée rencontre le plan horizontal; et E′L′, EL'' sont les projections d'une ligne menée par ce point, parallèlement à la seconde ligne donnée, pour déterminer un plan qui soit parallèle à cette dernière.

On a construit, par le procédé du n° 36, le plan qui passe par la ligne menée ci-dessus, et par la première des droites données; ce plan est $G'GG''$; et comme il est parallèle à la seconde droite donnée, il ne s'agit plus que d'abaisser d'un point quelconque de cette dernière, une perpendiculaire sur ce plan: c'est ce qui a été fait par le point dont les projections sont O′ et O.

Fig. 39. On a cherché, ainsi qu'il a été dit n° 25, la rencontre de cette perpendiculaire avec le plan G′GG″, et l'on a trouvé N′ et N″ pour ses projections.

Afin de connaître le point où la plus courte distance a lieu, on a tiré par le point N′, parallèlement à *M*O′, projection horizontale de la seconde droite, une ligne N′P′ qui est évidemment la projection, sur le plan horizontal, de la rencontre du plan G′GG″, avec un plan qui lui serait perpendiculaire, et qu'on aurait mené par la deuxième droite donnée, puisqu'elle appartient à une droite parallèle à celle-ci, et qui passe par le pied de la perpendiculaire abaissée de cette droite sur le plan dont il s'agit, ou autrement, c'est la projection de la droite E′F′ de la figure 38.

Le point P′ où la ligne N′P′ rencontre la projection horizontale E′P′ de la première ligne donnée, est la projection du point P′ de la fig. 38, et par conséquent celle du point où la première droite s'approche le plus qu'il est possible de la seconde. La droite élevée par ce dernier, perpendiculairement au plan G′GG″, est la plus courte distance demandée; ses projections sont P′K′, P″K″, parallèles à N′O′, N″*Q*; et l'on trouvera sa longueur par le n° 16.

THÉORÈME.

59. *La somme des quarrés des cosinus des angles qu'un plan quelconque fait avec trois autres perpendiculaires entre eux, est égale au quarré du rayon.*

Fig. 40. Si, par le point M, on imagine un plan BCD, perpendiculaire à la droite AM, les intersections BN′, BN″ et CN‴, de ce plan, avec chacun des plans coördonnés, seront respectivement perpendiculaires aux projections M′A, M″A et M‴A de la ligne AM; et les plans projetans AN′M, AN″M, AN‴M appartenans à cette droite, détermineront, par leurs intersections avec le plan

BCD et les plans coordonnés, les angles qu'il forme avec chacun des derniers. Fig. 40.

Dans les triangles AM′M, AM″M, AM‴M, les lignes MM′, MM″, MM‴ représenteront les sinus des angles MAM′, MAM″, MAM‴, en prenant AM pour rayon, ou les cosinus des angles AN′M, AN″M, AN‴M, dans les triangles AN′M, AN″M, AN‴M, tous rectangles en M; d'où il suit (24) que la somme des quarrés des cosinus des angles que fait un plan quelconque avec trois autres perpendiculaires entre eux, est égale au quarré du rayon.

60. LEMME. *Si l'on a une figure quelconque tracée sur un plan incliné, et qu'on la projette sur le plan horizontal, par des perpendiculaires abaissées de tous les points de son contour sur ce plan, l'aire de la projection sera à celle de la figure proposée, comme le cosinus de l'angle des deux plans est au rayon.*

En effet, soit un trapèze MNPQ, dont les côtés MN et PQ soient perpendiculaires à la commune section AC des plans BAC et DAC; il est aisé de voir que les longueurs des projections M′N′ et P′Q′ sont à celles des côtés correspondans MN et PQ, comme le cosinus de l'angle M′G′M est au rayon; car, MM′ et NN′ étant parallèles, on a Fig. 41.

N′M′ : NM :: G′M′ : G′M :: cos M′G′M : rayon.

Les triangles F′H′P et Q′H′Q, sont semblables aux triangles N′G′N et M′G′M; les parties des premiers seront par conséquent dans les mêmes rapports que celles des seconds.

De plus, il est clair que le trapèze MNPQ et sa projection M′N′P′Q′ sont de la même largeur; ils doivent donc être dans le rapport des *sommes* de leurs côtés parallèles, ou, ce qui revient au même, dans celui de leurs longueurs : on a donc

M′N′P′Q′ : MNPQ :: cos M′G′M : rayon.

Fig. 42. Ce que nous venons de dire du trapèze, convient à un triangle quelconque. En effet, soit le triangle ABC situé dans un plan incliné dont la commune section avec le plan horizontal soit G'H'; si l'on mène AD et CE, perpendiculaires à cette ligne, et qu'on tire par le point B, la droite DE parallèle au côté AC, il est évident que le triangle ABC sera moitié du parallélogramme total DACE, car ils auront l'un et l'autre même base et même hauteur; et cette dernière figure, ayant ses côtés perpendiculaires à la commune section G'H', sera dans le cas du raisonnement que nous avons fait pour le trapèze MNPQ de la fig. 41.

Toute figure pouvant être partagée en trapèzes et en triangles, il s'ensuit que la proposition du lemme est générale, comme le porte son énoncé.

61. *Corollaire.* Il suit du théorème et du lemme précédent, que *si l'on projette une figure plane quelconque, sur trois plans perpendiculaires entre eux, la somme des quarrés des aires de ses projections est égale au quarré de l'aire de la figure proposée.*

Pour démontrer cette vérité, soient S l'aire de la figure proposée, S', S'', S''' celles de ses projections; en nommant A' l'angle que le plan qui la contient fait avec le premier des plans coordonnés, A'' celui qu'il fait avec le second, A''' celui qu'il fait avec le troisième, et R le rayon des tables trigonométriques, on aura

$$S : S' : S'' : S''' :: R : \cos A' : \cos A'' : \cos A''',$$

et en prenant les quarrés,

$$S^2 : S'^2 : S''^2 : S'''^2 :: R^2 : \cos A'^2 : \cos A''^2 : \cos A'''^2;$$

d'où l'on tirera

$$S^2 : S'^2 + S''^2 + S'''^2 :: R^2 : \cos A'^2 + \cos A''^2 + \cos A'''^2;$$

mais par le théorème cité, les deux derniers termes de

cette proportion sont égaux entre eux : il en sera donc de même des deux premiers. Fig. 42.

On ne saurait concevoir en Géométrie le quarré d'une aire, puisque cela supposerait quatre dimensions; mais il faut entendre ici que cette aire et ses projections sont entre elles dans des rapports de lignes telles, que le quarré de la première est égal à la somme des quarrés des trois autres. Il suit de là que le quarré du nombre d'unités de l'aire de la figure proposée, est égal à la somme des quarrés de chaque nombre d'unités pareilles contenues dans ses projections.

62. *Remarque.* On peut arriver immédiatement à un théorème sur les tétraèdres rectangulaires, qui n'est qu'un cas particulier de la proposition précédente.

En effet, soit ABCD une pyramide triangulaire dont trois faces soient perpendiculaires entre elles; il suit de cette hypothèse que les triangles DAC, DAB et BAC, qui forment ces faces, sont les projections du triangle *hypoténusal* BDC : mais à cause que AD est perpendiculaire sur le plan BAC, on a Fig. 43.

$$\left.\begin{aligned} \text{DAC} &= \frac{\text{AC} \times \text{AD}}{2} \\ \text{DAB} &= \frac{\text{AB} \times \text{AD}}{2} \end{aligned}\right\} ; \text{ d'où l'on tire, en quarrant,}$$

$$\overline{\text{DAC}}^2 + \overline{\text{DAB}}^2 = \frac{\overline{\text{AC}}^2 \times \overline{\text{AD}}^2 + \overline{\text{AB}}^2 \times \overline{\text{AD}}^2}{4}, \text{ ou}$$

$$= \left(\frac{\overline{\text{AC}}^2 + \overline{\text{AB}}^2}{4}\right) \times \overline{\text{AD}}^2. \text{ De plus, le triangle rectangle}$$

BAC, donnant

$$\overline{\text{AC}}^2 + \overline{\text{AB}}^2 = \overline{\text{BC}}^2,$$

Fig. 43. il vient $\overline{DAC}^2 + \overline{DAB}^2 = \frac{\overline{BC}^2 \times \overline{AD}^2}{4}$,

Ensuite, soit mené par la ligne AD, le plan DAE perpendiculaire sur BC; il rencontrera AC et DBC, suivant les droites AE et DE, toutes deux perpendiculaires à BC; et l'on aura par conséquent

$$BAC = \frac{BC \times AE}{2} \quad \text{et} \quad BCD = \frac{BC \times DE}{2}.$$

Quarrant les deux membres de la première de ces équations, et l'ajoutant, ainsi préparée, avec celle qu'on a déjà obtenue, il viendra

$$\overline{DAC}^2 + \overline{DAB}^2 + \overline{BAC}^2 = \frac{\overline{BC}^2 \times \overline{AD}^2}{4} + \frac{\overline{BC}^2 \times \overline{AE}^2}{4}$$

$$= \left(\frac{\overline{AD}^2 + \overline{AE}^2}{4}\right) \times \overline{BC}^2;$$

mais, dans le triangle rectangle DAE, on a

$$\overline{AD}^2 + \overline{AE}^2 = \overline{DE}^2:$$

donc

$$\overline{DAC}^2 + \overline{DAB}^2 + \overline{BAC}^2 = \frac{\overline{BC}^2 \times \overline{DE}^2}{4},$$

c'est-à-dire $= \overline{BCD}^2$, d'après la valeur de BCD trouvée plus haut.

Il serait facile de déduire de ce théorème, la proposition générale contenue dans le corollaire précédent.

Elle a été publiée pour la première fois par Tinseau, dans le tome IX des *Savans étrangers;* mais Degua l'a revendiquée dans les *Mémoires de l'Académie des Sciences*, pour 1783 (page 381), où il traite spécialement des pyramides triangulaires.

DE LA SPHÈRE.

PROBLÈME.

63. *Trouver la position et la grandeur du cercle qui est l'intersection d'une sphère et d'un plan donnés.*

Il suffit pour cela (*Géom.* 285) d'abaisser une perpendiculaire du centre de la sphère sur le plan coupant; et ayant déterminé la rencontre de cette ligne et du plan proposé, on aura le centre du cercle demandé.

L'opération sera très simple, si l'on prend le plan des projections verticales, DAB, perpendiculaire à la commune section AC du plan proposé et du plan horizontal, ce qui est toujours possible. Alors O′ et O″ étant les projections du centre de la sphère, si on la suppose coupée par un plan vertical mené par la ligne H′O′ perpendiculaire à AC, ce plan passera par le centre de la sphère, et contiendra la perpendiculaire abaissée de ce point sur le plan proposé DAC; mais il est parallèle au plan vertical DAB: on peut donc imaginer qu'il vienne s'appliquer sur celui-ci, sans qu'aucune des lignes qu'il renferme change de grandeur ni de position par rapport à la commune section H′O′, qui tombera alors sur AB. Cela posé, M″E″N″ sera le grand cercle qui résulte de la section de la sphère par le plan vertical dont on vient de parler; la perpendiculaire O″G″ déterminera (35) la projection verticale G″ du centre de la section cherchée. On en déduira la projection horizontale G′; et rapportant (51) ce centre en G, sur le plan DAC, supposé rabattu dans le plan horizontal, on décrira avec le rayon G″M″, le cercle MN qui sera la commune section de la sphère et du plan proposés (*). Fig. 44.

(*) La projection de ce cercle sur le plan horizontal serait une

THÉORÈME.

64. *Si l'on joint deux points d'une sphère par une droite, et qu'on élève un plan perpendiculaire sur le milieu de leur distance, ce plan passera par le centre de la sphère.*

En effet, ce plan passant par tous les points également éloignés des deux points proposés, passera nécessairement par le centre de la sphère qui jouit de cette propriété.

PROBLÈME.

65. *Trouver le centre et le rayon d'une sphère, lorsqu'on connaît la position de quatre points par lesquels elle doit passer.*

On joindra, sur chacun des plans coordonnés, la projection d'un de ces points avec celle des autres, par trois lignes droites, qui seront les projections des lignes menées par les points donnés dans l'espace ; on élèvera sur le milieu de chacune de ces dernières un plan qui lui soit perpendiculaire : ces trois plans devant contenir le centre de la sphère, il sera placé à leur intersection qu'on trouvera aisément (23, 25).

Quant au rayon de la sphère, il n'est autre que la distance du centre à l'un des points donnés ; et sa construction sera facile, lorsqu'on connaîtra la position de ce centre.

Nous n'entrerons point dans le détail des opérations

---

ellipse qui aurait son centre en G′ et son petit axe égal à *MN*. Je ne l'ai point construite, parce que le cercle MN se décrit plus facilement, et peut tenir lieu de cette projection. On voit que M″N″ : *MN* :: AM″ : *AM* : c'est-à-dire que le grand axe est au petit axe, comme le rayon est au cosinus de l'angle formé par le plan du cercle et le plan horizontal.

à exécuter pour résoudre ce problème, puisque nous les avons déjà exposées chacune en particulier ; nous placerons ici une seconde solution relative à un cas plus simple que le cas général, mais auquel celui-ci peut se ramener aisément.

Soient P′, Q′ et *R* trois points donnés, situés sur le plan horizontal ; par l'un de ces points, *R*, et par la projection *E* du quatrième, E″, on mènera le plan vertical DAB ; on déterminera le centre O′ du cercle qui passe par les trois points P′, Q′ et *R* : il est clair que la verticale élevée par ce point passera par le centre de la sphère. Menant ensuite un plan perpendiculaire sur le milieu H″ de la ligne *R*E″ qui joint les deux points donnés *R* et E″, ce plan coupera, en O″, la projection de la verticale élevée par le point O′. On aura par ce procédé la projection du centre de la sphère sur le plan vertical ; et, comme on l'a déjà sur le plan horizontal, il sera facile de trouver le rayon, qui n'est que la distance du centre à l'un des points donnés. Fig. 45.

Il est évident que ce procédé s'appliquerait au cas général, en cherchant d'abord le plan qui passe par trois quelconques des points donnés (*).

PROBLÈME.

66. *Trouver l'intersection de deux sphères données de grandeur et de position.*

Il est évident que cette intersection est un cercle ; car si l'on conçoit un plan vertical *MNN′M′* passant par le centre des deux sphères, il les coupera respectivement dans leurs grands cercles GIE et GIF ; et si Fig. 46.

(*) Ce problème se trouve dans les *Opera varia* de Fermat, à la tête de son Traité *de Contactibus Sphericis* (page 74), et il est résolu à peu près comme ci-dessus.

Fig. 46. l'on imagine ensuite que ces cercles tournent autour de la ligne MN qui joint leurs centres, ce mouvement engendrera les deux sphères à la fois, tandis que les points I et G en produiront la commune section, qui, comme on le voit, sera un cercle ayant pour rayon GH, et situé dans un plan perpendiculaire à MN.

Cette commune section est entièrement déterminée, et peut être aisément décrite (63); car son rayon est IH, et son plan GO'K', perpendiculaire à MN, rencontre BAD suivant GO', et BAC suivant K'O', perpendiculaire à AN'.

67. *Corollaire I.* Si l'on avait trois sphères, on trouverait de la manière suivante les deux points où elles se rencontrent toutes à la fois.

On combinerait ensemble la première et la deuxième pour en trouver l'intersection, ainsi qu'on l'a fait dans le problème précédent; ensuite on opérerait semblablement sur la première et la troisième : on aurait de cette manière deux plans qui contiendraient les points cherchés; et lorsqu'on aurait construit dans l'un, la droite suivant laquelle ils se rencontrent, il ne s'agirait plus que de déterminer ses intersections avec le cercle qui est la rencontre de l'une des sphères et du plan sur lequel on a construit.

Je laisse au lecteur le soin d'exécuter les détails de cette solution, ce qu'on peut faire avec plus ou moins d'adresse par les méthodes que j'ai exposées dans le cours de cet ouvrage; j'indiquerai seulement la route à suivre pour les cas où les centres des trois sphères seraient placés sur le plan horizontal. Il est évident qu'on peut ramener tous les autres à celui-là, en changeant convenablement de plans coordonnés.

Fig. 47. Soient donc M', N' et P' les centres de trois sphères

données; il est évident que la commune section des deux premières se trouvera dans le plan vertical élevé sur la ligne G'I' (n° précédent). En combinant ensemble la première sphère et celle qui a son centre au point P', on trouvera une seconde ligne g'i', par laquelle passera le plan vertical contenant la commune section de ces sphères. Fig. 47.

Le point H', qui représente la projection de la ligne suivant laquelle se coupent ces deux plans verticaux, sera aussi la projection horizontale des points d'intersection demandés.

Si maintenant on décrit sur g'i', le cercle qui est la commune section de la première et de la troisième sphère, on trouvera deux points H, qui donneront H'H pour la distance de ceux qu'on cherche, au plan horizontal; l'un sera placé au-dessus et l'autre au-dessous.

Il est aisé de voir que la question résolue ci-dessus revient à *trouver les projections d'un point, lorsqu'on connaît ses distances à trois autres points qui sont donnés de position.*

68. *Corollaire II.* Si l'on relève les triangles M'P'g', N'P'K' et N'M'I', en les faisant tourner autour des lignes P'M', P'N' et N'M', les points g', K' et I' se réuniront dans un seul, et il en résultera une pyramide dont la base sera le triangle M'N'P', et les arêtes seront les rayons des sphères données: nous avons donc le moyen de construire une pyramide triangulaire dont on connaît toutes les arêtes, et d'en trouver la hauteur, les angles, etc.

PROBLÈME.

69. *Mener un plan qui touche dans un point donné, une sphère donnée.*

Il suffit pour cela (*Géom.* 294) de mener un rayon

par le point proposé, et de construire le plan qui est perpendiculaire à l'extrémité de ce rayon.

Tout ceci s'exécute sans aucune difficulté; il est bon seulement de remarquer comment un point peut être donné sur la surface d'une sphère. Il existe entre les deux projections de ce point une dépendance mutuelle qui fait que l'une étant prise à volonté, l'autre s'ensuit nécessairement.

En effet, on voit d'abord que la projection sur le plan horizontal, par exemple, ne doit pas se trouver hors du cercle qui a pour rayon celui de la sphère, et pour centre la projection du centre de celle-ci sur le plan horizontal; car si l'on imagine un plan passant par le centre de la sphère et parallèle au plan horizontal, il la coupera dans un grand cercle, qui étant projeté sur le dernier plan, ne changera pas de grandeur, puisque l'ensemble des perpendiculaires abaissées pour former sa projection composera un cylindre droit, dont la base est toujours égale aux sections faites par les plans qui lui sont parallèles.

Fig. 48. Cela posé, ayant pris le point P' pour la projection horizontale d'un point de la sphère, on construira aisément la section de celle-ci par le plan vertical mené par ce point et le centre, puisque cette section est un grand cercle; et élevant la perpendiculaire P'P, on trouvera les hauteurs du point proposé, au-dessus du plan horizontal.

L'inspection de la figure fait connaître qu'il y a deux points de la sphère qui ont la même projection sur le plan horizontal; et pour mener les plans tangens aux points P, il suffira de construire par ces deux points un plan perpendiculaire à chacun des rayons MP, ainsi qu'on l'a vu n° 35.

70. *Remarque.* Nous avons toujours exécuté les

constructions dans les plans qui les contiennent réelle- Fig. 48.
ment, parce qu'il en résulte une plus grande facilité pour se représenter l'état de la question, en concevant que ces plans soient relevés dans la situation qu'ils ont dans l'espace.

Ce moyen très commode, souvent même nécessaire pour les démonstrations, ne convient pas toujours à la pratique, dans laquelle il est important de faire le plus petit nombre d'opérations possible, surtout lorsque l'on trace en grand, et de choisir ces opérations d'une manière convenable à la nature des instrumens qu'on emploie.

Il faut alors tirer parti des lignes menées et des plans déjà établis dans la figure, ce qui exige dans l'exposé des solutions quelques détails de plus, et justifie un peu la prolixité des descriptions d'*épures* (*) données par ceux qui n'ont envisagé cette branche de la Géométrie que du côté de ses applications aux arts seulement.

Pour moi, qui me suis proposé de la réduire à un petit nombre de questions élémentaires et liées entre elles, j'ai dû choisir une marche telle, que la solution de chaque problème fût aisée à énoncer et à suivre; cependant, pour faire connaître en quoi peuvent consister les simplifications dont je viens de parler, je vais montrer comment, avec le plan vertical et le plan horizontal seuls, on peut avoir les projections de tous les points d'une sphère.

Il est évident que le plan vertical P'M'MP peut être conçu enlevé de sa place, et transporté sur le plan coordonné DAB, de manière que l'angle droit

(*) On appelle *épure*, en terme de coupe des pierres, la construction exécutée d'un problème de ce genre.

Fig 48. MM'P soit appliqué sur l'angle droit M''*M*A ; alors toutes les constructions qu'on suppose sur le premier plan, dont la position change avec celle du point que l'on considère, pourront s'exécuter sur le second, d'une manière uniforme pour tous les cas. Ainsi l'on prendra *Mp* égale à M'P', et l'on élèvera *pp''* perpendiculaire sur AB ; elle rencontrera le grand cercle de la sphère tracé sur le plan DAB, en deux points p'', p'', qui donneront les hauteurs des points P de l'espace.

Si l'on rapporte ensuite le point P' sur le plan DAB, on aura en P'', les projections verticales des deux points de la sphère qui répondent au point P' du plan horizontal.

Pour construire le plan tangent, il ne s'agira plus que de mener un plan perpendiculaire à l'extrémité du rayon de la sphère qui passe par le point donné, et dont on a les projections.

PROBLÈME.

71. *Mener par une ligne donnée, un plan tangent à une sphère donnée.*

Nous ne nous proposerons pas de mener par un point donné pris hors d'une sphère, un plan qui lui soit tangent, parce que cette question est indéterminée, comme il est aisé de le voir en imaginant que le plan tourne autour du point proposé, ce qu'il peut faire sans cesser pour cela de toucher la sphère : il n'en est pas de même si l'on se donne une ligne droite.

Pour résoudre cette question, il faut mener par le centre de la sphère, un plan perpendiculaire à cette ligne, chercher le point où il la rencontre, et, par ce point, mener une tangente au grand cercle, qui est l'intersection de la sphère et du plan perpendiculaire à

la ligne donnée; celle-ci et la tangente dont on vient de parler déterminent le plan demandé.

La raison de cette construction est aisée à apercevoir en imaginant un plan M'P'F', mené par le centre de la sphère et la ligne donnée F'E', ainsi que le plan M'P'N perpendiculaire à cette ligne; car alors il suit du n° 35, que le plan NP'F' est perpendiculaire au point N de la droite M'N, et que par conséquent il touche la sphère au point N. Fig. 49.

PROBLÈME.

72. *Mener un plan qui repose sur trois sphères données de grandeur et de position.*

Je suppose qu'on ait pris pour plan de projection horizontale, celui qui passe par les centres des trois sphères, ce qui est toujours possible.

Soit menée une tangente HM, commune aux deux grands cercles qui sont les intersections de la première et de la deuxième sphère, avec le plan horizontal, et dont les centres se trouvent en F et en E; on concevra ensuite que l'angle HMF et tout ce qu'il contient tourne autour de la ligne MF; les deux circonférences qui ont leur centre sur cette ligne engendreront les deux sphères proposées, continuellement touchées par la droite HM dans les différentes positions qu'elle prendra. L'ensemble de ces positions formera un cône droit; car les points de contact seront tous sur les cercles décrits par les points H et K. Fig. 50.

On arrivera aux mêmes conséquences pour les sphères dont les centres sont en F et en G, et la ligne OL engendrera pareillement un cône droit qui enveloppera ces deux corps.

Cela posé, on voit évidemment que les deux cercles décrits par les points O et H, placés sur la même

Fig. 50. sphère, se rencontreront dans un point qui appartiendra en même temps aux deux cônes enveloppans, et dont on trouvera la projection sur le plan horizontal, en menant OR et IIR respectivement perpendiculaires à FL et à FM, puisque ces droites représentent les intersections de ce plan avec ceux dans lesquels se trouvent les cercles dont il s'agit.

Le point dont R est la projection horizontale, étant construit, chacune des lignes tirées de ce point aux sommets L et M des cônes enveloppans, touchera deux des trois sphères, et elles détermineront un plan qui touchera en même temps les trois sphères; car il touchera d'abord la première, parce que, passant par deux tangentes au point dont R est la projection, il sera perpendiculaire au rayon tiré à ce point; il touchera ensuite les deux autres sphères, parce que les droites GN et KE, rayons de celles-ci, étant en situation, lui sont perpendiculaires, comme parallèles au rayon tiré du centre de la première sphère au point dont R est la projection.

Le même plan rencontrera le plan horizontal, suivant la ligne LM qui joint les sommets des cônes: il ne faudra plus que l'assujettir à toucher l'une quelconque des trois sphères, ou à passer par le point dont R est la projection horizontale, ce qui est facile.

73. *Remarque.* La question proposée est donc réduite à trouver les points de concours L et M, des tangentes communes de deux cercles, avec la ligne qui joint leurs centres.

Ce problème, qui est du ressort de la Géométrie ordinaire, n'entre pas dans notre sujet; cependant, comme il ne se trouve pas dans tous les livres élémentaires, nous en donnerons une solution dont l'auteur nous

est inconnu, mais qui est remarquable par sa simplicité. Fig. 50.

Sur la distance GF des deux centres, comme diamètre, on décrit la demi-circonférence FPG; on décrit aussi du point F comme centre, un arc de cercle d'un rayon FQ égal à la différence des rayons des cercles donnés, et par le point P où cet arc rencontre le premier, on mène le rayon OF qui détermine sur la circonférence du plus grand des deux cercles donnés, le point O par lequel doit être menée leur tangente commune.

La démonstration de cette construction est très simple. Il est aisé de voir que l'angle FPG est droit; d'où il suit que OL est parallèle à PG, et s'en trouve éloignée d'une quantité OP qui, par construction, est égale au rayon NG du petit cercle.

74. *Corollaire.* Si l'on imagine un troisième cône qui enveloppe les deux sphères dont les centres sont en E et G, il suit de ce qui vient d'être dit, que ce cône sera formé par toutes les droites qui pourront toucher à la fois ces deux sphères; il contiendra par conséquent sur sa surface, la ligne qui joint les points de contact de chacune d'elles et du plan construit précédemment. Ce cône sera donc touché par le plan dont il s'agit, et cela dans toute l'étendue d'une ligne droite qui passera nécessairement par son sommet, point qui doit aussi se trouver dans le plan qui contient les centres des sphères proposées : il est donc sur la droite LM, intersection de ce plan avec le plan tangent.

De là découle naturellement cette conséquence, que les points de concours des tangentes communes à trois cercles combinés deux à deux, sont placés sur une

Fig. 50. même ligne droite; proposition dont je dois la connaissance à Monge (*).

(*) Le point de rencontre des tangentes communes à deux cercles peut aussi se trouver entre ces cercles; par la même raison, on peut mener des plans tangens communs à trois sphères qui ne les touchent pas toutes d'un même côté. On pourrait demander, par exemple, que l'une d'elles fût touchée dans sa partie inférieure, et les deux autres dans leur partie supérieure. En combinant ces conditions, on trouverait que le problème du n° 72 est susceptible de huit solutions, mais qui se déduisent toutes de la même construction.

FIN DE LA PREMIÈRE PARTIE.

SECONDE PARTIE.

DE LA GÉNÉRATION DES SURFACES.

Dans tout ce qui précède, les points cherchés ont été déterminés par des intersections de plans, et les questions ont été regardées comme résolues dès que l'on a pu assigner la position de ces plans.

Les problèmes d'un genre plus relevé dépendent des surfaces courbes : il est donc à propos, avant de chercher à les résoudre, de faire connaître ces surfaces.

De même qu'une ligne courbe tracée sur un plan est une suite de points distingués des autres par une propriété commune, ou, ce qui revient au même, par des rapports entre certaines droites menées de ces points à des lignes ou à des points donnés, de même aussi une surface courbe est l'ensemble des points de l'espace qui jouissent d'une propriété commune, ou qui donnent lieu à certaines relations entre les distances de ces points à des lignes ou à des plans donnés.

Un point qui se meut, suivant une loi quelconque, sur un plan, décrit une courbe. Une ligne courbe qui se meut dans l'espace, ou qui change à la fois de grandeur et de position suivant une loi déterminée, engendre une surface courbe, qui n'est autre chose que l'ensemble des positions successives qu'elle a occupées, ou des formes qu'elle a prises.

Je vais considérer d'abord les surfaces composées de lignes droites.

DES SURFACES CONIQUES.

75. Si l'on conçoit qu'une ligne droite qui se meut dans l'espace, soit assujettie à passer constamment par un point donné, et à suivre le contour d'une courbe donnée de position sur un plan, elle formera une surface dont le cône n'est qu'un cas particulier, dans lequel la courbe prise pour diriger le mouvement de la ligne droite est un cercle. Construire cette surface, c'est assigner la position de ses points relativement à un plan donné; et ce but est rempli lorsqu'on est parvenu à connaître pour chaque point du plan horizontal, la hauteur de celui qui lui correspond dans la surface proposée, ou sa projection sur un plan vertical donné.

Les surfaces de ce genre étant coupées par des plans verticaux assujettis à passer par le sommet, les sections sont des lignes droites. Si, par un point pris sur le plan horizontal, et par le sommet du cône, on mène un plan vertical, sa rencontre avec la courbe donnée fera connaître un point de la ligne droite cherchée, qui doit passer aussi par le sommet du cône. Cette ligne se trouvant tout entière sur la surface du cône, donnera la position d'une infinité de points de cette surface.

Les surfaces coniques coupées par des plans parallèles entre eux, donnent pour sections des courbes semblables entre elles.

Les cônes sont aux pyramides ce que les courbes sont aux polygones inscrits et circonscrits.

Fig. 51. Soit, par exemple, la courbe H′X′ tracée sur le plan horizontal, et supposons que la droite MH′ qui doit se mouvoir le long de cette courbe, soit assujettie à passer constamment par le point M; voici comment on pourra trouver la hauteur PP′ du point P de la surface proposée qui répond au point P′ du plan horizontal.

Si l'on conçoit un plan vertical qui passe par le point P′ et par le sommet M, ce plan coupera la surface conique suivant une ligne droite sur laquelle se trouvera le point cherché ; il n'est donc plus question que de construire ce plan et la ligne qu'il contient. En joignant le point P′ avec le point M′, projection du sommet du cône, on aura la ligne M′H′ qui sera la commune section du plan dont on vient de parler, avec le plan horizontal, ou la projection de la ligne droite menée sur le cône par le point cherché. Il est clair que H′ sera le point où cette dernière rencontrera la courbe : on aura donc pour la déterminer deux points H′ et M, qui étant rapportés sur le plan vertical, en *H* et M″, donneront sa projection *H*M″ ; rapportant aussi P′ sur le même plan, en P″, la hauteur cherchée sera *P*P″. Fig. 51.

Si la courbe X′H′ était un cercle, on aurait le cône désigné dans les élémens, sous le nom de cône oblique ; et si le point M′ était le centre de ce cercle, la surface engendrée serait alors celle du cône droit. Dans tout autre cas, c'est une surface analogue, et que nous désignerons toujours sous le nom de cône, parce que nous attacherons à ce mot l'idée d'une surface composée de lignes droites qui se rencontrent toutes en un seul point.

Une ligne droite étant indéfinie par sa nature, il s'ensuit qu'on peut concevoir la ligne génératrice prolongée autant qu'on le voudra au-dessus du point M ; la surface engendrée par cette portion, sera un cône pareil à celui qui est produit par la portion inférieure au point M, et ils ne constitueront à eux deux qu'une seule et même surface dont ils seront regardés comme des *nappes*, mot analogue à celui de *branche* dans les courbes.

C'est un principe général de considérer comme appartenant à une même surface toutes les parties qui

peuvent être engendrées, soit par le même mouvement, soit par la même courbe, embrassée dans toute l'étendue qu'elle peut avoir.

DES SURFACES CYLINDRIQUES.

76. Le mouvement de la droite génératrice dans les surfaces que nous venons de considérer est déterminé par ces deux conditions : 1°. de passer constamment par un même point, 2°. de suivre le contour d'une même courbe. Ici nous supposons que la droite génératrice reste toujours parallèle à elle-même, dans les différentes positions qu'elle prend en glissant le long de la courbe
Fig. 52. donnée Q'Q'. La surface ainsi engendrée sera analogue à celle du cylindre décrit dans les Élémens, et serait le cylindre même si la courbe Q'Q' était un cercle.

Voici sur quel principe est fondée la construction de la surface proposée.

Il est clair que si on la coupe par des plans verticaux et parallèles à la ligne génératrice, les sections ne pourront être que des lignes droites parallèles à celle-là.

Pour trouver l'ordonnée verticale qui répond à un point quelconque du plan horizontal, il n'y a qu'à mener, par ce point, un plan vertical parallèle à la ligne génératrice, et construire sa commune section avec la surface proposée ; ce qui est facile, puisque la rencontre du plan vertical avec la courbe donnée fera connaître un point de la ligne qu'on cherche, qui d'ailleurs doit être parallèle à la ligne génératrice.

Les surfaces cylindriques coupées par des plans parallèles entre eux donnent toujours la même courbe.

Ces surfaces sont aux prismes ce que les courbes sont aux polygones inscrits ou circonscrits.

Voici les détails du procédé qu'on peut employer pour construire les surfaces cylindriques. Soit N' le

point donné sur le plan horizontal ; on mènera par ce point et parallèlement à H'P', projection horizontale de l'une des positions quelconques de la droite génératrice du cylindre, la droite N'Q' ; cette ligne rencontrera la courbe proposée dans un point Q' qu'on rapportera sur le plan vertical, en Q ; alors menant QN'' parallèle à P''H'', projection verticale de la droite génératrice qu'on a choisie pour terme de comparaison, on rapportera le point N' en N, sur le plan vertical, et NN'' parallèle à AD, sera la hauteur demandée (*).

Si la ligne génératrice était perpendiculaire au plan de la base, et que la courbe donnée fût un cercle, le cylindre serait celui qu'on désigne dans les Élémens sous le nom de cylindre droit.

En général, quelle que soit la courbe Q'Q', elle renferme toutes les projections horizontales des points placés sur la surface du cylindre proposé, lorsque la ligne génératrice est perpendiculaire au plan horizontal sur lequel se trouve cette courbe.

DES COURBES A DOUBLE COURBURE.

77. Si l'on conçoit une suite de points pris sur la surface du cylindre, d'après une loi donnée, l'ensemble de ces points formera une courbe, qui le plus souvent ne saurait être comprise tout entière dans un même plan ; la projection horizontale de cette courbe sera la base du cylindre sur le plan horizontal. Imaginons ensuite que, par chacun des points dont on vient de parler, on abaisse des perpendiculaires sur le plan vertical ; l'ensemble de ces perpendiculaires formera une

(*) Il n'est pas nécessaire que la ligne dont les projections sont H'P' et H''P'', soit une des positions de la droite génératrice du cylindre ; il suffit qu'elle lui soit parallèle.

seconde surface cylindrique qui rencontrera la première, suivant la courbe déterminée par la suite des points proposés ; et les intersections des perpendiculaires avec le plan vertical formeront une courbe qui sera, sur ce plan, la base du deuxième cylindre, et par conséquent la projection de toutes les courbes qu'on pourrait tracer sur ce cylindre. Il suitde là qu'elle appartiendra aussi à la courbe suivant laquelle se coupent les deux cylindres qu'on a considérés.

Cette courbe sera déterminée par ses deux projections ; car elle est donnée par l'intersection de deux surfaces cylindriques perpendiculaires à chacun des plans coordonnés, comme une ligne droite est donnée par l'intersection de ses deux plans projetans. Les cylindres remplacent ici ces plans ; mais deux plans quelconques déterminent, par leur rencontre, une ligne droite, et l'intersection de deux surfaces courbes déterminera une ligne courbe dont tous les points pourront ne pas être dans un même plan. De là résulte la division des courbes en *courbes planes* et en *courbes à double courbure ;* les premières ont tous leurs points situés dans un seul plan : il n'en est pas de même des dernières, qui n'ont jamais qu'un nombre limité de points dans le même plan.

Pour donner un exemple bien simple de ce genre de courbes, soit un cylindre droit à base circulaire, sur la surface duquel on ait posé la pointe d'un compas, et pendant que celle-ci reste fixe, qu'on fasse mouvoir l'autre de manière à reposer toujours sur la surface du cylindre ; la seconde pointe engendrera évidemment une courbe à double courbure, qui aura tous ses points également éloignés de celui sur lequel tombe la pointe fixe. Cette courbe fera donc partie d'une sphère qui aurait pour rayon l'ouverture de compas donnée ; elle

sera par conséquent l'intersection du cylindre proposé avec la sphère.

Cet exemple suffit pour faire voir comment les courbes naissent de l'intersection des surfaces ; c'est pourquoi nous renverrons les problèmes qui regardent les courbes aux articles où nous traiterons de l'intersection des surfaces (*).

Il résulte de ce qui précède, une extension des deux genres de surfaces que nous venons de considérer, savoir, les surfaces coniques et cylindriques : on peut, au lieu des courbes planes que nous avons choisies pour diriger le mouvement de la ligne génératrice dans l'un et l'autre cas, prendre des courbes à double courbure.

Cette circonstance n'ajoute aucune difficulté à la construction des surfaces coniques et cylindriques ; car la courbe directrice étant donnée alors par ses deux projections, quand on a trouvé le point où le plan vertical mené par le sommet du cône, ou parallèlement à la génératrice du cylindre, rencontre la projection horizontale de cette courbe, on rapporte ce point sur la projection verticale, et l'on trouve un point de la projection verticale de la droite qui appartient au cylindre ou au cône proposé : alors il ne reste plus qu'à mener cette droite suivant les conditions données dans les articles précédens.

(*) On a donné le nom de *courbes à double courbure* à celles dont tous les points ne sont pas dans un même plan, parce qu'étant le résultat de l'intersection de deux surfaces courbes, elles partagent la courbure de l'une et de l'autre. On rend cela sensible en supposant une courbe tracée sur un plan, et que ce plan vienne à se gauchir, ou qu'il soit roulé d'une manière quelconque : alors la courbe proposée prend une nouvelle courbure, qui résulte de celle que les circonstances, ou la volonté, ont donnée au plan.

DES SURFACES DE RÉVOLUTION.

78. La sphère, dont nous nous sommes déjà beaucoup occupés, est engendrée par le mouvement d'un demi-cercle tournant autour de son diamètre ; si l'on substitue au demi-cercle, une courbe quelconque, tournant autour d'une ligne prise dans son plan, les surfaces qui naîtront de là, et que nous ferons connaître sous le nom de *surfaces de révolution*, ont toutes une propriété commune, celle de donner des cercles quand on les coupe par des plans perpendiculaires à l'axe de rotation.

Si l'on remarque en outre que tout plan mené par leur axe, coupe ces surfaces suivant leur courbe génératrice, on aura celles de leurs propriétés caractéristiques qui sont nécessaires à leur construction, laquelle peut s'effectuer ainsi qu'on va le voir.

Nous supposerons d'abord que l'axe de rotation soit perpendiculaire au plan vertical ; il est clair que si l'on imagine un plan parallèle à celui-ci, il coupera la surface proposée suivant un cercle qui aura pour rayon l'ordonnée de la courbe génératrice.

Pour exécuter cette construction, il n'y a qu'à imaginer le corps coupé par un plan horizontal, et passant par l'axe de rotation ; la section qu'on obtiendra sera la courbe génératrice, qui, se trouvant dans un plan parallèle au plan coordonné horizontal, ne changera pas de nature étant projetée sur ce dernier.

Fig. 53. Soit donc K′N′ cette courbe ; par le point proposé P′ on lui mène l'ordonnée M′N′ ; c'est le rayon du cercle qui doit contenir le point cherché. Puisque ce cercle est dans le plan vertical N′M′M, passant par le point P′, il aura pour projection sur le plan vertical DAB, un cercle de même rayon, et dont le centre sera en M″,

point de rencontre de l'axe de rotation avec ce plan. Fig. 53.
Rapportant maintenant le point P' en P, et élevant PP'', on aura le plan vertical $P'PP''$, qui coupera le cercle proposé en deux points P, dont les projections verticales seront P''.

79. Les surfaces que nous venons de considérer sont déterminées par une seule courbe; il y en a d'autres pour lesquelles il faut employer deux ou un plus grand nombre de lignes droites ou courbes; mais avant de donner quelques exemples de la génération de ces dernières, nous traiterons des intersections des premières entre elles

DES INTERSECTIONS DES SURFACES COURBES.

80. La méthode la plus naturelle et la plus générale pour construire les intersections des surfaces courbes, consiste à les imaginer coupées par des plans menés suivant certaines conditions. Lorsqu'on a déterminé les sections faites par un même plan dans chacune des deux surfaces courbes proposées, les points qui sont communs à ces deux courbes font nécessairement partie de l'intersection cherchée, puisqu'ils sont à la fois sur l'une des surfaces courbes et sur l'autre.

Les plans coupans peuvent être menés parallèlement à l'un des plans coordonnés. Supposons que ce soit au plan vertical; il sera facile de construire les courbes suivant lesquelles ils rencontrent les surfaces proposées; car tous les points de ces courbes auront leurs projections horizontales dans la commune section du plan coupant qui les renferme et du plan horizontal; et comme ces points sont placés sur des surfaces courbes dont la construction est connue, on pourra trouver la hauteur de chacun d'eux au-dessus de sa projection. Le plan coupant étant parallèle au plan vertical, on pourra rapporter sur le second, tout ce que le

premier contient, sans que les lignes qui s'y trouvent changent de grandeur ou de positions respectives; et par conséquent on aura immédiatement dans la rencontre des sections tracées sur le plan vertical, la projection d'un point de l'intersection des surfaces proposées.

En répétant les opérations indiquées, on trouvera autant de points qu'on voudra de cette intersection.

La méthode que nous venons d'exposer peut s'étendre à toutes les surfaces courbes en général, mais on voit qu'elle exigera presque toujours que l'on construise deux courbes pour trouver chaque point des intersections de ces surfaces, et il arrive dans beaucoup de cas qu'en choisissant les plans coupans d'une manière convenable, les sections à construire ne sont que des lignes droites ou des cercles, et par conséquent n'exigent qu'une opération pour trouver tous leurs points. C'est en se rapprochant le plus qu'il est possible de la génération des surfaces dont on cherche la rencontre, qu'on parvient à des constructions simples et faciles; et l'on en obtiendra de telles, en renonçant quelquefois au système des plans coupans, pour employer des surfaces courbes dont les sections avec chacune des proposées soient aisées à déterminer.

Des exemples particuliers rendront très claires ces notions générales, qui peuvent d'abord paraître compliquées, et montreront comment il faut se conduire dans les cas dont on ne parlera point ici.

PROBLÈME.

81. *Construire l'intersection d'un cylindre et d'une sphère.*

On prendra pour plan des projections horizontales, un plan parallèle à la ligne génératrice du cylindre, et pour plan vertical celui qui est perpendiculaire à cette ligne.

Si l'on imagine ensuite que les plans coupans soient parallèles au plan horizontal, ils rencontreront le cylindre dans des lignes droites parallèles à son axe, et la sphère suivant des cercles dont le centre sera projeté au même point du plan horizontal que son centre; les rayons de ces cercles seront faciles à trouver par ce qui a été dit au n° 63.

Cette construction peut s'exécuter facilement à l'aide des notions qui ont précédé cet article, aussi trouvera-t-on ici peu de détails; et cela, parce qu'il me semble que lorsqu'on a suffisamment indiqué comment il faut mener les plans ou lignes qui résolvent une question, l'ordre, autant que la brièveté, veut qu'on se dispense d'expliquer de nouveau les procédés qui font partie des questions déjà résolues.

Dans les cas dont il s'agit ici, on a mené des droites $g''i''$, parallèlement à AB, dans le plan vertical; elles sont les communes sections de ce plan avec les plans coupans qu'on suppose horizontaux; $g''i''$ est évidemment le rayon du cercle suivant lequel un de ces plans rencontre la sphère dont le centre est projeté en E'' sur le plan vertical, et en E' sur le plan horizontal. Fig. 54.

Les points P''_1 et P''_3, où la ligne $g''i''$ rencontre la base du cylindre, sont les projections verticales de deux droites qui se trouvent sur sa surface, et qui sont coupées chacune en deux points par le cercle de la sphère, compris dans le plan horizontal mené par $g''i''$.

Par conséquent, si, du point E' comme centre et d'un rayon égal à $g''i''$, on décrit un cercle, les points p'_1, p'_3, P'_1, P'_3, où il rencontre les projections des droites dont on vient de parler, appartiennent à l'intersection cherchée de la sphère et du cylindre.

Par le même procédé, on déterminera autant de points qu'on voudra de cette intersection; mais ceux

Fig. 54. qu'il faut s'attacher spécialement à trouver les premiers, sont ses limites. Ainsi, dans l'exemple qui nous occupe, le cylindre pénètre entièrement la sphère, et par conséquent il la rencontre deux fois, savoir, à son entrée et à sa sortie : chaque opération donne à la fois des points de l'une et de l'autre de ces sections, qu'il ne faut pas confondre ensemble, et c'est à quoi l'on parviendra en se représentant la situation respective des deux corps. On verra alors que la plus grande largeur des sections doit se trouver dans le plan coupant mené par l'axe du cylindre ; que les points placés au-dessous de ce plan sont ceux où les sections s'approchent le plus l'une de l'autre, et qu'au contraire les points qui sont au-dessus appartiennent aux branches les plus éloignées.

A l'aide de ces considérations, on sentira aisément que $P'_1\ P'_3\ P'_4\ P'_2$ est la projection sur le plan horizontal, de l'entrée du cylindre dans la sphère, et $p'_1\ p'_3\ p'_4\ p'_2$ celle de la sortie : quant à la projection verticale, elle est commune à toutes deux : c'est le cercle qui sert de base au cylindre, sur le plan vertical.

Fig. 55. La figure suivante représente avec les mêmes lettres le cas où le cylindre n'entrerait pas de tout son diamètre dans la sphère. Il est évident que les points L'_1 et L''_2 donnent alors les limites, et que la section est unique (*).

PROBLÈME.

82. *Trouver les projections de la courbe qui est l'intersection d'une sphère et d'un cône.*

On fera passer les plans coupans par le sommet du cône, et on les supposera perpendiculaires au plan horizontal ; par ce moyen les sections faites dans ce cône

(*) Dans l'un et l'autre exemple, les sections ne sont, analytiquement parlant, qu'une même courbe, donnée par une seule équation.

seront des lignes droites faciles à déterminer, et celles de la sphère seront des cercles dont on trouvera le centre et le rayon par le procédé du n° 63.

En voilà assez pour mettre ceux qui sont familiarisés avec les constructions que nous avons données, à portée de résoudre le problème proposé ; nous ferons seulement remarquer un procédé analogue à celui du n° 70, par lequel on abrège un peu l'opération.

Soit menée, dans le plan horizontal, la droite S'K' qui représente la commune section de ce plan et de l'un des plans verticaux passant par le sommet du cône, point dont les projections sont en S' et S" ; au lieu de rabattre le dernier plan, en le faisant tourner autour de S'K', qu'on le transporte sur DAB, en couchant la ligne S'K' sur AB, de manière que le point S' tombe en S ; alors, en prenant Sk=S'K', on pourra mener les droites S"k, qui seront les sections du cône, par le plan coupant (75). Faisant ensuite mg=S'G', le point g sera la position du centre du cercle dans lequel la sphère rencontre le plan coupant ; car il répond au-dessus de G', à une hauteur égale à celle du centre de cette sphère, qu'on voit projeté en E' et E" : enfin le rayon de ce cercle est gh, égale à G'H' (63). Fig. 56.

Les points p, où le cercle dont on vient de parler coupe les droites S"k, appartiennent à l'intersection du cône et de la sphère proposée. Ils sont au nombre de quatre; deux se trouvent sur la courbe formée par l'entrée du cône dans la sphère, et deux sur celle qui résulte de sa sortie. On appliquera ici les observations que nous avons faites pour le cas du cylindre.

Les points p sont placés dans le plan coupant; pour avoir leurs projections, il faut prendre S'P' égale à p i, et le point P' sera la projection sur le plan horizontal : élevant ensuite P'P", perpendiculaire à AB, la projec-

Fig. 56. tion verticale P'' se trouvera à la rencontre de cette droite et de p i; car le point p étant pris dans un plan vertical, est à la même hauteur que sa projection sur tout autre plan vertical.

Afin de ne pas compliquer la figure, l'opération n'a été exécutée que sur un seul des points p, mais elle aurait lieu de la même manière sur les trois autres.

Quoique la base du cône représenté dans la figure soit un cercle, comme on n'a employé aucune des propriétés qui la caractérisent, on voit que la construction précédente s'étendrait à tout autre cas.

PROBLÈME.

83. *Construire l'intersection de deux cônes.*

Nous supposerons, pour plus de simplicité, que les cônes proposés aient leurs bases sur un même plan, c'est-à-dire que l'on connaisse la courbe suivant laquelle chacun d'eux coupe l'un des plans coordonnés, l'horizontal, par exemple : on verra bientôt que la question peut toujours être ramenée à cet état.

Cela posé, j'imagine un plan passant par la ligne qui joint les sommets des cônes proposés, et tournant autour de cette ligne; ce plan, dans chacune des positions où il rencontrera les cônes, les coupera suivant des lignes droites, qui seront en général au nombre de quatre, savoir, deux pour l'un, et deux pour l'autre; et comme elles sont toutes dans un même plan, celles qui appartiennent au premier cône rencontreront leurs correspondantes sur le second, dans des points qui feront partie de l'intersection de ces surfaces.

Fig. 57. Soient S' et S'', s' et s'' les projections des sommets des cônes, $F'F'$ et $f'f'$ les courbes qui leur servent de base sur le plan horizontal, E' le point où la ligne qui passe par les sommets des cônes proposés rencontre le plan

horizontal; il est évident que le plan coupant, dans toutes ses positions, doit toujours passer par ce point. Fig. 57.

Je mène ensuite la droite E'F' à volonté, mais de manière cependant qu'elle rencontre les deux bases des cônes, et je regarde cette ligne comme la commune section du plan coupant et du plan horizontal.

Je construis (75) les projections des lignes tirées des points F' au sommet du premier cône, et des points f' au sommet du second; ces lignes sont respectivement les projections des génératrices des deux cônes proposés, situées dans le plan mené par la droite qui joint les sommets des cônes et par la droite E'F'; et leurs rencontres, marquées sur chacun des plans coordonnés par les chiffres 1, 2, 3, 4, seront des points de l'intersection demandée.

En jetant les yeux sur la deuxième figure, on concevra facilement que l'un des cônes proposés *pénètre* l'autre, et que des quatre points qu'on trouve par la construction précédente, deux appartiennent à l'entrée, et les deux autres à la sortie du cône *pénétrant*.

84. *Corollaire Ier.* S'il s'agissait de trouver l'intersection d'un cône et d'un cylindre, il faudrait imaginer par le sommet du cône, une droite menée parallèlement à la génératrice du cylindre; alors tous les plans passant par cette ligne couperaient le cylindre et le cône proposés, suivant des droites, et la construction serait la même que dans le cas précédent.

85. *Corollaire II.* Enfin, si l'on demandait l'intersection de deux cylindres, il faudrait les imaginer coupés par des plans parallèles à leurs génératrices; et dans le cas où ces cylindres auraient leurs bases sur le même plan, la construction deviendrait analogue à celle qui ét é indiquée ci-dessus pour les cônes.

En effet, on déterminerait (21 et 36) la ligne suivant laquelle un plan parallèle aux génératrices rencontrerait le plan horizontal (*), et l'on mènerait ensuite tant de lignes qu'on voudrait parallèlement à celle-ci. Les points où elles couperaient les bases des cylindres proposés, seraient placés sur des génératrices prises dans le même plan, et dont on construirait les projections (76); leurs rencontres mutuelles détermineraient des points de la section demandée.

86. *Remarque.* Nous ne saurions entrer ici dans le détail des procédés qu'on pourrait adopter pour les différens cas particuliers. Cet objet n'a d'ailleurs aucune difficulté; et quand on s'est habitué au genre de considérations qu'il comporte, on trouve soi-même les simplifications dont les méthodes générales peuvent être susceptibles.

Nous avons supposé que les bases des cônes ou des cylindres proposés étaient sur un même plan; quoique cela n'arrive pas toujours, on peut l'obtenir facilement, puisqu'il n'est besoin que de prolonger jusqu'à la rencontre du plan horizontal les génératrices, construites comme on l'a vu (75 et 76).

On pourrait même se passer de cette opération préparatoire, en menant effectivement les plans coupans suivant les conditions données, et en déterminant leur rencontre avec les courbes qui servent à diriger les mouvemens des droites génératrices; mais ce moyen n'est guère commode, surtout quand les courbes dont il s'agit ne sont pas planes.

(*) Pour construire un plan suivant ces conditions, il suffit d'imaginer par un point quelconque deux lignes respectivement parallèles à chacune des génératrices; elles détermineront le plan demandé (36).

Voici un cas particulier qui peut être utile : celui de deux cylindres droits.

Nous prendrons pour plan horizontal un plan parallèle à la fois aux deux axes de ces cylindres, et deux plans verticaux, respectivement perpendiculaires à chacun de ces axes.

Cela posé, si l'on conçoit ces cylindres coupés par des plans horizontaux, les sections résultantes seront des droites parallèles aux axes; mais E″F″ étant la rencontre du plan vertical DAB avec un des plans coupans, EE' et FF' seront les intersections de ce plan et du premier cylindre, projetées sur le plan horizontal; on trouvera celles qui leur correspondent dans le second, en menant dans le plan vertical d a b, perpendiculaire à l'axe du second cylindre, f e parallèle à a b, et éloignée de cette ligne d'une quantité égale à la distance de E″F″ à AB. Il est clair que f e sera la rencontre du plan coupant avec celui de la base du second cylindre; et par conséquent ee' et ff' seront les lignes cherchées, qui rencontreront leurs correspondantes EE', FF', dans le premier, aux points 1, 2, 3, 4, appartenant à la projection horizontale de la commune section demandée. Quant à la projection verticale, elle se trouve sur le cercle qui sert de base au premier cylindre. Fig. 58.

Si l'on demandait la courbe qui serait l'intersection d'un plan quelconque et d'une surface cylindrique ou conique, on pourrait appliquer les méthodes précédentes à ce cas particulier; car un plan appartient également à la famille des surfaces coniques ou à celle des surfaces cylindriques, puisqu'il peut être engendré par une droite assujettie à glisser le long d'une autre, et à passer constamment par un même point pris hors de cette droite, ou à se mouvoir parallèlement à elle-même. Nous ne nous arrêterons donc point sur ce sujet, qui

d'ailleurs est susceptible de simplifications particulières très aisées à découvrir, en choisissant convenablement les plans coordonnés.

Nous observerons, en général, que l'intersection d'une surface courbe et d'un plan quelconque peut toujours se construire facilement, puisque, quel que soit le système des plans coupans, leurs rencontres avec le plan proposé seront toujours des lignes droites faciles à déterminer.

PROBLÈME.

87. *Construire l'intersection de deux surfaces de révolution, dont les axes sont dans un même plan.*

Ce cas particulier, mais cependant assez étendu, mérite d'être traité avec quelque détail, parce qu'il offre l'exemple d'un procédé qu'on peut appliquer souvent avec avantage.

Pour construire les intersections des surfaces, nous avons employé jusqu'ici des plans coupans : ce choix est en effet le plus simple qu'on puisse faire ; mais il est aisé de s'apercevoir que l'esprit de la méthode consiste à couper les deux surfaces proposées par une troisième, parce que les sections qui en résulteront, se trouvant placées sur cette dernière, se rencontreront nécessairement, si les premières ont un point de leur commune section situé dans cette même surface ; et il y a des circonstances où les sections formées par une surface courbe sont plus simples que celles qui résultent d'un plan. Dans le cas actuel, il convient de prendre, au lieu de plans coupans, une suite de sphères ayant toutes leur centre placé à l'intersection des axes des deux surfaces de révolution proposées.

Pour s'en assurer, il faut d'abord observer que deux surfaces de révolution ayant un axe commun, se rencontrent toujours dans un cercle dont le plan est per-

pendiculaire à cet axe, et qui a pour rayon la distance du même axe au point où se coupent les courbes génératrices situées dans un même plan. Cela posé, on voit qu'une sphère dont le centre est au point de rencontre des deux axes des surfaces proposées, pouvant être alternativement considérée comme décrite par la révolution d'un de ses grands cercles autour du premier axe et autour du second, doit couper, suivant des cercles, les deux surfaces proposées : voici l'application de ces remarques.

SE et SF étant les axes, EX et FY les courbes génératrices, du point S comme centre et d'un rayon pris à volonté, on décrit un cercle MN qui appartient à une sphère dont le centre est en S, et qu'on peut regarder comme engendrée par la révolution de ce cercle autour de l'axe SE ; le point N, dans ce mouvement, produit un cercle qui est la commune section de la sphère et de la surface qui a pour génératrice EX. Le plan de ce cercle est perpendiculaire à celui de la figure et passe par NH. En raisonnant de même, on verra que la surface décrite par FY autour de SF, est coupée par la sphère dont on vient de parler, suivant un cercle qui a pour rayon GM, et dont le plan est perpendiculaire au plan de la figure : le point P sera donc la projection horizontale d'un point de l'intersection des deux surfaces de révolution proposées. Fig. 59.

Le procédé étant répété fera connaître autant de points qu'on voudra de cette projection : quant à la projection verticale, on la construira par les hauteurs, comme dans le problème du n° 42, avec lequel celui-ci a le plus grand rapport. On peut en effet arriver à la solution par le moyen de deux cônes ayant même sommet, et se coupant dans toute leur étendue suivant deux lignes droites, qui rencontrent aussi les surfaces de révolution ; et par là on appliquera tout ce

qui est dit dans le n° cité et dans le suivant, à la question dont il s'agit ici.

88. *Remarques.* Pour donner quelques applications des problèmes précédens, nous allons énoncer plusieurs questions qu'on peut résoudre par leur moyen, et sur lesquelles il sera bon de s'exercer.

1°. Supposons que, connaissant les distances d'un point à trois droites données de position, on demande les projections de ce point; il est évident qu'en prenant chacune des lignes données, pour l'axe d'un cylindre droit, dont le rayon serait la distance de cette ligne au point cherché, chacun des cylindres ainsi formés doit contenir ce point : il ne peut donc être qu'à leur intersection.

Mais pour trouver la rencontre de trois cylindres, il faut d'abord chercher les projections de la courbe suivant laquelle se coupent deux quelconques d'entre eux, puis déterminer ensuite les rencontres de cette courbe et du troisième, ou, ce qui revient au même, construire les projections de l'intersection de ce dernier avec un de ceux déjà employés; on aura ainsi deux courbes qui détermineront, par les points où elles se rencontreront, ceux qui sont communs à la fois aux trois cylindres proposés.

Ces deux courbes étant données par leurs projections, les points où celles-ci se rencontreront seront les projections des points demandés.

Il est nécessaire d'appliquer au cas présent ce qui a été dit pour les lignes droites (19).

Toutes les constructions qu'on vient d'indiquer peuvent être exécutées facilement par ceux qui auront compris ce qui précède; ils ne sauraient être arrêtés que par la longueur de l'opération, capable de rebuter peut-être les personnes qui ont peu d'habitude de la règle et du

compas. Au reste, nous dirons ici, pour ceux qui connaissent l'analyse, que la question proposée est en général du huitième degré et à trois inconnues ; il n'est donc pas étonnant que le procédé soit compliqué.

Il se présente un cas assez simple, que nous invitons nos lecteurs à construire d'abord ; c'est celui où les trois droites données sont parallèles à un même plan, qu'on choisira alors pour plan horizontal, et la construction sera celle qu'on a donnée plus haut (85).

2°. Supposons qu'un objet D placé en l'air, un ballon, par exemple, soit vu à la fois de trois points donnés E, G, F', et qu'on observe dans chacun, l'angle que fait le rayon visuel mené au point D, avec la verticale ; on pourra trouver la hauteur de ce point, et sa projection sur le plan horizontal, de la manière suivante. Fig. 60.

On choisira pour plan horizontal le plan P'Q', qui passe par un des points donnés F' ; et puisque la situation des points G et E est connue, on aura leurs projections G' et E' sur ce plan.

Cela posé, concevons que l'un des rayons visuels, DE, par exemple, tourne autour de la verticale E'M qui lui correspond, en faisant constamment avec elle le même angle ; il engendrera un cône droit, sur la surface duquel se trouvera nécessairement le point D. En appliquant ce raisonnement aux deux autres points F' et G, on aura trois cônes qui contiendront le point cherché : il sera donc placé à leur intersection.

Ici, comme dans l'exemple précédent, on cherchera les projections des intersections de l'un des cônes avec chacun des deux autres ; et nous avons donné des méthodes applicables à cette détermination. Mais les cônes proposés ayant leurs axes perpendiculaires à un même plan, et étant droits, il sera commode de prendre les plans coupans parallèles à celui-ci ; il en résultera,

pour les sections de chaque cône, des cercles dont le rayon sera la perpendiculaire menée par le point de l'axe où passe le plan coupant, et terminée à la rencontre du côté; et les cercles ainsi trouvés seront égaux à leur projection sur le plan horizontal. Ces détails suffisent pour achever la construction. On s'assure aisément, par l'analyse, que ce problème n'est que du quatrième degré.

Il est aisé de voir que ce dernier procédé convient également à des surfaces de révolution, dont les axes sont perpendiculaires à un même plan.

3°. Supposons, pour la dernière question, qu'un observateur placé dans un ballon veuille déterminer sa situation, en mesurant les angles que font entre eux les rayons visuels menés à trois points dont la position respective est donnée.

Dans ce cas, on connaît les angles EDF′, GDF′ et GDE, ainsi que la position respective des trois points G, F′ et E; nous supposerons qu'on ait pris pour plan horizontal celui qui est déterminé par les trois points proposés : on a donc alors la base d'une pyramide triangulaire, les angles au sommet, et l'on demande la projection de son sommet, sur la base, ainsi que sa hauteur.

Fig. 61. Soit GEF le triangle de la base; imaginons qu'on ait décrit sur EF, un segment de cercle EKF, capable de l'angle donné EDF′ (*fig.* 60); ce segment, en tournant autour de EF, engendrera un corps qui contiendra sur sa surface tous les points de l'espace, tels que, menant de chacun d'eux des lignes aux points E et F, elles feront un angle égal à l'angle donné : le point D sera donc sur cette surface. Ce raisonnement étant appliqué à chacun des côtés GF et GE, fera connaître deux autres surfaces de révolution, engendrées de la même manière, et contenant aussi le point cherché; ces surfaces auront leurs axes dans le même plan, et l'on en déterminera les inter-

sections par le procédé du n° 87. Les points de rencontre des projections horizontales de ces intersections détermineront le point H, qui sera la projection du sommet de la pyramide, sur le plan de sa base ; et la hauteur sera donnée par la même opération. Fig. 62.

Ce problème, mis en analyse, offre des résultats curieux ; et les formules données par Lagrange dans les Mémoires de l'Académie de Berlin, année 1775, conduisent à l'équation d'une manière très simple. Les considérations géométriques qui ont servi à le résoudre, étant traduites en langage algébrique, mènent à leur tour aux expressions trouvées par cet illustre Géomètre.

Ce problème est en général du huitième degré : on peut cependant, dans sa construction, réduire le nombre des solutions à quatre ; car les corps que l'on emploie, considérés dans toute leur étendue, sont produits par la révolution d'un cercle entier autour de sa corde, mais la partie engendrée par un des segmens appartient aux points dont les rayons visuels font des angles qui sont les supplémens de ceux que donne la partie engendrée par l'autre segment.

Ainsi, dans la construction, on n'emploiera que le segment EKF ; car l'autre segment EkF appartient à un angle qui est le supplément de F'DE (*fig.* 60) (*).

SUITE DE LA GÉNÉRATION DES SURFACES COURBES.

89. Nous avons parlé, dans les articles précédens, de la génération et des intersections des surfaces dont la construction dépend d'une seule ligne directrice ; nous

(*) C'est par la solution de ce problème, que je dois à un élève de l'École de Mézières, où Monge professait, que j'ai eu connaissance de la méthode donnée au n° 87.

Le même problème a été résolu algébriquement par Estève, dans les *Mémoires des Savans étrangers*, tome II, page 408, et par Kramp, dans son *Arithmétique universelle*, page 402.

allons maintenant passer à celles qui exigent le concours de plusieurs : nous commencerons par les surfaces composées de lignes droites.

Pour déterminer le mouvement d'une droite, il faut trois conditions ; car, dire que la ligne droite génératrice est assujettie à passer constamment par un point donné, dans le cas du cône, ou à être parallèle à une même ligne, dans la génération du cylindre, cela équivaut à deux conditions. En effet, un point est donné par ses deux projections ; il en est de même d'une ligne ; la coexistence de ces données offre donc évidemment deux conditions : la courbe suivant laquelle se meut la ligne génératrice est la troisième.

Pour offrir quelques exemples d'une surface engendrée par le mouvement d'une ligne droite assujettie à passer par deux lignes données, supposons d'abord que la première de celles-ci soit une droite verticale, et la deuxième une courbe quelconque donnée par ses pro-
Fig. 62. jections. Le mouvement de la ligne génératrice ne sera pas encore entièrement déterminé ; car, soient XM et EE′ la courbe et la ligne donnée ; tandis que la ligne génératrice EM est fixée par un de ses points sur la courbe XM, elle peut tourner autour de ce point, et parcourir ainsi tous ceux de la ligne EE′. Il faut donc ajouter une nouvelle condition ; et parmi toutes celles que l'on peut choisir, nous supposerons que la ligne EM reste constamment horizontale, c'est-à-dire que le point M et le point E soient toujours à la même hauteur.

La construction de cette surface est on ne peut pas plus facile ; car il n'y a qu'à faire passer par la ligne donnée EE′ et par le point P′, choisi arbitrairement sur le plan horizontal BAC, un plan vertical ; l'ordonnée MM′ de son intersection avec la courbe XM, sera la hauteur du point P au-dessus de sa projection horizontale.

90. Nous donnerons encore un autre exemple de surfaces analogues : nous concevrons que deux courbes XM, xm soient perpétuellement coupées par un plan DF′ assujetti à passer constamment par une ligne verticale AD. Si l'on joint, par une droite indéfinie Mm, les deux points où ce plan, dans chacune de ses positions, rencontre les courbes proposées, XM et xm, l'ensemble des droites ainsi déterminées formera une surface courbe facile à construire par ce qui précède. Fig. 63.

Nous ne nous arrêterons pas à détailler l'opération ; nous remarquerons que le cas le plus simple est celui où les deux lignes courbes XM et xm sont remplacées par deux lignes droites ; et alors la surface proposée est celle qui est engendrée par le mouvement d'une ligne droite assujettie à glisser le long de trois autres. On voit par là combien cette surface est aisée à construire, en choisissant les plans coordonnés de manière qu'il y en ait un qui soit perpendiculaire à l'une des droites données.

En général, le mouvement d'une ligne droite sera déterminé toutes les fois que cette ligne sera assujettie à glisser le long de trois courbes données. Les surfaces dont nous venons de parler ne sont que des cas particuliers de celles qui naîtraient de ce mouvement ; toutes sont comprises sous le nom de *surfaces gauches* : le *coin conoïde* de Wallis est une de ces surfaces (*).

(*) Voici sa génération : BDE′ étant un quart de cercle situé dans un plan vertical et parallèle à la ligne AC, si l'on conçoit qu'un second plan vertical perpendiculaire à cette ligne, se meuve parallèlement à lui-même, et qu'on joigne par des droites G′F, les points où il rencontre la ligne AC et l'arc DE′, dans chacune de ses positions, l'ensemble de ces droites sera la surface dont il s'agit. Fig. 64.

On voit que le corps terminé par cette surface et par les plans DAB, BAC, donne des triangles rectangles tels que FG′F, lorsqu'on le coupe par des plans perpendiculaires à AC. Il n'est d'ailleurs que

91. Les deux dernières familles des surfaces que nous venons de considérer, quoique composées de lignes droites, diffèrent essentiellement du cône et du cylindre. En effet, ceux-ci peuvent se développer, c'est-à-dire s'étendre sur un plan, sans déchirure ni duplicature; car on peut concevoir le cône comme composé de plans infiniment longs et infiniment étroits; et si l'on imagine que chacun de ces plans tourne autour de sa commune section avec le plan consécutif, comme autour d'une charnière, il pourra être rabattu sur celui-ci. On peut se rendre cette vérité sensible en substituant par la pensée au cône, une pyramide d'un très grand nombre de faces, et l'on verra aisément qu'à quelque point que se multiplient ces faces, la proposition ne cessera pas d'avoir lieu : elle conviendra donc au cône qui enveloppe toutes ces pyramides. Un pareil raisonnement s'appliquerait au cylindre, en substituant les prismes aux pyramides; mais les surfaces dont nous avons parlé n° 89 ne jouissent pas de cette propriété; car toutes les lignes droites qui les composent doivent se croiser dans leur direction, en passant
Fig. 62. l'une au-dessus de l'autre dans la ligne EE', sans se rencontrer : or, d'après ce qui précède, pour qu'une surface soit développable, il faut que les lignes droites qui la forment se rencontrent au moins deux à deux. Il en sera de même du genre de surfaces considéré n° 90, dans tous les cas, excepté ceux où, par la nature
Fig. 63. et la position des courbes XM et xm, elle se réduit à un plan ou à un cône.

92. L'idée du développement a été produite par la

---

la huitième partie de celui que renferme la surface qu'on vient de décrire, lorsqu'elle est complète; car il est évident qu'il faut prendre le cercle entier au lieu du quart DBE', et prolonger les génératrices FG', au-dessous du plan BAC, au-delà de AC.

considération des corps terminés par des plans. Toutes les surfaces des corps de ce genre peuvent se développer, mais cependant il existe entre eux à cet égard des différences sur lesquelles il convient d'insister.

Quand on considère une pyramide, abstraction faite de sa base, on voit que le développement peut s'en faire sur le plan de l'une de ses faces, et que, par ce moyen, les autres viendront se ranger à la suite de celle-là, sans qu'il y ait entre elles aucun espace vide, aucune solution de continuité. Il en sera de même d'un prisme lorsqu'on fera abstraction de ses bases, et l'on doit toujours le faire ; car les bases d'un prisme ou celles d'une pyramide, ne sont autre chose que des termes que l'imagination ou le besoin met à des corps indéfinis.

Si maintenant on applique ce raisonnement à un corps d'une autre nature, un icosaèdre ou un dodécaèdre, par exemple, on verra qu'il ne saurait leur convenir, et qu'il y aura des vides entre les diverses parties de leurs développemens.

Mais les prismes et les pyramides ne sont pas les seuls corps dont on puisse développer les surfaces sans solution de continuité ; la notion du développement fait voir qu'il aura lieu toutes les fois que la surface proposée sera formée de plans angulaires indéfinis, joints les uns aux autres par des arêtes aussi indéfinies, quand même ces angles n'auraient pas leur sommet au même point.

Il est aisé de se représenter la figure du corps dont les faces seraient les plans angulaires MRM_1, $M_1R_1M_2$, $M_2R_2M_3$, etc., réunis deux à deux par un de leurs côtés, et inclinés d'une manière quelconque les uns à l'égard des autres. Il devient une pyramide lorsque tous les sommets des angles R, R_1, R_2, etc. se confondent, et un prisme s'ils s'éloignent à l'infini ; car alors les arêtes MR, M_1R_1, M_2R_2, etc. sont parallèles. Fig. 65.

Fig. 65. 93. Concevons un plan assujetti à se mouvoir suivant une certaine loi, telle, par exemple, que d'être constamment perpendiculaire à une courbe à double courbure donnée XZ; soient PMN une des positions de ce plan, $P_1M_1N_1$ une seconde position consécutive à la première, et qui la rencontre suivant la ligne M_1N_1; soit encore $P_2M_2N_2$ une troisième position consécutive à la seconde, et dont la rencontre avec cette dernière soit M_2N_2; enfin, soit $P_3M_3N_3$ une quatrième position du plan dans laquelle il rencontre la troisième suivant la ligne M_3N_3; on voit que, de cette manière, on formera un corps à faces planes terminées par des lignes droites, telles que MN, M_1N_1, M_2N_2, M_3N_3, etc., qui sont deux à deux dans un même plan, et qui par conséquent se rencontrent. Il est clair que ce corps peut se développer, en faisant tourner chacune de ses faces autour de sa commune section avec la face qui la précède, jusqu'à ce qu'elle arrive dans le plan de celle-ci.

Telle est la manière la plus générale dont puisse être conçue une surface développable; car, quoique nous n'ayons considéré qu'un corps terminé par un nombre fini de plans, on peut imaginer qu'ils soient multipliés autant qu'on le voudra, sans que la propriété que nous venons d'énoncer cesse d'avoir lieu; et il en sera de ce passage comme de celui du contour des polygones à la circonférence du cercle: la multiplication *indéfinie* des faces des corps que nous considérons, conduira à une surface courbe à laquelle conviendront les résultats que nous venons de trouver.

Le cône et le cylindre s'en déduisent comme cas particuliers, ainsi qu'on va le voir. En effet, il suit de la génération d'une surface développable quelconque, que les droites MN, M_1N_1, M_2N_2, etc., la touchent dans toute leur longueur, et se rencontrent deux à deux

aux points R, R_1, etc.; la suite de ces points appar- Fig. 65.
tient à une courbe qu'on nomme *arête de rebroussement de la surface proposée*, parce que cette surface ne s'étend point dans l'intérieur de la courbe, mais forme deux nappes qui se recouvrent, l'une indiquée par la partie pleine des lignes MN, l'autre par leur partie ponctuée. Si tous les points R, R_1, R_2, etc. se confondaient en un seul, la surface proposée serait celle d'un cône; elle deviendrait un cylindre, si tous ces points de concours s'éloignaient à l'infini, et que les lignes MN, M_1N_1, etc. fussent parallèles entre elles. Dans le dernier cas, la courbe XZ, à laquelle le plan générateur doit être perpendiculaire dans toutes ses positions, est une courbe plane. En effet, le plan générateur dans chacune de ses positions, se trouvant perpendiculaire à un même plan, celui de la courbe donnée, ses intersections successives seront aussi perpendiculaires à ce plan, et par conséquent parallèles entre elles.

La courbe RR_1R_2 etc. pourrait servir à la génération de la surface proposée; car celle-ci résulte de l'ensemble des tangentes de cette courbe, et il n'y a pas de surface développable qu'on ne puisse imaginer produite de cette manière.

Quand la courbe RR_1R_2 etc. est plane, la surface engendrée par toutes ses tangentes n'est autre chose que le plan dans lequel cette courbe est située (*).

94. On obtiendrait des surfaces analogues aux précédentes et variées à l'infini, en substituant aux lignes droites des courbes d'une nature donnée; et l'on trouverait qu'il

(*) C'est Monge qui a nommé cette courbe *arête de rebroussement de la surface développable*, dans le IXe et le Xe volume des Mémoires des Savans Étrangers, où il a traité ce sujet analytiquement avec beaucoup d'étendue: nous y renvoyons ceux de nos lecteurs qui voudraient l'approfondir davantage.

faut aussi trois conditions pour déterminer d'une manière complète le mouvement d'une courbe quelle qu'elle soit ; mais, sans entrer dans ces généralités, je me bornerai à indiquer la description des *surfaces annulaires*.

Fig. 66. Soit XZ une courbe quelconque, GH un cercle mobile dont le centre M soit toujours sur cette courbe, et dont le plan PQ la coupe perpendiculairement ; ce cercle engendrera une surface dont la partie ombrée de la figure peut donner une idée.

Si l'on remplaçait le cercle GH par une autre courbe, il faudrait ajouter une nouvelle condition ; car le plan PQ peut tourner sur le point M, sans cesser d'être perpendiculaire à la courbe XZ. Cette circonstance, qui ne change rien par rapport au cercle GH, ferait varier la surface engendrée par une courbe qui ne serait pas symétrique autour du point M. On pourrait, par exemple, assujettir une ligne fixe dans le plan PQ, à passer constamment par une ligne droite ou courbe, donnée dans l'espace.

Au lieu de supposer le plan PQ perpendiculaire à la courbe XZ, on pourrait le faire mouvoir parallèlement à lui-même ; et, si la courbe GH n'était pas un cercle, concevoir qu'une droite fixe dans le plan PQ, demeure constamment parallèle à elle-même.

Le cas le plus simple des surfaces annulaires est celui où la courbe XZ, située tout entière dans le plan horizontal, est un cercle, et la courbe GH, un autre cercle

Fig. 67. placé dans le plan vertical DAH′, ayant son centre O′ toujours sur la circonférence X′Z′, qu'on suppose décrite du point A comme centre : tel est l'anneau ordinaire.

On voit que cette surface est en même temps du nombre des surfaces de révolution ; car elle est produite par un cercle G′PH′ tournant autour d'un axe AD, pris en dehors, mais dans son plan.

Ce serait ici le lieu de traiter des intersections mutuelles des divers genres de surfaces courbes que nous venons de considérer, mais de semblables détails passent les bornes que nous nous sommes prescrites (*).

Nous terminerons par quelques indications sur la manière de développer les surfaces qui sont susceptibles de cette opération, et sur celle de mener des tangentes aux surfaces courbes en général.

DU DÉVELOPPEMENT DES SURFACES.

95. Lorsqu'on développe une surface, on a pour but de rapporter sur un seul plan, les courbes que l'on a considérées sur cette surface ; par exemple, on développe un cylindre pour y tracer plus commodément un filet de vis. On sent aisément que pour exécuter ce développement, il faut rapporter les courbes proposées sur la surface qui les contient, à des données qui ne changent pas de grandeur dans le passage de la surface au plan, et dont la position respective, dans ce dernier cas, soit facile à déterminer.

PROBLÈME.

96. *Soit un cylindre à développer.*

Si l'on coupe ce cylindre par un plan perpendiculaire à sa droite génératrice, comme elle est toujours parallèle à elle-même dans quelque position qu'elle se trouve, il est évident que le cylindre proposé ne sera formé que de lignes perpendiculaires à ce plan. Cela posé, lorsqu'on imaginera que chacune de ces lignes, F_1E_1, Fig. 68. F_2E_2, etc. tourne autour de EF pour s'appliquer sur le développement, les arcs FF_1, F_1F_2, etc. deviendront

(*) J'ai donné dans le premier volume de mon *Traité du Calcul différentiel et du Calcul intégral*, la théorie analytique et complète des surfaces courbes et des courbes à double courbure.

Fig. 68. des lignes droites, et tomberont tous dans le même prolongement; car ils sont perpendiculaires à l'axe autour duquel se fait le mouvement de rotation : le résultat sera donc une ligne droite, sur laquelle les lignes génératrices du cylindre seront toutes perpendiculaires.

Soit maintenant une courbe MM_1M_2 etc., tracée sur le cylindre, suivant une loi quelconque, ou produite par l'intersection de ce corps avec un autre dont la génération soit connue; puisque le cylindre est donné ainsi que la position de tous les points de cette courbe, par rapport aux plans coordonnés, il sera aisé de construire sur ceux-ci les projections de la section perpendiculaire que nous avons indiquée; et en la supposant divisée en autant de parties qu'on voudra, FF_1, F_1F_2, etc., on déterminera les distances MF, M_1F_1, M_2F_2, etc., des points de la courbe proposée à ceux de cette section qui se trouvent sur la même droite génératrice. Ces distances ne changeront pas dans le développement, et on les portera perpendiculairement à la droite qui représente alors la section perpendiculaire, sur chacun des points f, f_1, f_2, etc., correspondans aux points F, F_1, F_2, etc. : la courbe m m_1m_2 etc. sera ce que devient la courbe proposée, lorsqu'on développe le cylindre.

Il faut bien remarquer que, quoique la courbe MM_1M_2 etc. puisse être fermée, son développement, dans beaucoup de cas, sera indéfini : cela tient à ce qu'un plan, en se roulant en cylindre, peut passer sur lui-même autant de fois qu'on voudra, puisqu'il est indéfini par sa nature. C'est ainsi qu'en construisant le développement de l'ellipse qui est la section du cylindre droit par un plan oblique à sa base, on trouve, pour résultat, une courbe indéfinie.

97. *Corollaire.* Si le cylindre proposé était droit, sa

base tiendrait lieu elle-même de la section perpendiculaire à la génératrice ; et en la supposant étendue en ligne droite, on lui appliquerait tout ce qui a été dit précédemment par rapport à cette section.

Comme on ne peut avoir la circonférence du cercle que par approximation, il s'ensuit qu'on ne construit le développement du cylindre droit que d'une manière approchée ; et cet inconvénient a lieu en général pour tous les cylindres dont la section perpendiculaire n'est pas une courbe rectifiable : mais, dans les arts, on se contente de partager cette courbe en un nombre de parties assez grand pour qu'elles puissent être considérées comme sensiblement rectilignes, et alors ce n'est pas proprement le cylindre proposé qu'on développe, mais un prisme d'un très grand nombre de faces, inscrit dans ce cylindre.

98. *Remarque.* Il y a une courbe particulière qu'on trace sur un cylindre, qui ne saurait être passée sous silence, c'est celle qui jouit de la propriété de faire constamment le même angle avec la droite génératrice, dans quelque position que celle-ci se trouve. Fig. 69.

Il est aisé de voir que cette courbe devient une ligne droite lorsqu'on développe le cylindre ; car alors toutes les positions de la génératrice se trouvant parallèles entre elles sur un même plan, elles ne peuvent être rencontrées sous un angle constant que par une droite.

Lorsque le cylindre est droit, c'est-à-dire qu'il a sa base circulaire et sa génératrice perpendiculaire sur cette base, la courbe dont nous venons de parler est alors celle que forme la tranche d'un filet de vis.

Si l'on conçoit une ligne droite assujettie aux trois conditions suivantes : 1°. à être toujours parallèle au plan de la base du cylindre, 2°. à passer toujours par son axe, 3°. à suivre le cours de la courbe proposée,

Fig. 69. cette droite engendrera une surface dont le filet de la vis quarrée présente l'image, et qu'on voit tout entière dans le dessous des escaliers tournans.

Cette surface est du genre de celles dont on a donné la définition n° 89; et il est facile de la construire, ainsi que de trouver ses intersections avec un plan ou une autre surface dont la génération soit connue.

Si, au lieu d'une ligne droite, on faisait mouvoir un cercle de manière qu'il fût toujours dans un plan passant par l'axe du cylindre droit, et que son centre parcourût la courbe que nous avons considérée dans cet article, la surface qui naîtrait de ce mouvement serait celle qu'on emploie, sous le nom de *vis Saint-Gilles*, dans la construction de l'escalier tournant.

On appelle *hélices*, les courbes formées par l'enveloppement d'une ligne droite sur une surface cylindrique. Ces courbes jouissent de la propriété d'être les plus courtes lignes qu'on puisse mener, sur cette surface, entre deux de leurs points; et il est facile de s'en convaincre en observant que l'étendue de la surface d'un cylindre ne changeant pas lorsqu'on le développe, les distances respectives des points qui la composent ne souffrent ni extension ni contraction; mais alors la plus courte distance de deux quelconques de ces points est la droite menée de l'un à l'autre, et cette droite devient une hélice sur le cylindre.

Ce qu'on vient de dire est non-seulement applicable aux cylindres, mais convient encore aux cônes et aux surfaces développables en général.

Si l'on trace une ligne droite sur leur développement, et qu'on remette ces surfaces dans leur état primitif, la ligne proposée deviendra une courbe qui jouira de propriétés analogues à celles de l'hélice.

Cette courbe ne sera autre chose que celle qu'on

formerait en pliant un fil librement sur une surface développable (*).

PROBLÈME.

99. *Construire le développement d'une surface conique quelconque.*

L'idée qu'on se forme du développement d'une pyramide quelconque, abstraction faite de sa base, conduit naturellement à celle du développement du cône.

Si l'on conçoit une courbe tracée sur la surface de ce corps, de manière que tous ses points soient également éloignés du sommet, lorsqu'on développera le cône, la courbe dont il s'agit deviendra un cercle, ou au moins une portion de cercle, dont le rayon sera la distance constante de chacun des points de cette courbe au sommet du cône : or, si l'on imagine une sphère ayant pour centre le sommet du cône, elle coupera sa surface suivant une courbe de la nature de celle dont on vient de parler, et que par conséquent il est facile de construire (82).

Soit FF_1F_2 etc. cette courbe, et MM_1M_2 etc. une courbe quelconque tracée sur la surface conique proposée, et qu'il s'agisse de développer; on y parviendra en déterminant les distances MS, M_1S, M_2S, etc. du sommet à chacun de ses points, et la longueur des arcs Fig. 70.

(*) Pour se faire une idée de cette courbe, il n'y a qu'à supposer que le fil ait une certaine largeur, comme celle d'un ruban; alors on verra qu'il y a une manière de l'envelopper autour de la surface proposée, sans le tordre : la ligne suivant laquelle le ruban touche cette surface, forme précisément la courbe que nous avons en vue.

Nous remarquerons ici que l'on peut de même envelopper librement un fil sur une surface courbe quelconque, en le tendant autant qu'il est possible entre ses extrémités; la courbe qu'il détermine, par son application sur la surface proposée, est la plus courte qu'on puisse mener entre deux quelconques de ses points, sur cette même surface.

Fig. 70. FF_1, FF_2, etc. compris, sur la première courbe, entre une de ces distances prise à volonté, telle que MS, par exemple, et chacune des autres.

Ayant tiré sur un plan une ligne indéfinie sf, pour représenter la position de la génératrice du cône à l'origine du développement, on décrira un cercle du point s comme centre, et d'un rayon sf égal à SF; ensuite on cherchera de quel nombre de degrés doit être un arc de cercle ff_1 dont la longueur égalerait celle de l'arc FF_1, et ayant fait l'angle fsf_1, de ce nombre de degrés, on prendra sur sf_1 une distance $sm_1 = SM_1$: le point m_1, ainsi trouvé, appartiendra au développement qu'on se propose de construire.

100. *Remarque.* Cette solution demande, comme on voit, qu'on connaisse la longueur des différentes parties de la courbe qui a tous ses points à égale distance du sommet du cône, ou que du moins on puisse transformer en arcs de cercle, ces parties : or, c'est ce qu'on ne peut obtenir que par le calcul intégral, et le plus souvent par approximation seulement, en sorte que le procédé que je viens d'indiquer ne peut être employé qu'à l'aide de l'analyse. Mais, dans les arts, l'objet qu'on se propose n'étant que d'obtenir une précision suffisante pour les moyens d'exécution dont on peut disposer, on modifie la méthode précédente de manière qu'elle puisse être pratiquée fort simplement.

On développe alors au lieu du cône une pyramide qui lui est inscrite, et qu'on suppose d'un très grand nombre de faces, en sorte que les arcs FF_1, F_1F_2, F_2F_3, etc. puissent être regardés comme ne différant pas sensiblement de lignes droites, et on les porte successivement en ff_1, f_1f_2, f_2f_3, etc., sur la circonférence du cercle tracé dans le développement. Le reste de la construction s'achève comme il a été dit précédemment.

101. *Corollaire.* Si l'on suppose que le cône dont on cherche le développement soit droit, c'est-à-dire à base circulaire, et que son axe passe par le centre de cette base, alors la courbe FF_1F_2 etc. devient un cercle parallèle à la base du cône; et comme le rayon SF peut être pris à volonté, il sera plus commode d'employer la base elle-même. On voit que, dans le développement, cette base fait encore partie d'un cercle, mais dont le rayon n'est pas le même que sur le cône : sur celui-ci c'est OE, et sur le plan c'est ES, ou le côté même du cône. Fig. 71.

Si les lignes OE et ES sont commensurables entre elles, il est aisé d'avoir le développement; car la longueur de la circonférence de la base du cône et celle de l'arc total du développement étant dans le rapport de ces lignes, la même chose aura lieu pour chacune de leurs parties correspondantes. La construction sera parfaitement rigoureuse si ce rapport est tel, qu'on puisse construire géométriquement l'arc ge ; car alors la question se réduira à prendre sur les arcs GE et ge des parties qui soient entre elles dans le même rapport, et on peut le faire par la simple opération de la bissection des angles.

102. *Remarque.* Nous n'entrerons dans aucun détail à l'égard des surfaces développables en général ; la méthode rigoureuse à employer pour leur développement ne saurait être indiquée ici ; et quant aux méthodes d'approximation, elles sont elles-mêmes trop longues et d'un usage trop peu fréquent pour qu'on doive s'y arrêter. Nous nous contenterons d'observer qu'on peut chercher au lieu du développement de la surface, celui du polyèdre inscrit à cette surface, et formé suivant la même loi.

On déterminera donc les angles MRM_1, $M_1R_1M_2$, $M_2R_2M_3$, etc., les longueurs des lignes MR, M_1R_1, Fig. 65.

Fig. 65 M_2R_2, etc., RR_1, R_1R_2, etc.; et à l'aide de ces données, on construira, sur un plan, les triangles MRM_1, $M_1R_1M_2$, etc., dans la situation respective où ils se trouvent sur la surface du corps proposé.

Si l'on passe des polygones aux courbes, c'est-à-dire du polyèdre à la surface proposée, toute courbe tracée sur cette surface sera rapportée à l'arête de rebroussement par les tangentes mêmes de cette arête (*).

DES PLANS TANGENS AUX SURFACES COURBES.

103. L'idée qu'on doit avoir du plan tangent à une surface courbe, emporte avec elle la condition que ce plan doit passer par toutes les tangentes qu'on peut mener à la surface proposée, par le point où il la touche.

Ou bien encore, si l'on imagine tant de plans qu'on voudra, menés par le point de contact, mais de manière à couper la surface proposée, il faut que les sections qui en résultent soient touchées respectivement par les droites qui sont les intersections des plans coupans et du plan tangent.

Deux lignes droites suffisent pour déterminer la position d'un plan ; par conséquent deux sections quelconques, faites par le même point dans une surface courbe, donnant lieu à deux tangentes qui passent par ce point, celles-ci suffiront pour déterminer le plan tangent à la surface proposée.

Nous supposerons, pour plus de simplicité dans la méthode générale, que l'on ait coupé la surface proposée

(*) J'ai traité cette matière analytiquement, dans un Mémoire lu à l'Académie des Sciences en 1790; et j'y ai donné les formules d'où dépend la transformation qu'une courbe quelconque subit en passant d'un plan sur une surface développable, et réciproquement : on le trouve à la fin du premier volume de la seconde édition de mon *Traité du Calcul différentiel et du Calcul intégral*.

par deux plans, le premier horizontal et donnant une section MZ″, le second vertical, perpendiculaire au plan DAB et donnant pour section la courbe MX′. Fig. 72.

Il est clair que si l'on sait mener les tangentes aux courbes MZ″ et MX′, on aura deux lignes Mt et MT qui détermineront le plan tangent demandé.

La question de mener un plan tangent à une surface courbe quelconque, est donc ramenée à la recherche des tangentes des courbes planes : c'est tout ce qu'on peut faire sans employer l'analyse; et nous observerons de plus qu'il faudrait encore prouver que le plan qui passera par les deux lignes Mt et MT, passera aussi par la tangente de toute autre section faite par le point M dans la surface proposée.

On sent assez bien la vérité de cette proposition; car, si elle n'avait pas lieu, il s'ensuivrait qu'on ne pourrait pas mener des plans tangens à toutes les surfaces en général; mais c'est par l'analyse qu'on la démontrerait complètement.

Voici quelques cas particuliers où la question se modifie et devient beaucoup plus simple.

PROBLÈME.

104. Mener un plan tangent à un cylindre.

La génération du cylindre est telle, qu'un plan le touche toujours suivant une ligne droite, qui n'est que la génératrice prise dans l'une de ses positions; mais ce plan va rencontrer le plan horizontal, suivant une ligne droite P′T′ qui touche la courbe servant de base au cylindre. Fig. 73.

Il suit de là que si l'on mène par le point M, pris sur une surface cylindrique, une droite MP′ parallèle à la génératrice AD, et que l'on construise la tangente P′T′ au point P′ de la courbe qui sert de base au cy-

52001

Fig. 73. lindre, le plan tangent demandé sera déterminé par les lignes MP′ et P′T′ : il sera donc facile d'en trouver les communes sections avec chacun des plans coordonnés.

105. *Corollaire I.* Si l'on sait mener des tangentes à la base du cylindre, on pourra, par ce qui précède, en mener aussi à toutes les sections de ce cylindre par un plan quelconque; car il est aisé de voir que les tangentes de ces courbes seront les intersections des plans qui les contiennent avec le plan tangent au cylindre.

En général, si une courbe est l'intersection de deux surfaces courbes, et qu'on puisse mener des plans tangens à chacune d'elles, la courbe proposée aura pour tangente l'intersection de deux plans respectivement tangens à ces surfaces courbes, dans le point que l'on considère.

Corollaire II. Nous avons fait voir comment on pouvait représenter une courbe dont tous les points ne se trouvaient pas dans un même plan (77); il suit de tout ce qui précède, que pour mener une tangente à une courbe de cette nature, il faut chercher celles de ses deux projections.

En effet, la courbe proposée se trouve d'abord sur un cylindre élevé perpendiculairement sur sa projection horizontale: sa tangente, dans un point quelconque, est donc comprise dans le plan tangent au cylindre dont on vient de parler. Mais ce plan est perpendiculaire au plan horizontal, et sa commune section avec celui-ci touche la base du cylindre, ou la projection de la courbe proposée, dans un point qui est la projection de celui où il touche la courbe donnée: cette commune section est donc, sur le plan horizontal, la projection de la tangente cherchée.

En raisonnant de même pour le plan vertical, on

verra que la tangente menée par le point de la projection verticale qui correspond au point donné, sera la projection verticale demandée.

PROBLÈME.

106. *Mener un plan tangent à un cône.*

La solution de ce problème ne diffère de celle du précédent, qu'en ce que la ligne SP′ doit être menée par le sommet S, au lieu d'être parallèle à la génératrice, comme dans le cas du cylindre. Fig. 74.

PROBLÈME.

107. *Mener un plan tangent à une surface de révolution, par un point pris sur cette surface.*

Dans ce cas particulier, les sections les plus simples qu'on puisse obtenir sont les cercles perpendiculaires à l'axe de rotation, et la courbe génératrice, qui résulte toujours de la section faite dans le corps par un plan mené par cet axe.

Le plan tangent au point M sera donc déterminé par les droites Mt et MT, la première tangente au cercle MZ, et la seconde à la courbe génératrice MX. Fig. 75.

Si l'on sait mener une tangente à cette dernière, on pourra toujours construire le plan tangent à la surface qu'elle engendre.

108. *Corollaire.* Lorsqu'on sait mener des plans tangens aux surfaces courbes, on peut mener des droites qui soient perpendiculaires à ces surfaces; car il suffit pour cela qu'elles soient perpendiculaires aux plans tangens, et qu'elles passent par les points de contact. Ces lignes s'appellent les *normales* des surfaces proposées, nom qu'on a donné aussi aux droites perpendiculaires aux courbes planes.

Il y a cette différence entre les normales des courbes planes et celles des surfaces courbes, que les premières se rencontrent toutes ou sont parallèles, au lieu que, pour les dernières, il faut choisir certaines suites de points sur la surface proposée, pour en trouver qui aient cette propriété. En général elles sont situées dans des plans différens.

Les courbes à double courbure qui ne sont pas comprises dans un seul plan déterminé, ne peuvent pas non plus avoir des normales déterminées; mais ces lignes sont remplacées par des plans menés perpendiculairement à leurs tangentes, par les points de contact, et auxquels on a donné le nom de *plans normaux*. On peut construire ces plans toutes les fois qu'on sait mener des tangentes aux courbes proposées.

109. *Remarque générale.* Les surfaces courbes peuvent être divisées en deux classes par rapport à leurs plans tangens.

Dans l'une, le contact du plan tangent et de la surface proposée a toujours lieu dans toute l'étendue d'une ligne droite. Cette classe comprend toutes les surfaces développables, et ne comprend qu'elles.

Chacune des surfaces de l'autre classe n'a, en général, qu'un seul point de commun avec son plan tangent.

Il suit de là que si l'on se proposait de mener des plans tangens aux surfaces courbes par des points pris hors de ces surfaces, ou de les déterminer par des conditions qui soient étrangères à ces mêmes surfaces, le nombre des conditions ne saurait être le même pour une des classes de surfaces que pour l'autre.

Toutes les fois que le contact doit se faire dans une ligne droite, il est clair qu'il suffit d'un point ou d'une condition pour achever de déterminer le plan tangent;

ainsi il faut se proposer en général de mener par un point donné, un plan tangent à un cylindre, à un cône, ou à une surface développable; mais c'est par deux points ou par une droite donnée, qu'il faut mener un plan tangent à une surface de révolution engendrée par une courbe. Nous ne ferons qu'indiquer la manière de résoudre ces questions.

Dans le cas du cylindre, il est clair que si l'on mène par le point donné une parallèle à la génératrice, elle se trouvera sur le plan cherché, puisqu'il doit toucher la surface proposée dans une ligne parallèle à cette droite; mais la commune section de ce plan avec le plan horizontal doit toucher la base du cylindre: il sera donc déterminé par la droite qu'on vient de mener, et par la tangente tirée du point où elle rencontre le plan horizontal, à la courbe qui sert de base au cylindre: la question est donc réduite à savoir mener une tangente à cette courbe, par un point extérieur.

On appliquera ce procédé au cône, en menant, par le point donné et le sommet, la première droite dont nous avons parlé.

Pour les surfaces développables en général, on construira leurs intersections avec deux plans quelconques menés par le point donné; et si l'on peut mener par ce point les tangentes à ces sections, elles détermineront le plan tangent demandé.

Si la surface courbe proposée n'est pas développable, c'est par une droite qu'il faut lui mener un plan tangent; et il est évident qu'il ne s'agit que de trouver sur cette surface un point par lequel on puisse mener deux tangentes qui passent par la droite donnée: elles détermineront le plan cherché.

Il est aisé de voir que ces droites peuvent être regardées comme faisant partie de deux surfaces formées par

des droites assujetties à toucher la surface proposée, et à passer par la ligne donnée ; et voici comment on peut construire ces surfaces. On concevra une suite de plans menés suivant une certaine loi, tous horizontaux, par exemple ; et par les points où ils rencontreront la droite donnée, on tirera des tangentes aux sections qu'ils font dans la surface proposée : les projections de tous les points de contact appartiendront à la courbe suivant laquelle cette surface est touchée par celle qui résulte de l'ensemble des tangentes dont on vient de parler. On prendra ensuite des plans coupans assujettis à une autre loi, verticaux et parallèles, par exemple, et l'on cherchera aussi la courbe de contact de la surface proposée et de celle qui résulte de toutes les tangentes menées comme précédemment, par des points de la droite donnée, aux nouvelles sections qu'on obtiendrait. Il est évident que chacun des points où les courbes de contact se rencontrent, est situé sur deux droites qui touchent la surface proposée, et qui passent par la ligne donnée : ces droites déterminent donc un des plans tangens demandés.

Si la surface proposée était de révolution et avait son axe vertical, les sections horizontales seraient toutes des cercles, soit en elles-mêmes, soit dans leur projection ; et il serait facile de leur mener des tangentes par le point de la droite donnée, situé dans le plan qui les produit. Quant aux plans coupans verticaux, il faudrait les assujettir à passer par l'axe, afin de n'avoir pour toutes les sections que la courbe génératrice. Si l'on savait mener des tangentes à cette courbe par des points extérieurs, et qu'on projetât les contacts sur des plans coordonnés, on achèverait la solution comme plus haut.

110. La division que nous venons d'établir dans les

surfaces, relativement aux plans tangens, a lieu également par rapport à leur courbure. On a dû remarquer que le cylindre, par exemple, avait un sens dans lequel il était privé de courbure, et c'est précisément le long de la droite génératrice. Cette propriété lui est commune avec toutes les surfaces développables; car étant touchées suivant une ligne droite, par un plan, elles n'ont aucune courbure dans le sens de cette ligne.

Il ne faut pas comprendre dans cette observation les surfaces décrites dans les nos 89 et 90, qui sont formées de lignes droites à la vérité, mais qui ne sauraient être touchées par un plan dans toute l'étendue de ces droites.

Il est bien vrai qu'en coupant les surfaces dont il s'agit, par un plan mené par la droite génératrice, la section qu'on obtiendrait n'aurait pas de courbure: mais il ne faut pas confondre la courbure d'une surface avec celle de ses sections; car il est évident qu'en donnant certaines positions au plan coupant, on peut varier cette courbure par un même point, d'une infinité de manières.

De même que, dans les courbes planes, on mesure la courbure dans chaque point, par celle de l'arc de cercle qui passe par trois points infiniment proches, et dont le centre se trouve au point de concours de deux normales consécutives, de même aussi, dans les surfaces courbes, il faut chercher le point de concours de deux normales consécutives, et élever par ce point, perpendiculairement à leur plan, une droite, qu'on regarde comme l'axe de rotation d'un petit arc de courbe qui décrit l'élément de la surface; mais il faut que dans cet arc se trouvent aussi deux normales consécutives qui se coupent.

Toutes ces recherches, qui sont l'objet de l'analyse la plus délicate et la plus élégante, ne sauraient être traitées complètement par de simples considérations géo-

métriques. Les lecteurs trouveront dans les Mémoires de l'Académie de Berlin, année 1765; dans ceux de l'Académie des Sciences de Paris, année 1781, enfin dans le tome X des Savans étrangers, tout ce qu'on peut désirer sur cette matière. (Voyez aussi mon *Traité du Calcul différentiel et du Calcul intégral*, tome I.)

ESSAI SUR LA PERSPECTIVE.

111. Tout le monde sait que la lumière se propage en ligne droite, et que les objets ne deviennent visibles que par les rayons qu'ils nous renvoient. C'est l'ensemble de ces rayons qui détermine les images des corps.

Ainsi nous apercevons le contour du quadrilatère
Fig. 76. ABCD, parce que chacun de ses points renvoie un rayon lumineux à notre œil. Il est aisé de voir que l'ensemble de ces rayons est la pyramide formée par les lignes menées des différens points de l'objet à notre œil (*).

Représentons cette pyramide par OABC, le sommet O désignant la position de l'œil. Il est évident que tous les points situés sur les faces adjacentes à ce sommet, se trouvent sur quelqu'une des lignes tirées des différens points du contour ABCD : les images des premiers points doivent donc se confondre avec celles des seconds; et par conséquent si la pyramide était coupée

(*) Nous avons supposé l'objet blanc ou coloré, mais non pas noir, car alors on ne le voit que par l'absence des rayons de lumière; ainsi, pour le cas de la figure, il serait vrai de dire que la pyramide est déterminée par l'absence des rayons dans l'espace occupé par les côtés du quadrilatère.

Nous sommes d'ailleurs obligés de faire abstraction des circonstances physiques de la vue; mais ceux de nos lecteurs qui en sont instruits sentiront aisément que l'application de la méthode n'en est pas moins rigoureuse.

par un plan ou par une surface quelconque, le contour qui résulterait de cette intersection aurait pour l'œil la même forme que le quadrilatère ABCD. Fig. 76.

Il n'est donc pas nécessaire de présenter à nos yeux l'objet lui-même, pour que nous éprouvions la sensation qu'il ferait naître en nous par l'organe de la vue; il suffit de déterminer un assemblage de rayons disposés respectivement comme le seraient ceux qui iraient des différens points de l'objet à notre œil.

De là vient la possibilité de représenter les corps sur un tableau; car si l'on conçoit que la pyramide formée par l'ensemble des rayons menés de différens points du corps à notre œil, soit coupée par un plan, il en résultera une image propre à faire naître la sensation du contour du corps et de la disposition respective de ses différentes parties (*).

Il suit de ce qui précède, que la détermination de cette image dépend uniquement de la recherche des intersections des lignes menées de l'œil aux divers points remarquables de l'objet, avec le plan ou la surface sur laquelle il doit être représenté.

Les positions respectives de l'œil, du tableau et de l'objet doivent être déterminées, pour que l'image le soit. La connaissance de la forme réelle et des dimensions du corps qu'on veut représenter, donnera les projections des points remarquables qui déterminent son contour et la situation des parties qui le composent. Le problème sera donc réduit à trouver, sur le tableau,

(*) Il est évident qu'on formerait encore une perspective de l'objet, en supposant que les rayons visuels fussent prolongés au-delà pour aller rencontrer le tableau placé derrière: l'image serait alors plus grande que l'objet. On pourrait aussi placer le tableau derrière l'œil, la pyramide étant prolongée au-delà de son sommet: l'image serait renversée.

l'image de chacun de ces points, c'est-à-dire la rencontre d'une ligne droite donnée, avec un plan ou une surface aussi donnée.

Je vais parcourir les différens cas de cette question, sans néanmoins entrer dans les détails qui sortent des bornes que je me suis prescrites.

PROBLÈME.

112. *Trouver sur un tableau plan, situé d'une manière quelconque, l'apparence ou la perspective d'un point donné dans l'espace.*

On prendra les projections verticales des points proposés, sur un plan perpendiculaire à la commune section du tableau avec le plan horizontal.

Fig. 77. Soient donc T′AT″ le tableau, O′ et O″ les projections de l'œil O, P′ et P″ celles du point P à mettre en perspective; O′P′ et O″P″ seront les projections du rayon visuel OP.

La rencontre p de cette ligne et du tableau déterminera l'apparence cherchée; mais comme ce point doit être construit sur le tableau, les projections p′ et p″ ne suffisent pas; il faut appliquer ici le procédé du n° 51, à l'aide duquel on trouvera les distances Ap et Ap″ de ce même point à deux lignes AT″ et AT′ perpendiculaires entre elles dans le tableau. La seconde, qui est l'intersection du tableau avec le plan horizontal sur lequel les objets reposent, est nommée, en perspective, *ligne de terre*.

Il suffit alors d'abaisser p′*p* perpendiculaire sur AT′, pour avoir la distance du point p à la droite AT″. Cela est évident en concevant le plan vertical pp′*p*, parallèle à T″AB; il est d'ailleurs aisé de voir que Ap″ est la distance du point cherché à la ligne de terre AT′.

113. Quand le tableau est perpendiculaire sur le plan

horizontal, comme le marque T'At'', alors les projections O'P' et O''P'' déterminent elles-mêmes, par leur rencontre avec les lignes T'A et t''A, les distances Aq' et Aq'', de la perspective q à chacune de ces droites. Fig. 77.

114. Nous avons pris pour exemple une pyramide dont les quatre angles trièdres ont leurs sommets projetés à l'extrémité des rayons menés des points O' et O'' La construction de la perspective de l'un de ces sommets est désignée par les mêmes lettres que dans la figure 77. Fig. 79.

115. Dans le cas où le tableau est droit, on simplifie beaucoup la construction, en prenant le plan même du tableau pour plan coordonné vertical. L'œil étant supposé derrière le tableau, a sa projection horizontale en O'; celle du point proposé est en P', et p est la perspective de ce point. Fig. 78.

116. *Remarques.* Si l'objet à représenter est terminé par des lignes droites et par des plans, on construira son image en cherchant les perspectives des sommets des angles polyèdres qui le terminent; et il ne sera besoin pour cela que de répéter le procédé qui vient d'être indiqué. Deux points détermineront une ligne droite, et les faces de l'objet proposé seront formées d'un certain nombre de ces lignes.

Quand l'objet est terminé par des surfaces courbes, il ne présente alors aucun point particulier à saisir pour déterminer sa forme; il faut préalablement trouver son *contour apparent.*

Le contour apparent n'est autre chose que la courbe qui sépare, sur un corps, la partie qu'on voit de celle qu'on ne voit pas; et il est évidemment formé par l'ensemble des points dans lesquels le rayon visuel ne fait que toucher la surface du corps. Si l'on conçoit une sur-

face conique ayant son sommet placé dans l'œil, et qui enveloppe le corps proposé, en le touchant, la courbe des contacts sera précisément celle du contour apparent.

Si l'on coupe ce cône par des plans menés par l'œil, suivant une loi établie à volonté, chacun d'eux formera dans le corps proposé, une section qui sera touchée par deux des droites génératrices du cône. De là résulte une méthode générale pour construire le contour apparent d'une surface courbe.

On imaginera cette surface coupée par une suite de
Fig. 77. plans verticaux, tels que OO'P'P, passant tous par l'œil; on construira, sur le plan vertical, la projection P''X'' de chacune des sections, et l'on mènera du point O'', une tangente O''P'' à cette courbe. Ayant les projections du rayon visuel, on trouvera, comme dans le problème précédent, la perspective du point P situé sur la limite visible de l'objet proposé, ou sur son contour apparent.

On voit que cette méthode tient de près à celle qu'on a donnée pour trouver les intersections des surfaces courbes : il est donc aisé de prévoir qu'elle peut, comme cette dernière, se réduire à des procédés plus simples pour le cas de certaines surfaces, en rapprochant le système des plans coupans de celui de la génération de ces surfaces; mais n'ayant pas le dessein d'écrire un Traité complet de perspective, je ne dois pas entrer dans ces détails.

117. *Remarque.* Il y a encore un genre de perspective d'un grand usage. On suppose alors que l'œil est placé à une distance infinie de l'objet : par là les rayons visuels peuvent être regardés comme parallèles entre eux; et ayant désigné par une droite quelconque la direction suivant laquelle les corps doivent être vus, il ne

s'agit plus, pour mettre des points en perspective, que de mener par ces points, des lignes parallèles à la ligne donnée, et de trouver leur rencontre avec le tableau.

On voit encore que, dans cette hypothèse, le contour apparent d'un corps est déterminé par des tangentes à sa surface, qui sont parallèles entre elles, et dont l'ensemble forme un cylindre.

Pour déterminer ces tangentes, on choisit les plans coupans verticaux et parallèles à la ligne donnée; et les tangentes aux projections verticales des sections doivent être menées parallèlement à la projection de la ligne donnée qui marque la direction du rayon visuel.

Cette perspective est une espèce de projection qu'on pourrait employer pour résoudre les questions du genre de celles que j'ai traitées dans la première et la seconde partie de cet Ouvrage; car rien n'oblige à projeter par des perpendiculaires, et dans un grand nombre de cas les solutions deviennent plus simples, lorsqu'on projette par des lignes obliques.

Je vais encore donner quelques propositions qui servent de fondement à une méthode de perspective fort répandue, et qui s'applique avec beaucoup de facilité aux corps terminés par des plans et des lignes droites.

THÉORÈME.

118. *Si l'on mène par l'œil, une parallèle à une droite située d'une manière quelconque par rapport au tableau, le point où cette parallèle rencontre le tableau appartient à la perspective de la droite proposée.*

En effet, toutes les lignes menées de l'œil aux différens points de la droite proposée forment un plan qui, par sa rencontre avec le tableau, détermine la perspective de cette droite; mais la ligne OO′ étant parallèle Fig. 80.

Fig. 80. à la proposée PP′, et passant par l'œil, que je suppose en O, est comprise nécessairement dans ce plan : donc le point O′ où elle rencontre le tableau T′A′, appartient à la perspective dont il s'agit.

119. *Remarque.* Il est évident d'ailleurs que le point P′, où la droite proposée rencontre elle-même le tableau, fait aussi partie de sa perspective, qui est par conséquent O′P′ : donc, pour tracer cette perspective, il suffit de connaître les points où la proposée et une ligne qui lui serait menée parallèlement par l'œil, rencontrent le tableau.

120. *Corollaire I.* Il suit, du théorème précédent, que les perspectives de tant de lignes parallèles entre elles qu'on voudra, se couperont toutes dans un seul point du tableau. Ce point est nommé, dans les Traités de perspective, *point accidentel.*

En effet, on ne peut mener par l'œil qu'une seule ligne qui leur soit parallèle à toutes, et leurs perspectives passeront nécessairement par le point où elle rencontre le tableau.

121. *Corollaire II.* Si les lignes proposées étaient en même temps parallèles au tableau, la droite OO′ menée par l'œil ne rencontrerait plus le tableau, et par conséquent les perspectives seraient parallèles entre elles.

On s'assurera, *à priori*, de la vérité de cette proposition, par le raisonnement suivant. Les deux droites proposées étant parallèles entre elles, les plans formés par l'assemblage des rayons menés de l'œil aux différens points de ces lignes, et qui contiennent leurs perspectives, ont nécessairement leur intersection parallèle à ces mêmes lignes, et par conséquent au tableau. Les perspectives ne pouvant se rencontrer que dans les points communs à cette intersection et au tableau, seront donc parallèles entre elles.

122. *Corollaire III.* De là dérive une méthode très simple de mettre en perspective des lignes et des points.

On abaisse une perpendiculaire OO″ de l'œil sur le tableau ; le point O″ où elle le rencontre s'appelle *point de vue.* Il suit de ce qui précède, que toutes les perspectives des lignes perpendiculaires au tableau doivent concourir à ce point. Fig. 81.

On projettera donc le point proposé P sur le tableau, que nous supposerons vertical ; le point P″ où tombe cette projection sera celui où la perpendiculaire menée du point proposé sur le tableau, le rencontre ; et la perspective de cette droite sera P″ O″.

On tirera ensuite P′*M* faisant avec *AB* un angle égal à la moitié d'un droit ; ce sera la projection d'une ligne horizontale menée du point P, au tableau, sous cet angle, et sa rencontre avec ce plan aura lieu au point M″, placé à une hauteur *M*M″ égale à P′P. Mais si l'on prend sur O″D″, parallèle à AB, une grandeur O″D″ égale à la distance OO″ de l'œil au tableau, il est aisé de voir que la ligne OD″ sera parallèle à toutes celles qu'on mènerait horizontalement sous un angle de 0°,5, au tableau, dans le sens de P′*M* ; par conséquent les perspectives de ces lignes doivent toutes se rencontrer au point D″, qu'on nomme *point de distance.* Ayant tiré M″D″, cette droite doit contenir la perspective du point P ; mais cette perspective doit se trouver aussi sur O″P″ : elle est donc en R″.

123. *Remarque.* On peut encore pratiquer la perspective au moyen de l'*échelle fuyante*, qui dispense de tracer le plan géométral et l'élévation des objets, et dont voici le principe de construction. Fig. 82

On rapporte les objets à trois plans perpendiculaires entre eux ; le premier, horizontal, et passant par la ligne de terre AB ; le second, vertical, perpendiculaire au

Fig. 82. tableau, et passant par le bord BT; le troisième est le tableau lui-même AT, que je suppose ici droit : un point sera donc donné, si l'on connaît ses distances respectives à ces trois plans (24). La distance au tableau se comptera sur BC, la distance au plan vertical passant par BC et par BT, se comptera sur AB; et enfin la distance au plan horizontal, ou la hauteur du point, se comptera sur BT. Cela posé, les deux lignes AB et BT étant dans le tableau, il suffit d'y transporter les divisions de la troisième BC, ce qui se fait en tirant au point de vue la ligne BO″, qui sera la perspective de BC, et en menant au point de distance D″ les droites aD″, 1D″, 2D″, etc. qui couperont BO″ aux points c, 1, 2, 3, etc. correspondans aux parties Bb, b1, 12, etc. de la ligne BC.

La ligne BO″, ainsi divisée, est l'*échelle fuyante* qui marque l'enfoncement apparent des objets dans le tableau; et si l'on tire par les points de division de cette échelle, des droites parallèles à AB, elles pourront être considérées comme les *lignes de terre* de divers plans menés parallèlement au tableau, à des *profondeurs* marquées par les divisions correspondantes de l'échelle; elles contiendront les perspectives des projections horizontales, ou des *pieds* des objets situés dans ces plans : telle est g2, par rapport aux points placés à la distance B2 du tableau.

Si l'on prend ensuite sur la droite AB, que l'on nomme *échelle de front*, une partie Be égale à la distance où le point proposé est du plan vertical passant par BC et par BT, et qu'on tire au point de vue la droite eO″, la rencontre de celle-ci avec g2, parallèle à AB, donnera la perspective de la projection horizontale, ou du *pied* de l'objet proposé.

Enfin, si l'on prend sur BT, *échelle des hauteurs*, la

partie ef égale à la hauteur du point proposé, et qu'on tire fO″, cette dernière droite rencontrera gh, perpendiculaire à g2, au point h qui sera la perspective demandée. Fig. 82.

On voit que ce procédé donne, en opérant immédiatement sur le tableau, la perspective de tous les objets qu'on veut y représenter, dès qu'on a construit l'*échelle fuyante*.

On peut aussi, lorsque les dimensions du tableau sont assez grandes pour rendre le tracé d'une exécution difficile, calculer les divisions de l'échelle fuyante, en considérant les triangles semblables O″c*D*″ et acB, d'où il résulte

$$aB : Bc :: O''D'' : O''c,$$
$$aB + O''D'' : Bc + O''c :: aB : Bc,$$
$$aB + O''D'' : BO'' :: aB : Bc.$$

Les divisions de cette échelle donnent les distances des droites qui représentent les communes sections des plans perspectifs parallèles à celui du tableau. Les hauteurs hg se calculent aussi par une simple proportion, puisque l'on a ef : hg :: eO″ : gO″, et que d'ailleurs les droites eO″ et gO″ sont évidemment entre elles comme les distances BO″ et O″2.

Nous remarquerons que l'usage du compas de proportion facilite beaucoup les opérations de la perspective, et qu'il est surtout très commode pour déterminer les hauteurs apparentes.

La proportion aB : Bc :: O″D″ : O″c, ferait connaître la distance O″D″ de l'œil au tableau, si l'on se donnait la droite BO″, l'espace aB et sa perspective Bc.

124. *Remarque générale.* On vient de lire dans ce qui précède, les moyens généraux qu'on peut employer pour mettre en perspective les contours apparens et les points remarquables des objets; mais ces procédés, qui

composent *la perspective linéaire*, ne suffisent pas pour donner une représentation complète des corps.

Les parties éclairées ou les coups de lumière, les ombres et les dégradations de teinte concourent à rendre sensibles les saillies, les enfoncemens et les lointains. Toutes ces circonstances peuvent se déterminer rigoureusement par des méthodes analogues à celles que nous avons données; il ne faut pour cela que décomposer l'énoncé de la question, de manière à pouvoir reconnaître les conditions mathématiques auxquelles on doit satisfaire.

Pour les ombres, par exemple, si le corps lumineux est réduit à un point, on voit qu'elles sont déterminées par l'espace compris dans une surface conique tangente au corps opaque, et ayant pour sommet le point lumineux.

Par conséquent, déterminer l'ombre portée sur quelque surface que ce soit, c'est chercher l'espace que ce cône retranche de la surface dont il s'agit, espace circonscrit par la courbe qui est l'intersection du cône dont on vient de parler et de la surface proposée.

Nous ne pouvons considérer ici ces objets qui demandent des connaissances étrangères à la Géométrie; nous les avons indiqués seulement pour faire voir de quelle utilité peut être, dans les arts, l'habitude des considérations de la Géométrie de l'espace (*).

(*) C'est sur des notions de Physique et sur des expériences très délicates, encore peu répandues, que reposent les théories indiquées ci-dessus, et qui comprennent ce que les Artistes appellent *la perspective aérienne*, le *clair obscur*. On peut consulter à cet égard l'ouvrage de Lambert, ayant pour titre : *Photometria* etc., deux Mémoires du même auteur dans les volumes de l'Académie de Berlin pour 1768 et 1774, et la 4e édition de la *Géométrie descriptive* de Monge, dans laquelle M. Brisson, l'un des plus anciens élèves de l'École Polytechnique et des plus distingués, a rédigé avec beaucoup

La Gnomonique, sur laquelle on a écrit des Traités assez volumineux, ne saurait embarrasser, dans aucun cas, celui qui possède bien cette Géométrie. Dès qu'il a conçu ce que c'est qu'un cadran solaire en général, il peut en tracer un de telle nature qu'il voudra, et sur telle surface que ce soit, pourvu qu'il connaisse la génération de cette surface; car alors il n'aura besoin que de chercher des intersections de plans et de surfaces donnés.

Montucla, dans son *Histoire des Mathématiques*, a donné une définition de la Gnomonique, à laquelle les procédés que j'ai exposés précédemment s'appliquent tout de suite.

« Que l'on ait (dit-il) douze plans se coupant tous à » angles égaux dans une même ligne, et que ces plans, » indéfiniment prolongés, en rencontrent un autre dans » une situation quelconque, il s'agit de déterminer les » lignes dans lesquelles ils le coupent. »

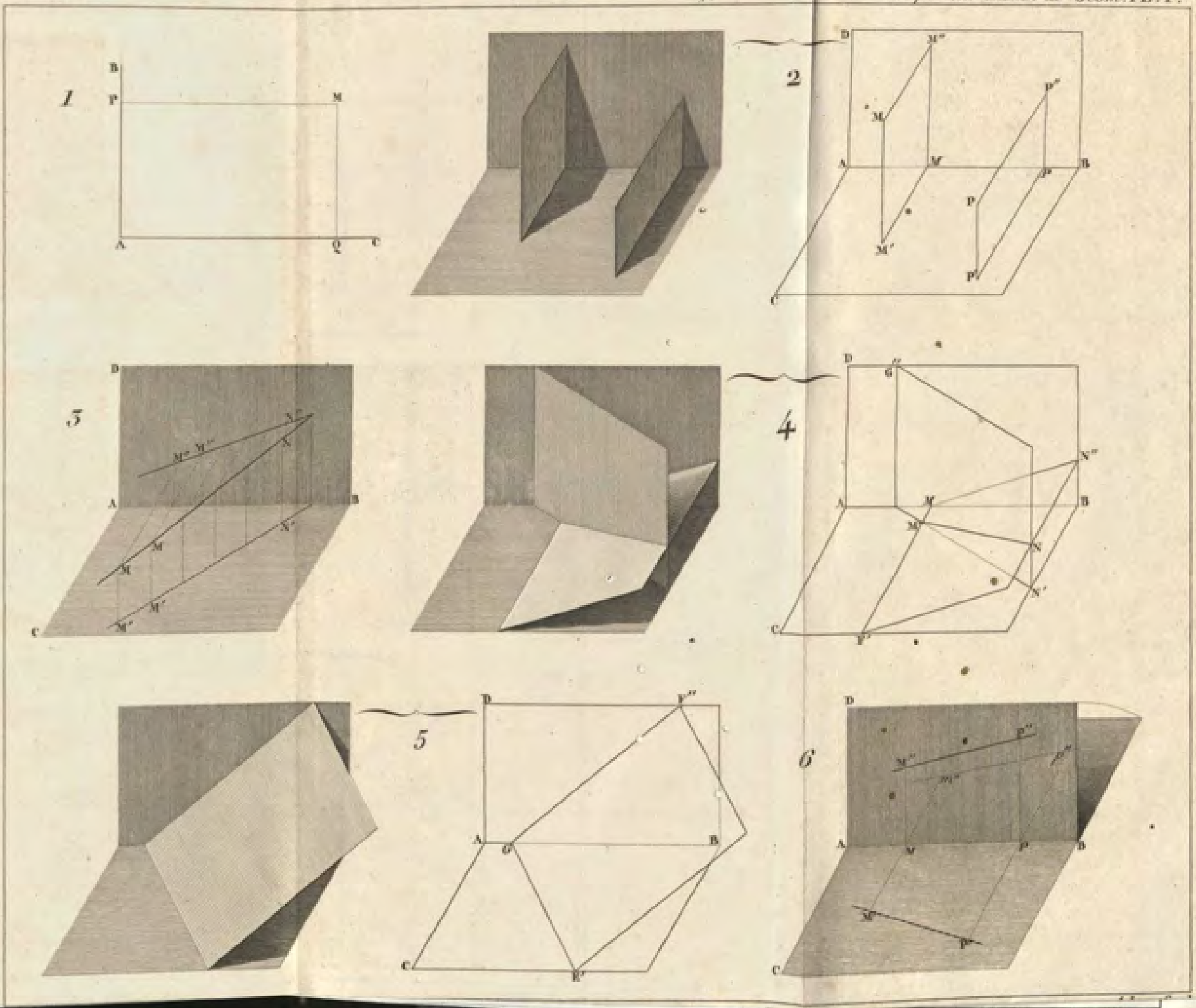
Les méthodes qu'il donne pour résoudre ce problème sont à la fois très simples et très générales, et l'une d'elles rentre dans les opérations auxquelles seraient conduits ceux de nos lecteurs qui voudraient employer les moyens que nous avons exposés dans la première Partie.

---

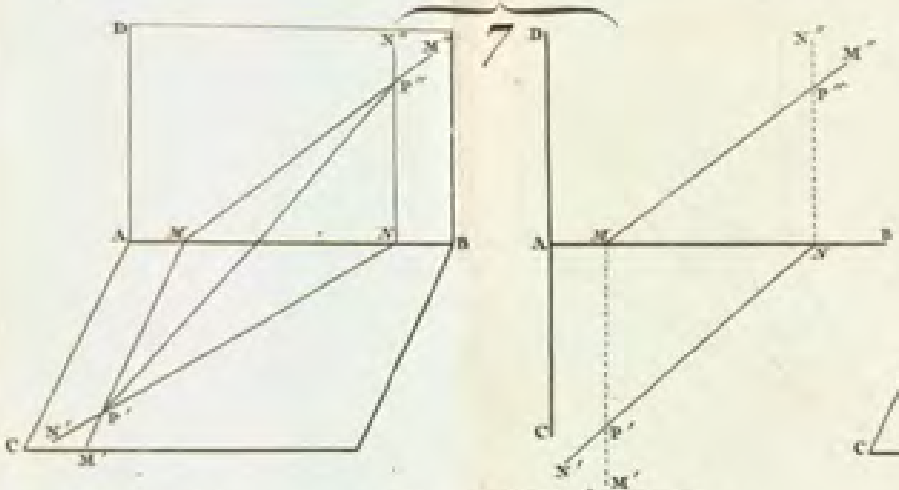
de soin les notions que cet illustre professeur avait données sur ce sujet à la première École Normale et à l'École Polytechnique.

Ce coup d'œil, jeté par des savans sur l'art du peintre, est remarquable surtout parce qu'il donne un sens précis à des expressions métaphoriques que les Artistes emploient pour désigner des résultats d'observations très fines, mais que les *Amateurs* répètent sans les comprendre, et qui font d'autant mieux fortune, qu'elles paraissent plus étranges.

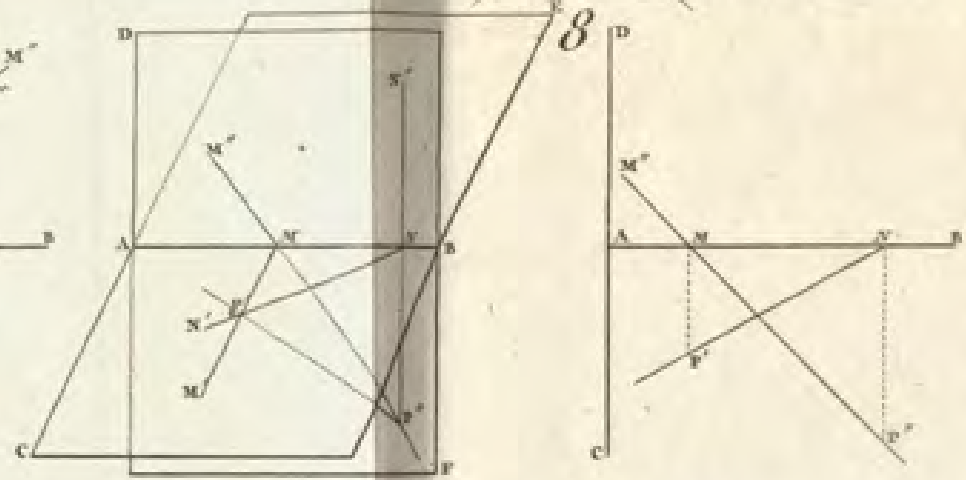
FIN.


1
2
3
4
5
6

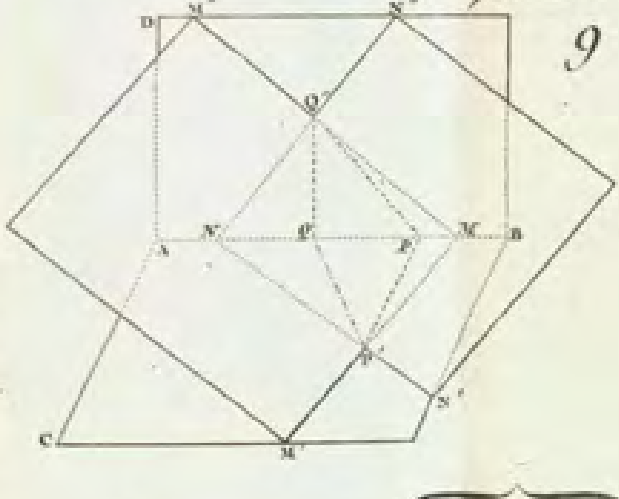
7



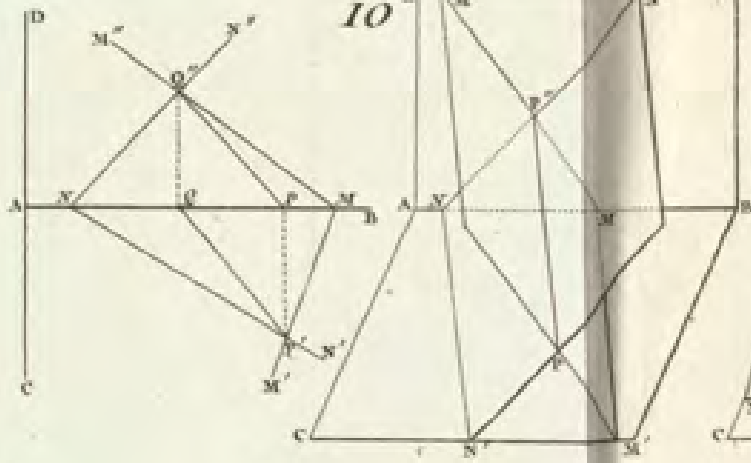
8



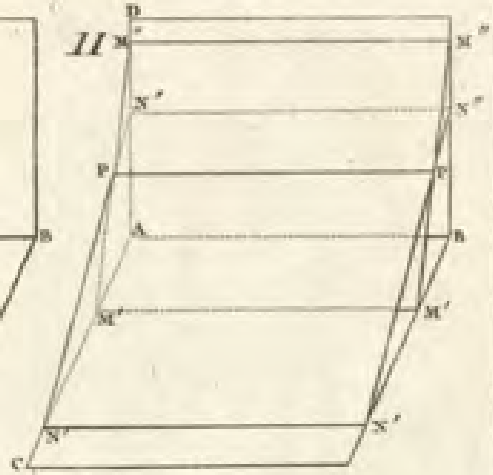
9



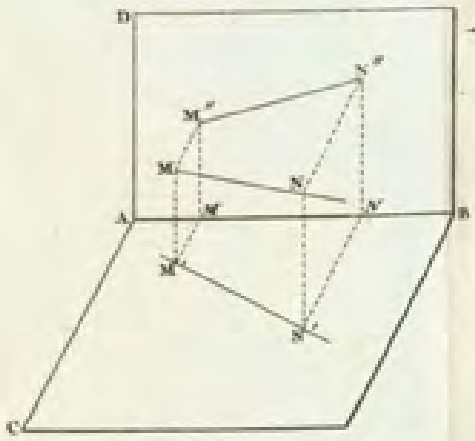
10



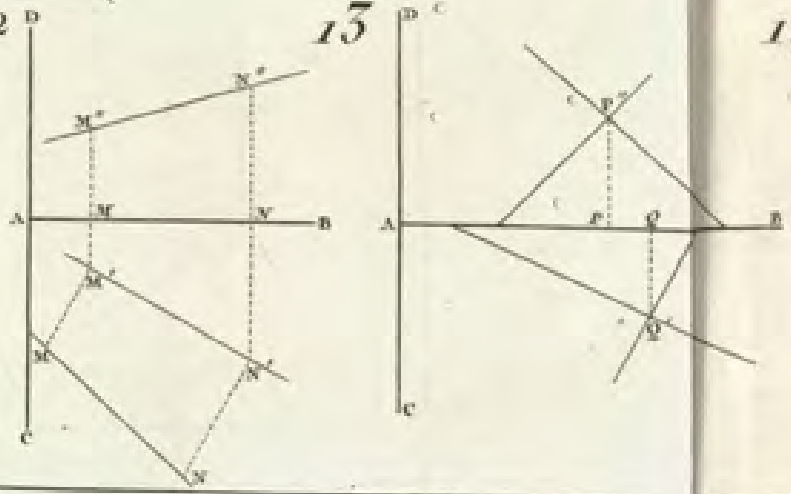
11



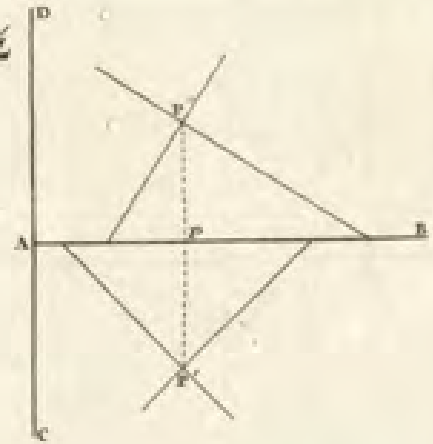
12



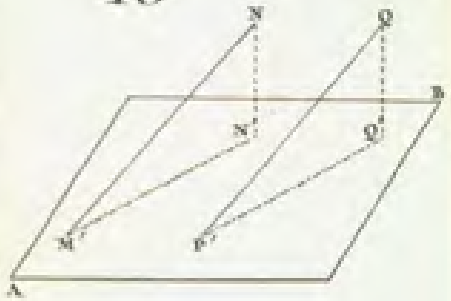
13



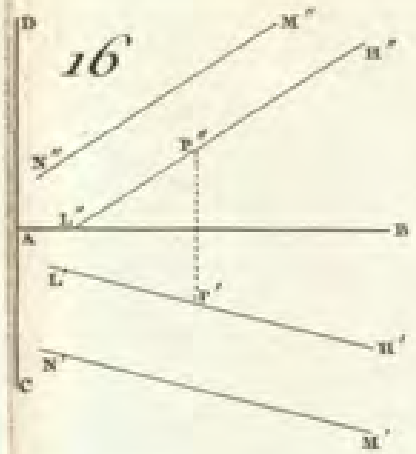
14



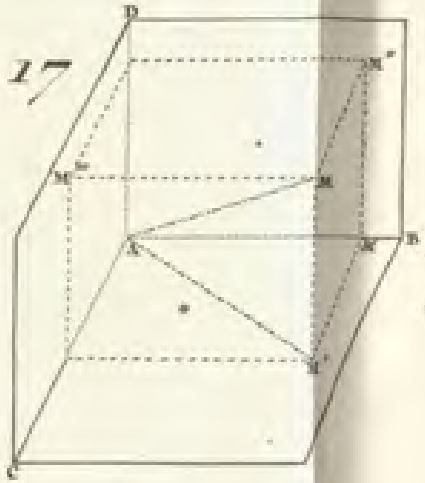
15



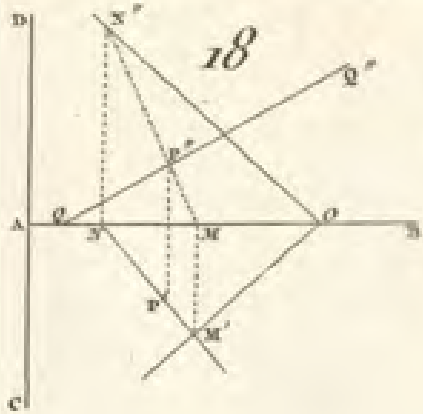
16



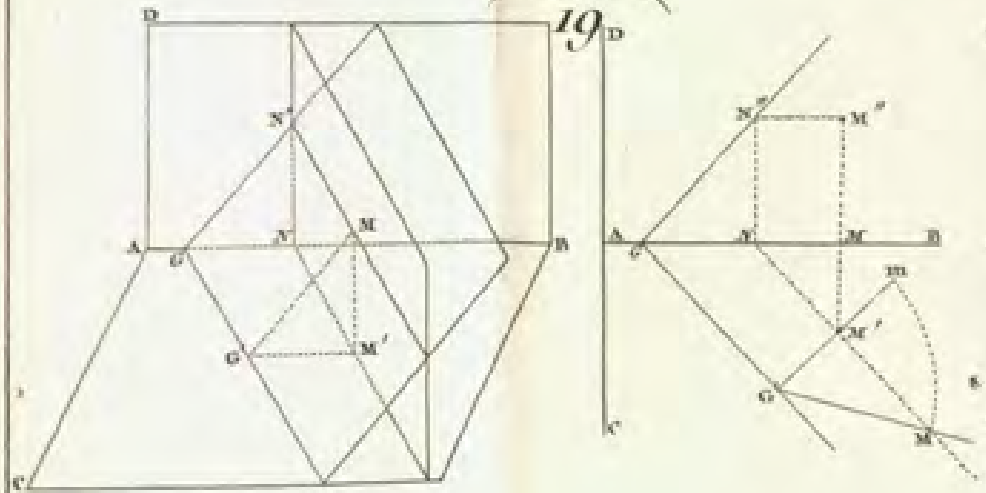
17



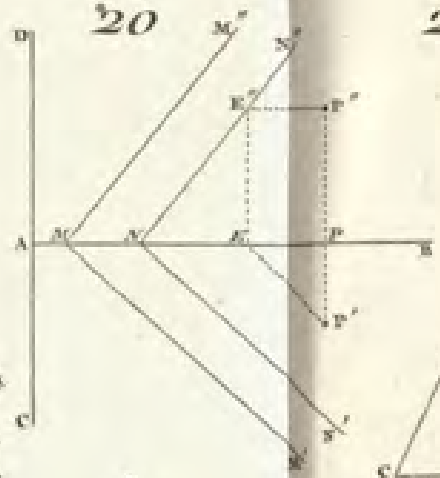
18



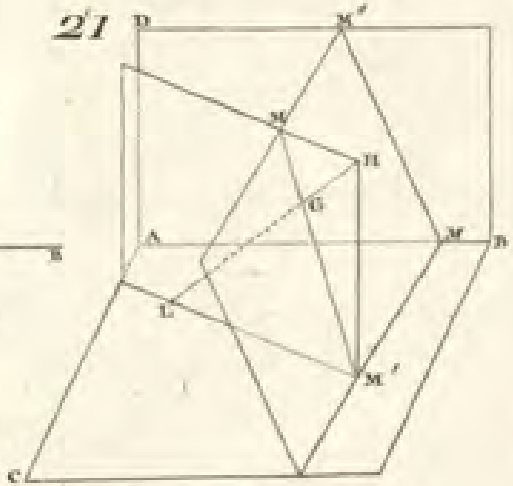
19



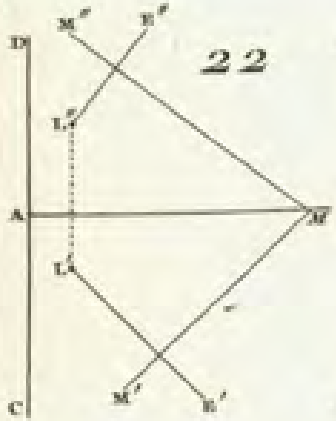
20



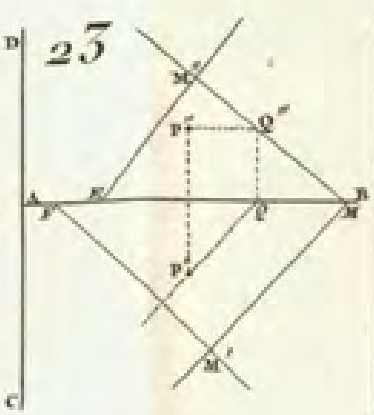
21



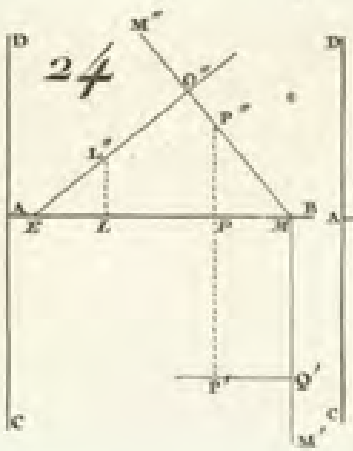
22



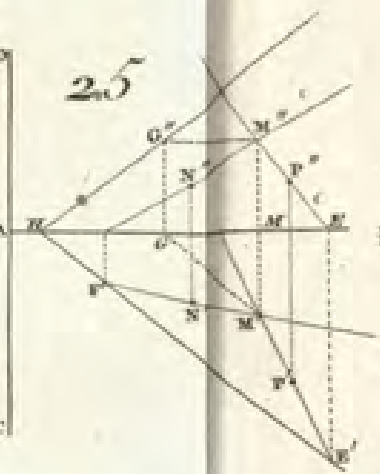
23



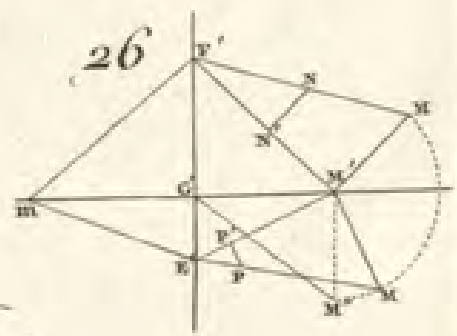
24

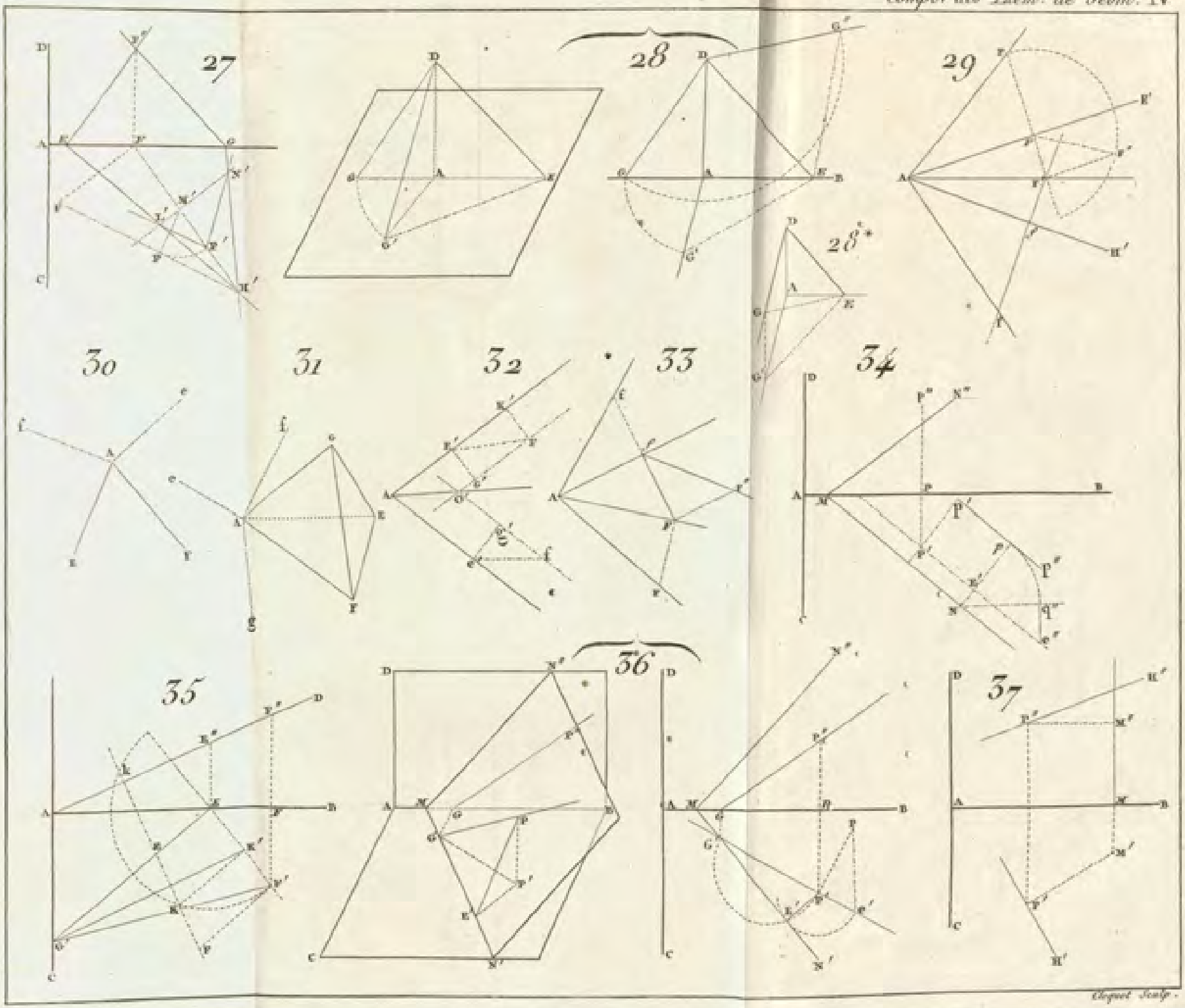


25



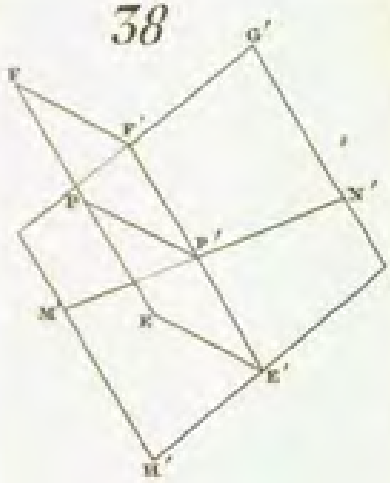
26



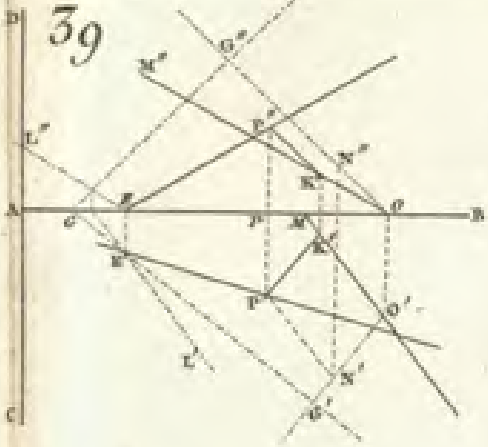


Cloquet Sculp.

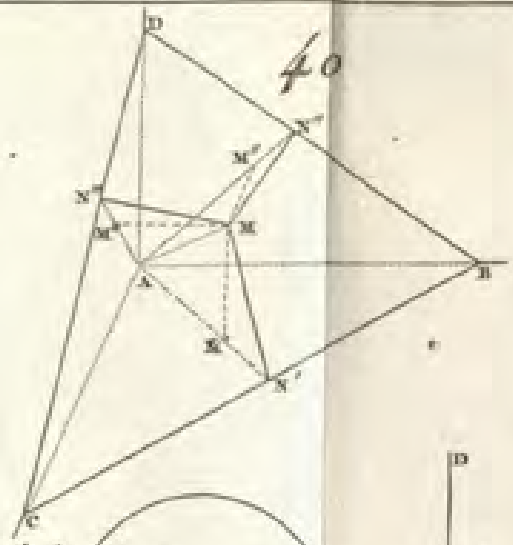
38



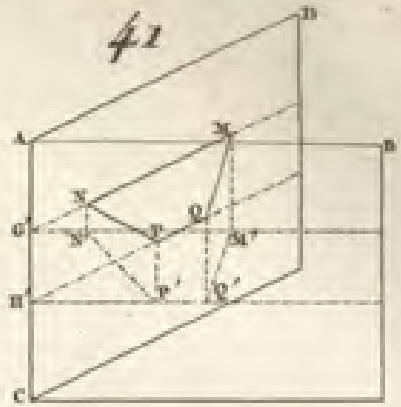
39



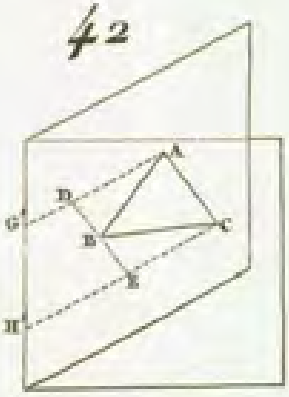
40



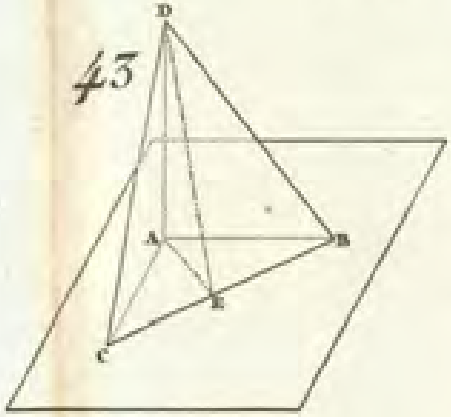
41



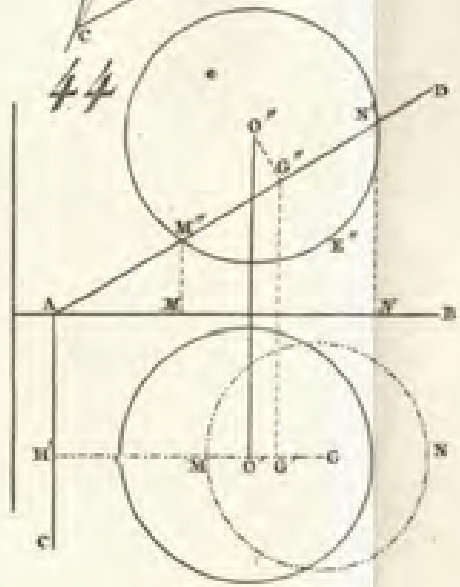
42



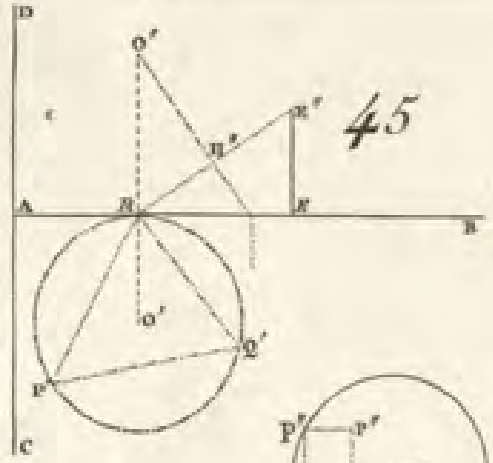
43



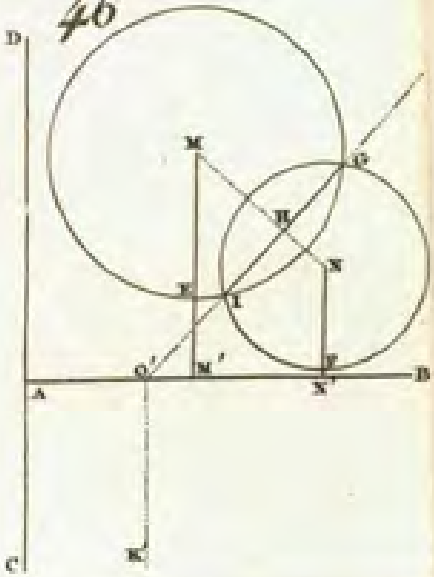
44



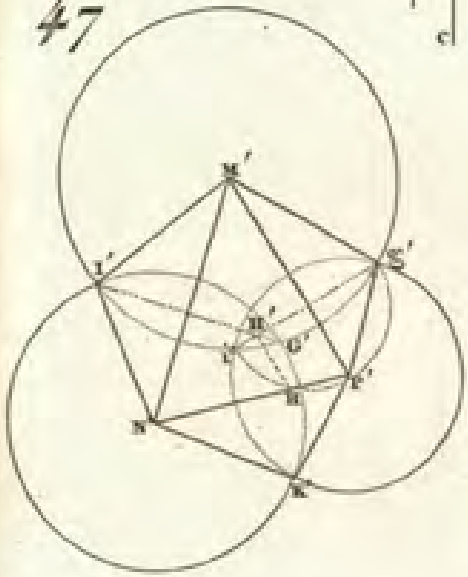
45



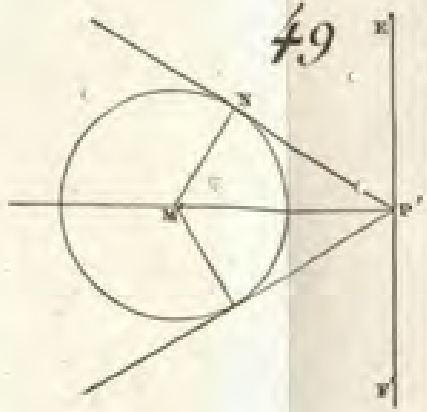
46



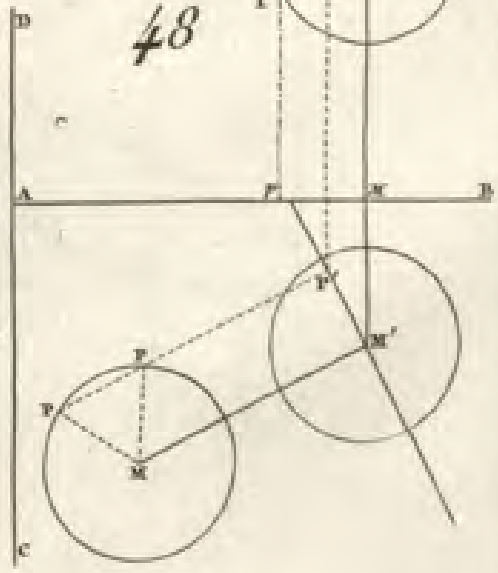
47



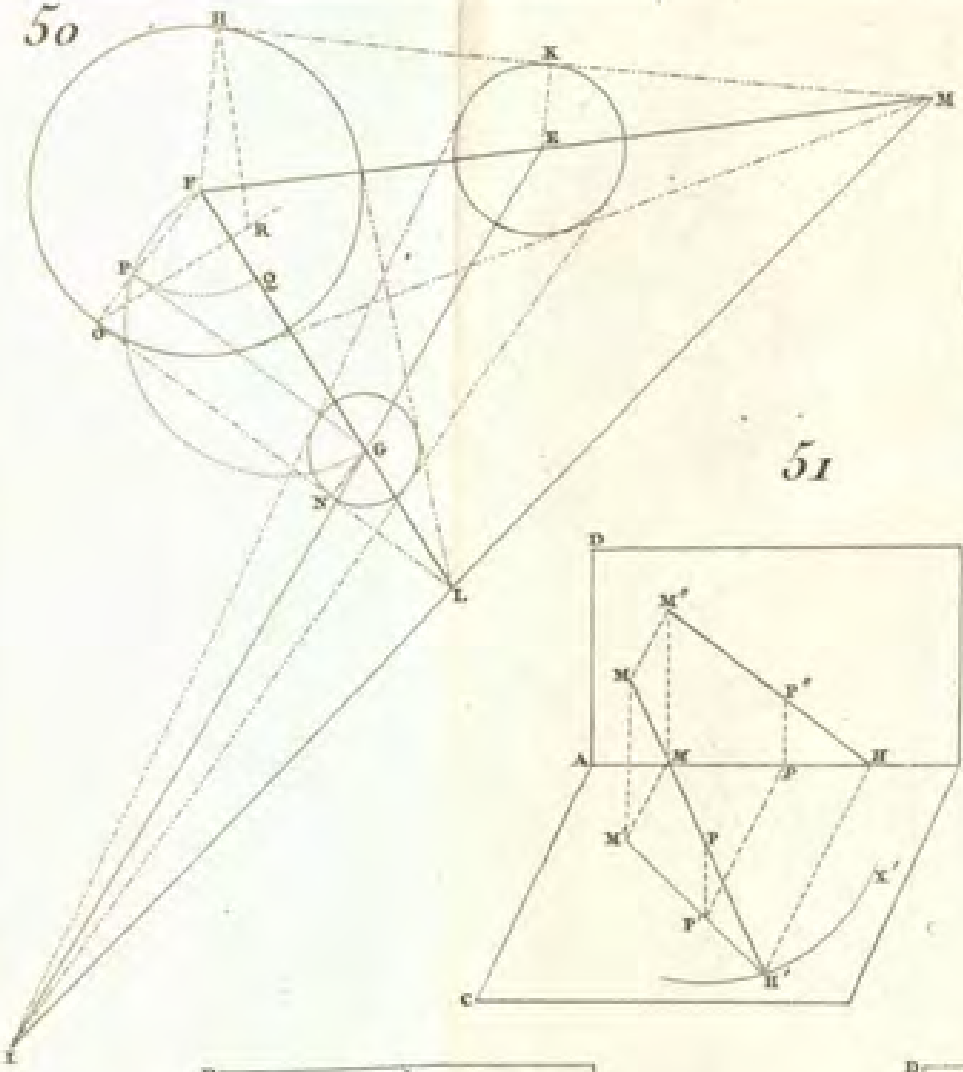
49



48

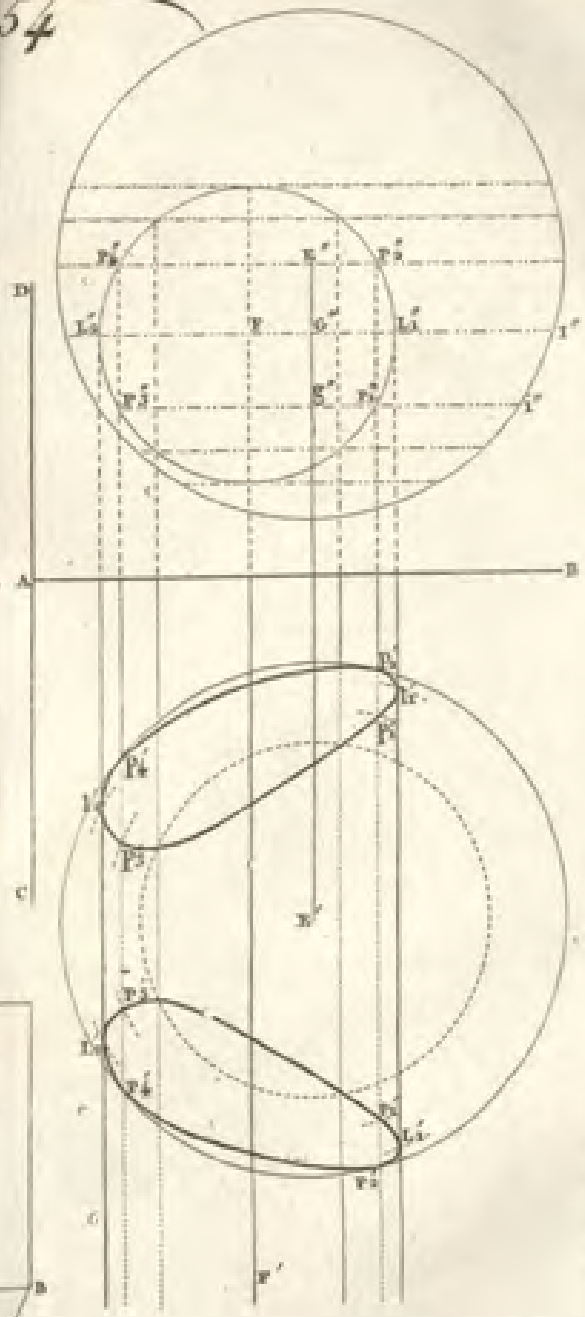


50

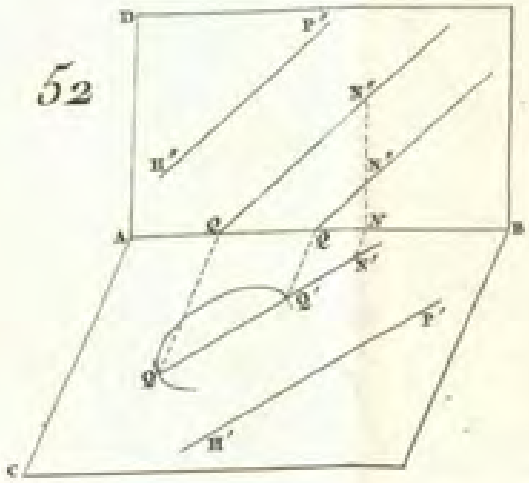


51

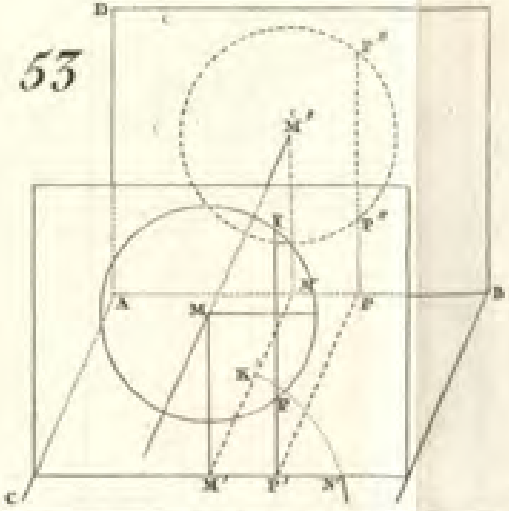
54

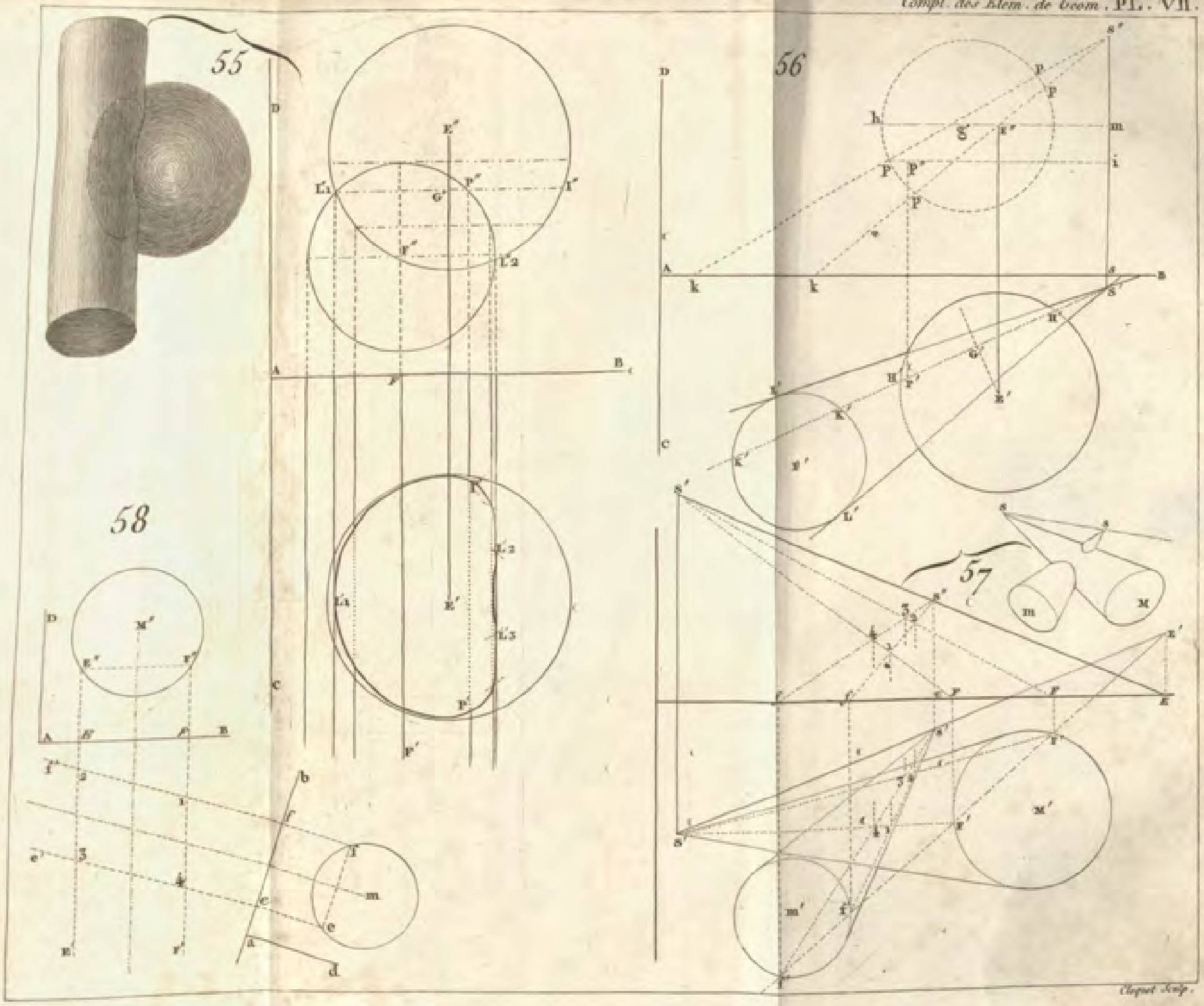


52

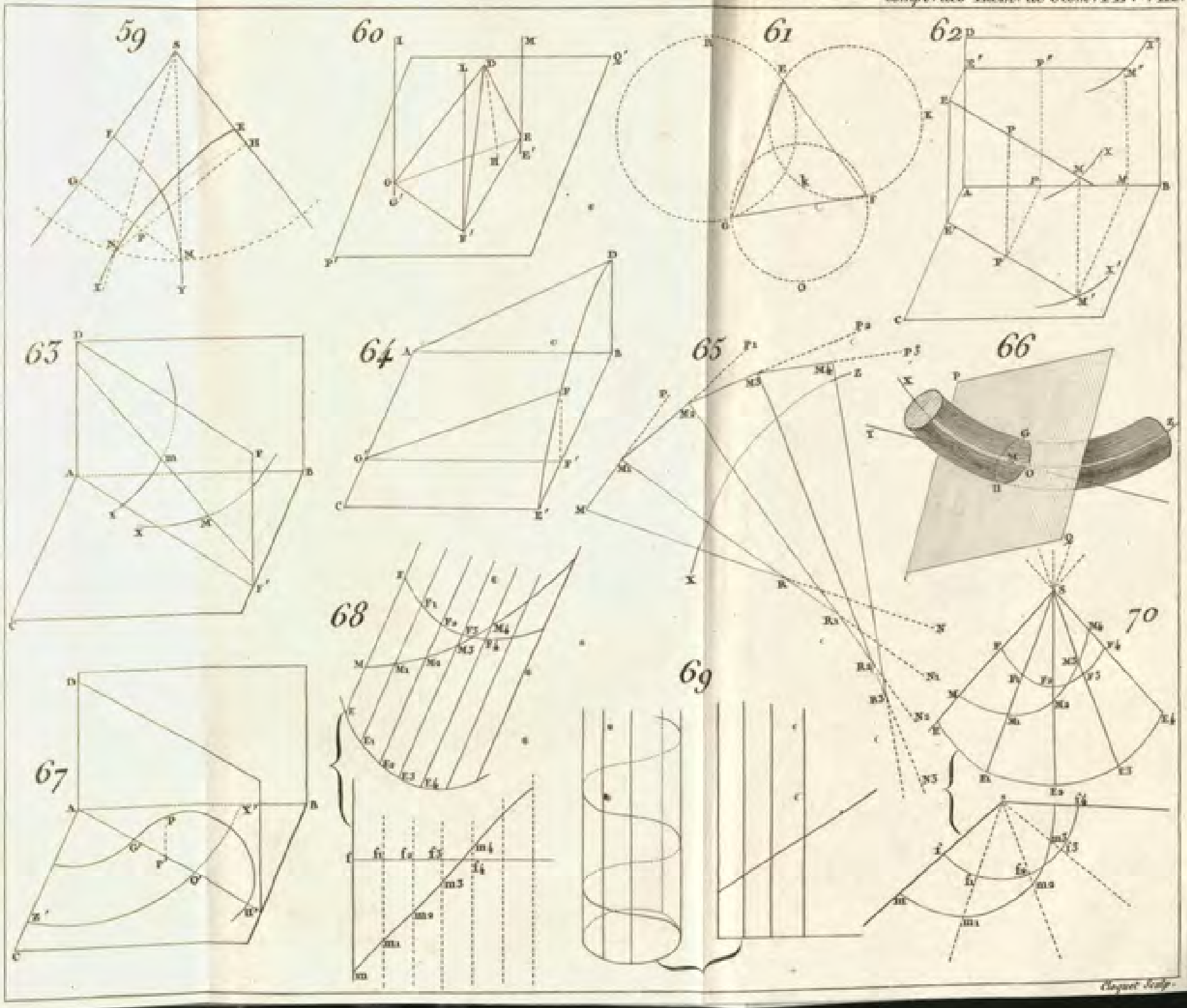


53



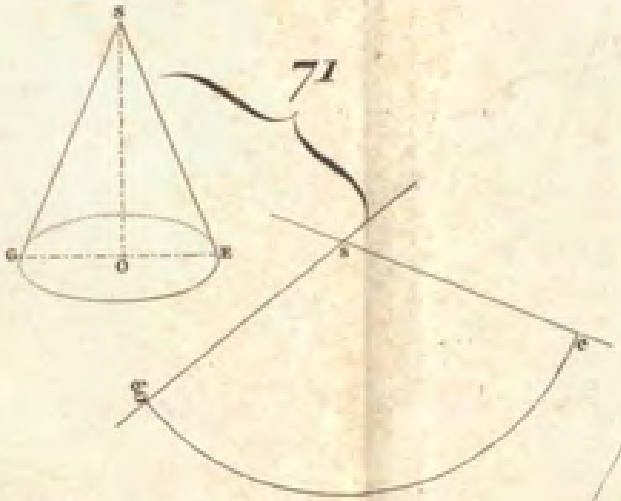


Cloquet Sculp.

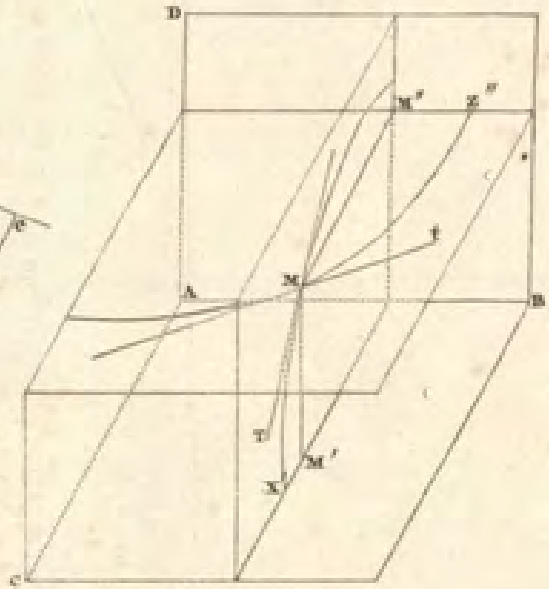


Cloquet Sculp.

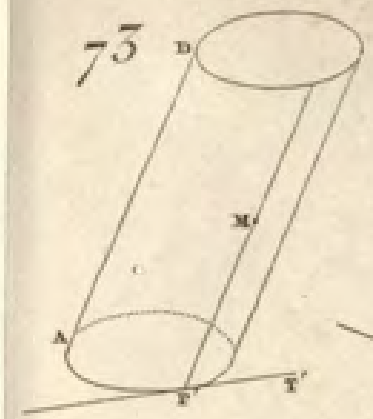
71



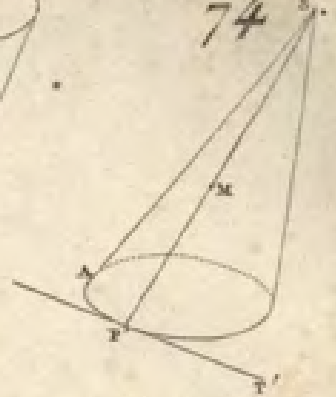
72



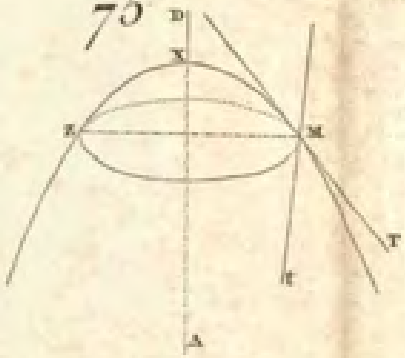
73



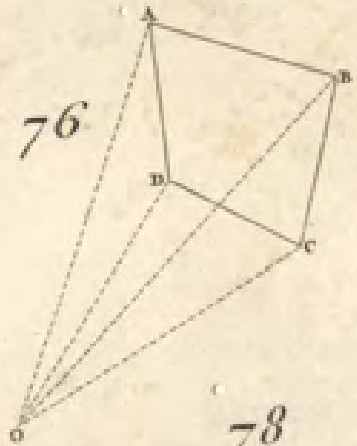
74



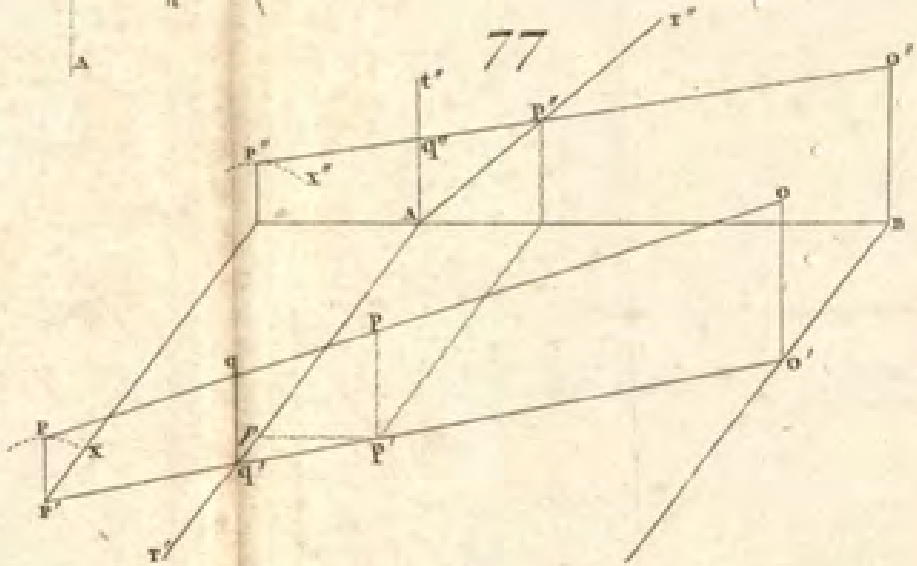
75



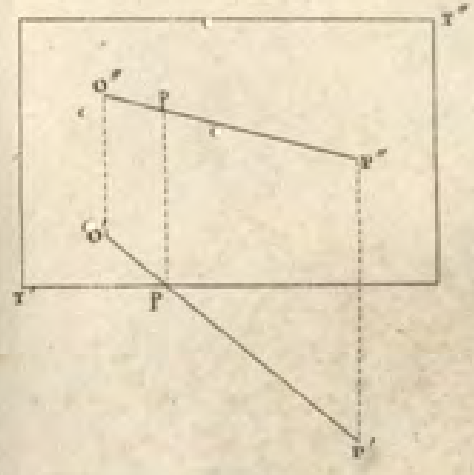
76



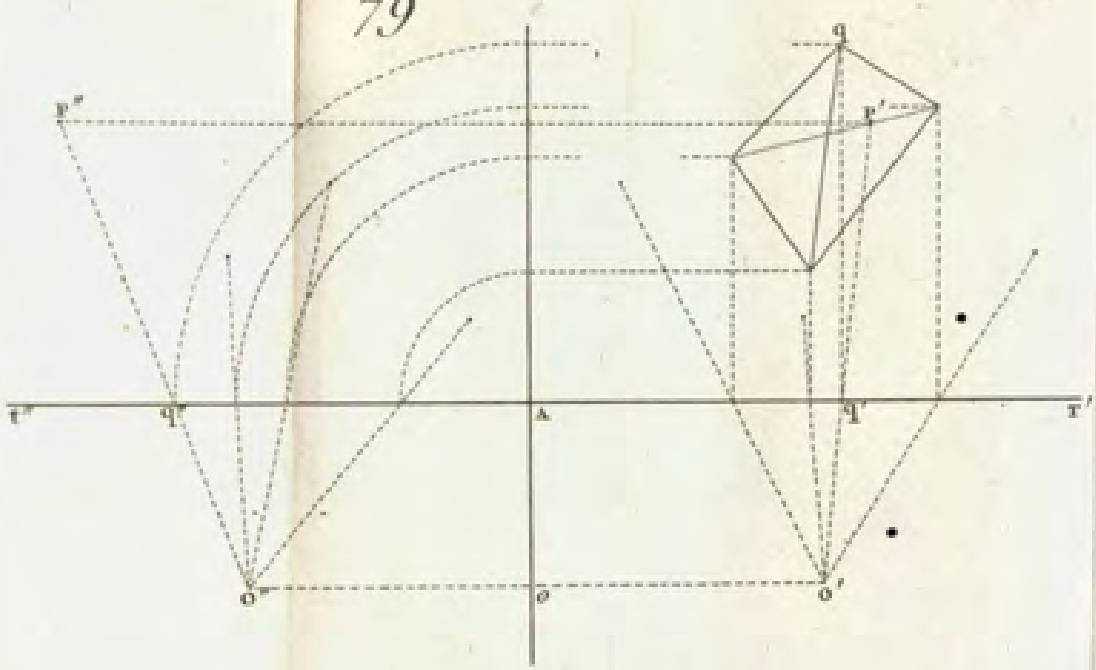
77



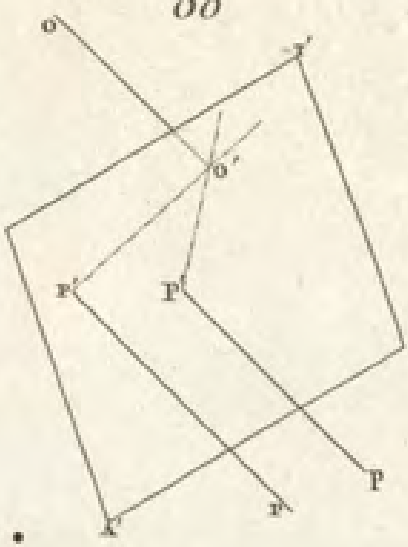
78



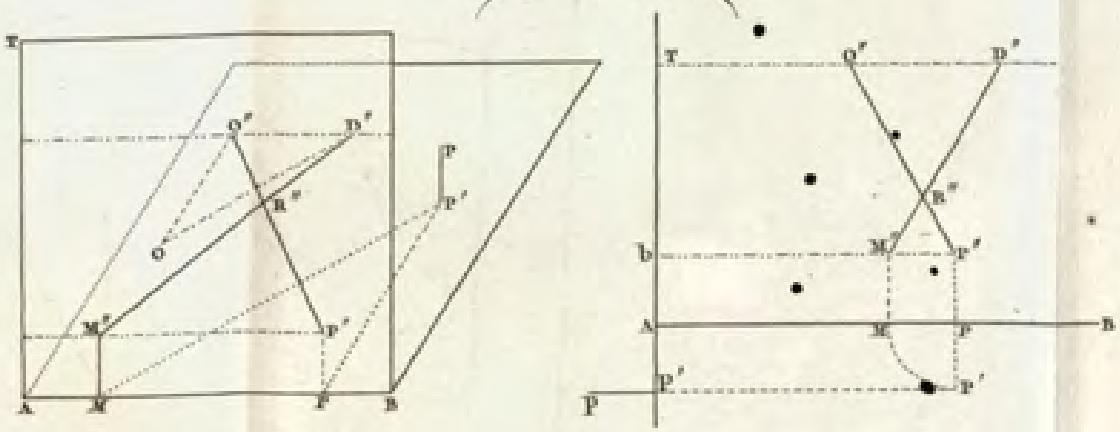
79



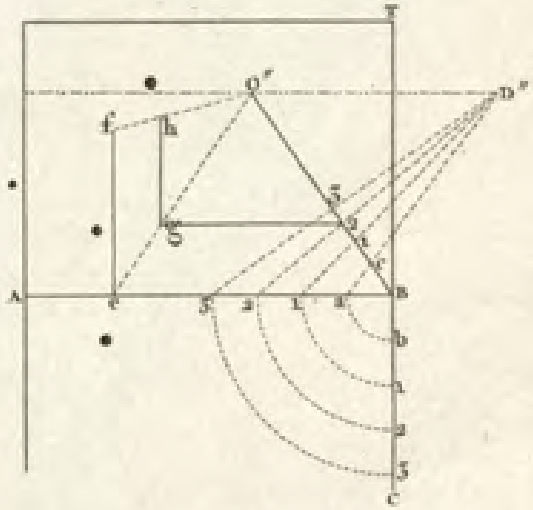
80



81



82



INTRODUCTION

A LA

GÉOGRAPHIE

MATHÉMATIQUE ET PHYSIQUE.

Les formalités ayant été remplies, conformément au décret du 5 février 1810, tout contrefacteur ou débitant du présent ouvrage contrefait sera poursuivi selon la rigueur des lois.

Cette *Introduction à la Géographie mathématique*, etc., forme le premier volume de la *Géographie moderne*, par J. Pinkerton et C. A. Walckenaer, troisième édition, revue, corrigée et augmentée, principalement d'articles sur les langues, par L. Langlès, Membre de l'Institut, Conservateur des manuscrits orientaux, etc.; pour la Grèce, la Morée, la Turquie d'Europe, etc., et un *Précis de Géographie ancienne*, par J. D. Barbié du Bocage, Membre de l'Institut, Professeur de Géographie et d'Histoire à l'Université impériale.

Cette nouvelle édition est accompagnée d'un Atlas grand in-folio; les Cartes sont dressées par P. Lapie, Ingénieur-Géographe au Dépôt de la Guerre.

Cet ouvrage se trouve aussi au dépôt de ma Librairie, Palais-Royal, Galeries de bois, nos 265 et 266.

INTRODUCTION

A LA GÉOGRAPHIE

MATHÉMATIQUE ET CRITIQUE,

ET

A LA GÉOGRAPHIE PHYSIQUE.

PAR S. F. LACROIX.

SECONDE ÉDITION,

REVUE ET CONSIDÉRABLEMENT AUGMENTÉE;
ORNÉE DE CARTES ET DE PLANCHES.

PARIS,

J. G. DENTU, IMPRIMEUR-LIBRAIRE,
RUE DU PONT DE LODI, N° 3, PRÈS LE PONT-NEUF.

1811.

PRÉFACE.

L'ACCUEIL favorable qu'a reçu la première partie de cette Introduction, lorsqu'elle parut, en 1804, à la tête de la *Géographie moderne* de M. Pinkerton, m'a confirmé dans l'idée que ce pouvait être une chose utile d'exposer les principes de la Géographie, indépendamment de toute description particulière des lieux, et m'a suggéré le projet de faire, pour la partie physique, ce que j'avais fait pour la partie mathématique, en donnant quelque développement aux notions générales sur les accidens de la surface terrestre, que j'avais rappelées à l'occasion du figuré du terrain. S'il est nécessaire, pour juger du mérite des cartes, de connaître les procédés sur lesquels leur construction est fondée, il n'est pas moins à propos d'avoir quelques directions sur la manière d'y lire avec ordre les circonstances physiques du local, pour en imprimer le tableau dans son esprit. Enfin, pour attacher quelque intérêt à la description des formes du terrain, à l'indication des phénomènes météorologiques qui constituent le climat, il faut, ce me semble, avoir une idée générale de ces formes et de ces phénomènes, considérés, pour ainsi dire, d'un seul point de vue sur tout le globe. Tel est le double objet que je me suis proposé de remplir dans la partie physique de cette

Introduction. On trouvera à la tête de chaque partie le plan d'après lequel elle est conçue.

Quant à la seconde, je ne la présente que comme un cadre à remplir à mesure que les observations seront plus nombreuses et plus précises; car, dans le peu que j'en ai rapporté, j'ai souvent rencontré beaucoup d'incertitude, et même des contradictions, sur des objets susceptibles de mesures exactes. On verra dans le cours de l'ouvrage combien je suis redevable aux travaux de M. de Humboldt, et aux communications qu'il a bien voulu m'en donner. Il ne m'est tombé sous la main que deux ouvrages dont le but soit à peu près le même que celui du mien. L'un est la *Géographie générale* de Varenius, à laquelle Newton, lui-même, n'avait pas dédaigné de mettre des notes; l'autre est l'*Introduction à la Géographie* par Robert de Vaugondy. Le premier de ces livres embrasse le sujet dans toute son étendue; mais les progrès de nos connaissances depuis sa publication, le rendent très-défectueux pour la partie physique : j'ajouterai que la forme de sa rédaction, qui procède par *théorèmes, problèmes, corollaires,* convenable peut-être à des élémens de géométrie, traités suivant la méthode des anciens, est rebutante lorsqu'il s'agit d'exposer les sciences nouvelles, résultats de l'analyse et de l'expérience. Cet ouvrage eut un succès mérité, et fut même traduit en français; mais ensuite les savans, qui bâtirent des systèmes sur la formation du monde, s'emparèrent de la géographie physique pour la plier à

leurs hypothèses, et il n'en fut plus guère question dans les Traités de Géographie. L'Introduction publiée par Vaugondy, que j'ai citée plus haut, ne donne de détails que sur les projections des cartes, et n'offre pour le reste que l'explication des termes et le tableau des grandes divisions de la terre et de la mer, appuyées sur les conventions établies. Philippe Buache est le premier qui ait proposé de fonder ces divisions sur des bases naturelles, mais il n'a présenté sur cette méthode que des cartes et des fragmens liés à des idées systématiques qu'on lui a contestées, et que j'ai eu grand soin d'écarter: en sorte que le canevas que je présente est susceptible de l'exactitude la plus rigoureuse, lorsqu'il s'agit de régions dont le plan topographique et le nivellement sont connus.

La variété des mesures est une source continuelle de discordance et d'erreur dans les relations des voyageurs, et dans les Traités de Géographie; j'ai donc ramené à un système uniforme de mesures tous les résultats que j'ai rapportés. J'aurais employé le système décimal, bien préférable à tous les autres, si la division centésimale du quart de cercle était en usage sur les cartes et dans les tables des positions géographiques; mais cela n'étant point, j'ai cru devoir employer la lieue marine et le mille géographique, afin de faciliter les conversions des parties de la circonférence des grands cercles du globe, en mesures itinéraires et réciproquement. Alors l'usage des petites mesures du nouveau

système métrique avec les grandes de l'ancien, aurait introduit une bigarrure que j'ai voulu éviter ; et par cette raison je me suis servi aussi de la toise et de ses divisions, en regrettant que le nouveau système ne soit pas adopté dans son entier. Cependant, afin d'épargner aux lecteurs qui voudraient l'employer, la peine de recourir à d'autres ouvrages, j'ai mis à la fin du mien les tables nécessaires pour ramener à ce système les mesures de longueur, de superficie et de volume, dont j'ai fait usage ; et de plus une table offrant la réduction en toises et en mètres, des principales mesures itinéraires anciennes et modernes. Cette table, tirée en partie de l'Astronomie de M. Lalande, et en partie des cartes de d'Anville, n'a pour but que de mettre le lecteur en état d'obtenir une évaluation approximative des distances exprimées par ces mesures. Pour toutes les discussions dont ce sujet serait susceptible, je renvoie aux ouvrages où il est spécialement traité. Je dois aussi prévenir qu'on ne trouvera pas ici de table des positions géographiques, parce qu'il faut, journellement, l'augmenter et la rectifier. La *Connaissance des Temps* présente, chaque année, une nouvelle édition de cette table. C'est là que doivent la chercher les personnes qui s'occupent d'astronomie, ou qui se proposent de construire des cartes. Quand on ne veut que savoir à peu près la latitude et la longitude d'un lieu, on les trouve toujours par le moyen des bonnes cartes.

TABLE DES SOMMAIRES.

INTRODUCTION A LA GÉOGRAPHIE.

PREMIÈRE PARTIE.

GÉOGRAPHIE MATHÉMATIQUE ET CRITIQUE.

OBJET DE CETTE INTRODUCTION, page 1

PREMIÈRE SECTION.

Notions astronomiques nécessaires à l'étude de la géographie, 3
Premières idées sur la figure de la terre, *ibid.*
Du mouvement diurne des astres, 5
Comment on détermine la position des lieux sur la terre, 14
Du mouvement annuel de la terre et des saisons, 20
Des mouvemens de la lune, de ses phases et des éclipses, 36
Des corrections à faire aux observations, 46
Détermination de la méridienne, de l'heure vraie, du lever, du coucher des astres, etc. 49
De la mesure de la terre, 53
Du nouveau système métrique, 68

SECONDE SECTION.

Construction et usage des diverses représentations de la terre et de ses parties, 74
Des globes terrestres, *ibid.*
Des projections du globe représenté en perspective sur un plan, 94
Des projections par développement, 110
De la construction des détails sur les cartes d'après les plans, 125
De la construction des cartes d'après les relations, 142

De la direction des routes et des rhumbs ou aires de vent, 149
Des usages des diverses sortes de cartes, 165
De l'expression du nivellement sur les cartes, 178

INTRODUCTION A LA GÉOGRAPHIE.

DEUXIÈME PARTIE.

GÉOGRAPHIE PHYSIQUE.

OBJET DE CETTE INTRODUCTION, 191

PREMIÈRE SECTION.

Description des régions naturelles de la surface terrestre, 193
Des formes générales de cette surface, *ibid.*
Des principales divisions de la terre et de l'eau, 197
Des mers intérieures, golfes, baies et détroits de l'ancien continent, 198
Des presqu'îles de l'ancien continent et de ses principaux caps, 201
Des pentes vers l'Océan et les mers intérieures, 204
Des bassins des fleuves et des rivières, 207
Principales chaînes de montagnes de l'Europe et de l'Asie, 212
Division générale de l'Afrique, 219
Des îles adjacentes à l'ancien continent, 225
Description de l'Amérique ou nouveau continent, 229
Des presqu'îles du nouveau continent, 230
Des pentes et des bassins de l'Amérique septentrionale, 231
Des chaînes de montagnes de l'Amérique septentrionale, 233
Des bassins de l'Amérique méridionale, 234
Des montagnes de l'Amérique méridionale, 236
Des îles adjacentes au nouveau continent, 237
Des îles éparses dans l'Océan, 239
Remarques sur les divisions précédentes, 241
Enumération des villes principales du globe, 246
Description du bassin de la Seine, 250
Des divisions politiques, 254

SECONDE SECTION.

Des principales circonstances du sol et du climat des régions de la surface terrestre, 257
Des diverses espèces de sol, *ibid.*
Des montagnes, 259
Du relief général de la surface terrestre, 281
De la ligne des neiges perpétuelles, et des glaciers, 288
Des grottes et des cavernes, 297
Des volcans, 303
Des steppes, 314
Des plages arides, 316
Des grandes forêts, 320
Des cours d'eau, 321
Des lacs, 336
De l'Océan, 341
Des mouvemens de l'Océan, 343
Des eaux minérales, 361
De la température des diverses régions, *ibid.*
De l'intensité de la lumière, 370
De l'évaporation, 373
Des météores aqueux, 378
Des vents, 382
Du climat physique des régions, 389
De la géographie des plantes, 392
De la géographie des animaux, 394
De la géographie des minéraux et de la géologie, 395

APPENDICE.

Des services qu'un voyageur peut rendre à la géographie, 398
Des cartes qui accompagnent cet ouvrage, 402

Table I. Longueur qu'il faut donner au degré de longitude sur chaque parallèle, ou nombre de milles nautiques contenus dans ce degré, 405
Table II. Supérficie des quadrilatères sphériques, comprenant un degré en longitude et un degré en latitude, 406
Table III. Latitudes croissantes, ou longueurs qu'on doit donner aux divisions du méridien dans les cartes réduites, 407

Table IV. Conversion des anciennes mesures en nouvelles, 409
Table V. Principales mesures géographiques anciennes et modernes, rapportées à la toise et au mètre, 410
Table alphabétique des matières, contenant l'explication des termes de la géographie mathématique et physique, 413

Fin de la Table des Sommaires.

INTRODUCTION

A LA GÉOGRAPHIE.

PREMIÈRE PARTIE.

GÉOGRAPHIE MATHÉMATIQUE ET CRITIQUE.

N. B. Le lecteur est prié de consulter les *corrections* et *additions* placées à la fin de ce volume, particulièrement pour la page 255, tirée long-temps avant les nouveaux accroissemens de l'Empire français.

INTRODUCTION

A LA GÉOGRAPHIE MATHÉMATIQUE ET CRITIQUE.

OBJET DE CETTE INTRODUCTION.

La *Géographie*, ou la description de la terre, se partage en deux branches distinctes : l'une, dont la connaissance est le plus généralement répandue, et que l'on pourrait nommer *géographie narrative*, semblable aux récits des voyageurs, décrit, par la voie du discours, la connexion des différens pays, leurs principales circonstances physiques, la forme de leurs gouvernemens, leur division politique, leur commerce, les mœurs de leurs habitans, et enfin rappelle les principaux traits de leur histoire.

Ces descriptions, rendues dans le langage commun, appropriées aux notions les plus familières, ont nécessairement des formes un peu vagues; c'est pourquoi on a imaginé d'y joindre des *dessins* ou *cartes*, non-seulement dans l'intention de rendre sensibles à l'œil, les situations respectives des divers lieux de la terre, mais encore pour donner à ces situations, et aux relations de forme et d'étendue qui en résultent, la plus grande précision que l'on puisse atteindre, et dont on a souvent besoin dans la navigation, l'art militaire, la construction des routes, des canaux, et pour d'autres objets aussi importans à la société.

La construction de ces cartes forme une seconde branche non moins utile que la précédente, mais beaucoup moins

connue ; et quoique les principes sur lesquels elle repose tiennent à la géométrie et à l'astronomie, elle est souvent ignorée de ceux mêmes qui sont initiés dans ces sciences. Cela vient peut-être aussi de ce que, faute d'un nombre suffisant de déterminations précises, l'application des principes mathématiques ne sert, dans beaucoup de circonstances, qu'à tracer ce qu'on appelle le *cadre de la carte*, et que pour y placer les détails il faut alors recourir à la combinaison et à la discussion des relations des voyageurs, ou des récits des historiens.

Ce genre de travail, étant plutôt dirigé par la sagacité de celui qui l'exécute que par des règles générales, a paru sans doute peu susceptible d'analyse ; et on n'a pas cru pour cette raison devoir en parler dans l'instruction générale : mais cependant il n'est pas impossible de montrer le fil qui a conduit dans leurs recherches, les savans géographes du siècle passé et du nôtre, et de compléter ainsi les traités de géographie, en y joignant les élémens de la partie *mathématique* et *critique* de cette science, qui a principalement pour objet la construction des cartes. D'ailleurs, comment peut-on se servir avec sûreté de ces dessins, et en apprécier l'exactitude, lorsqu'on est absolument étranger aux procédés qu'on emploie pour les composer.

Ces motifs m'ont engagé à présenter ici un résumé de cette matière, en m'écartant de la marche ordinaire des introductions annexées à la plupart des traités de géographie, qui ne sont que des élémens d'astronomie plus ou moins abrégés. Je commencerai, comme les auteurs de ces introductions, par l'exposé des premières notions astronomiques ; mais je me bornerai à celles qui sont absolument nécessaires pour faire concevoir comment, à l'aide de l'observation des astres, on peut déterminer la position des différens points de la terre.

PREMIÈRE SECTION.

Notions astronomiques nécessaires à l'étude de la géographie.

Premières idées sur la figure de la terre.

1. Quand on est placé dans un lieu d'où rien ne borne a vue, on remarque d'abord que le ciel semble terminé sur a terre par un cercle, auquel on a donné le nom d'*horizon.* Il n'est pas possible de saisir la forme de la surface terrestre enfermée dans ce cercle, parce qu'elle y est le plus souvent illonnée d'inégalités, qui altèrent sa figure primitive; mais si on se trouve au bord de la mer, on reconnaît bientôt que, quelqu'unie que paraisse sa surface, elle n'est pas plate; car orsqu'un vaisseau arrive près des côtes, c'est par la partie upérieure de ses mâts qu'on l'aperçoit, et les meilleures unettes n'en sauraient faire découvrir le corps, quelque gros u'il soit : ce n'est qu'à mesure qu'il s'approche qu'on le voit e dégager de l'horizon, et pour ainsi dire sortir de la mer. Il faut donc, lorsqu'on ne voit que la partie supérieure, que 'inférieure soit cachée par la convexité de la portion de mer comprise entre le vaisseau et le spectateur, ainsi que le montre la figure 1.

Du moment où on a remarqué que la surface de la mer avait une courbure, on a bientôt conçu que les terres devaient y participer, abstraction faite de leurs inégalités; et on a été porté à regarder l'ensemble comme sphérique, parce que cette forme est, parmi les surfaces courbes, celle dont la loi géométrique est la plus simple, et qui se conçoit le plus facilement.

D'autres phénomènes qui seront indiqués dans la suite, ont fortifié cette conjecture, qui depuis a été vérifiée par

les voyages et les navigations autour de la terre ; et enfin les dernières découvertes astronomiques, en fournissant les moyens de mesurer la terre avec une grande précision, ont prouvé que sa forme était si approchante de celle de la sphère, qu'on pouvait dans le plus grand nombre de cas, négliger, sans erreur sensible, la différence qui s'y trouvait.

Les montagnes et les vallées, répandues à la surface de la terre, et comparées à sa masse, n'en altèrent pas plus la figure que ne le font sur l'orange dont la peau est la plus fine, les aspérités qu'on y remarque. On donnera plus loin, par le calcul, la preuve de cette assertion.

2. Le sommet de la calotte céleste qui nous enveloppe de toutes parts, est un point remarquable que l'on désigne par le mot *zénith ;* il répond perpendiculairement au-dessus de notre tête ; il est donc situé dans le prolongement de la *verticale*, c'est-à-dire, de la droite indiquée par la direction suivant laquelle les corps pesans tombent vers la surface de la terre, ou par celle que prend le *fil-à-plomb*.

Le raisonnement et l'observation ont constamment fait voir que la verticale est perpendiculaire à l'horizon ; mais pour vérifier cette circonstance, il faut définir l'horizon avec plus d'exactitude qu'on ne le fait dans le langage ordinaire, où on l'applique à la ligne irrégulière que tracent dans le ciel, les objets terrestres dont on est environné.

C'est au milieu de la mer et lorsqu'on a l'œil au niveau de sa surface, qu'on aperçoit le véritable horizon ; car, les rayons visuels rasant la surface de la mer dans tous les sens, composent un plan indéfini, qui touche le globe au point où est placé l'observateur. *Voyez* la fig. 2, où A Z désigne la *verticale*.

Lorsque l'œil est sensiblement élevé au-dessus de la mer, comme l'indique la lettre A dans la figure 3, les rayons visuels s'abaissent au-dessous du véritable horizon marqué par le

plan H H′, mais ils vont toujours rencontrer la surface de la mer dans une suite de points qui forment un cercle B C D E, perpendiculaire à la verticale A Z, puisque ces points sont tous à égale distance du point A : ce cercle est donc parallèle au plan H H′. Le fil-à-plomb étant aussi perpendiculaire à la surface des eaux stagnantes, quelque part qu'elles soient, il s'en suit que cette surface indique par tout un plan parallèle au véritable horizon. Pour distinguer le premier du second, on le nomme *plan horizontal*, et on réserve le nom d'*horizon sensible* pour le plan tangent au globe, par le point où se trouve l'observateur.

3. En concevant la verticale prolongée à travers la terre, elle ira marquer dans la partie du ciel opposée à celle que nous voyons, un point qu'on appelle *nadir*, et qui est aussi diamétralement opposé au zénith.

La figure 4 représente la situation respective de ces points pour un observateur placé en A. La droite A Z désigne la verticale, ou la ligne que marquerait au point A un fil-à-plomb ; Z est le zénith, et Z′ le nadir. Cette ligne étant perpendiculaire à la surface de la terre, passe nécessairement par son centre C, quand on la considère comme sphérique.

4. La pesanteur tendant par-tout vers l'intérieur de la terre, agit en A′ dans la direction Z′ A′, opposée à Z A ; les corps en ce lieu tombent encore à la surface terrestre, sur laquelle les hommes sont retenus par leur poids. Ceux qui sont en A′ ayant leurs pieds opposés aux pieds de ceux qui se trouvent en A, sont les *antipodes* de ces derniers.

Du mouvement diurne des astres

5. Ce sont les astres qui dirigeaient les premiers navigateurs lorsqu'ils perdaient la vue des terres, et qui montraient la route aux voyageurs égarés dans d'immenses déserts ; aussi est-ce par la correspondance des points de la terre avec ceux du ciel, qu'on est parvenu à fixer le rapport de situation des

lieux placés à une très-grande distance; mais on ne saurait employer avec sûreté les astres à cet usage, sans connaître les diverses apparences qu'ils présentent dans un même lieu, selon la diversité des temps où on les observe. Pour représenter ces apparences, on a imaginé des machines plus ou moins compliquées, qui toutes ont le très-grand inconvénient de ne montrer que des images, fausses en plusieurs parties, et très-imparfaites dans tout le reste, de phénomènes faciles à concevoir, lorsqu'on jette quelques regards attentifs sur le ciel lui-même. Un petit nombre de leçons données à la vue des objets, en apprend beaucoup plus que la seule explication des machines dont je viens de parler. Quelque détaillée qu'elle puisse être, elle n'amènera jamais cette conviction qui résulte de la vue immédiate des phénomènes; et néanmoins dans la multitude de personnes qui étudient la géographie, à peine s'en trouve-t-il quelques-unes, qui aient la curiosité de s'assurer par leurs propres yeux, que les astres ont en effet les mouvemens apparens qu'on leur assigne.

En se plaçant de grand matin dans un bel horizon, on remarque d'abord que c'est de la circonférence de ce cercle que semble se dégager le soleil au moment de son lever, annoncé quelque temps auparavant par une lumière de plus en plus éclatante, qui le précède dans la partie du ciel où il doit paraître. L'observateur qui suit le cours de cet astre pendant toute une journée, le voit s'élever successivement jusqu'à un certain point, puis descendre et disparaître enfin dans l'horizon, du côté opposé à celui où il s'est levé.

Lorsque dans le cours d'une belle nuit, on suit avec attention le mouvement des étoiles, on en voit qui se montrent dans la partie du ciel où le soleil se lève, d'autres qui disparaissent dans la partie où il se couche; et toutes semblent se

mouvoir dans le même sens que lui, c'est-à-dire, de gauche à droite pour un observateur placé dans notre pays, et tourné vers la portion du ciel que parcourt cet astre.

Si cet observateur regarde du côté opposé, il ne manquera pas de remarquer des étoiles dont le mouvement est à peine sensible pendant des heures entières, tandis que les autres ont parcouru de grands espaces. Une d'elles, qu'il est facile de reconnaître, paraît immobile, tandis que celles qui n'en sont pas très-éloignées décrivent autour de celle-ci plus d'un demi-cercle, comme on peut s'en convaincre en les observant seulement à l'entrée de l'une de nos longues nuits d'hiver, et un peu avant le jour. On les verrait même achever le cercle entier, si la lumière du soleil, en effaçant la leur, ne les faisait disparaître.

Il s'est peut-être passé beaucoup de siècles avant que les hommes aient pu concevoir ce que devenaient le soleil et les étoiles après qu'ils avaient disparu sous l'horizon, et avant qu'ils reparussent le lendemain par le côté opposé : cependant, il est facile de voir qu'on peut rendre raison de cette circonstance, en supposant que les astres sont placés dans l'espace, au delà des limites de la terre, et achèvent au-dessous d'elle, par rapport à l'observateur, le cercle dont il n'aperçoit qu'une partie.

Les étoiles, ainsi que le soleil, paraissent donc tourner dans le même sens, par un mouvement commun qui, dans l'espace de vingt-quatre heures, les ramène sensiblement dans la même situation, à l'égard de l'horizon; et l'étoile qui demeure immobile, peut être regardée comme le centre de ce mouvement que les astronomes ont cru long-temps réel.

6. Pour l'expliquer, ils supposaient le soleil et les étoiles attachés à une voûte solide, qui les emportait avec elle en tournant autour de la terre dans l'espace de vingt-quatre

heures. Mais lorsqu'on a reconnu que les astres n'étaient pas tous à la même distance de la terre, que plusieurs s'en éloignaient et s'en rapprochaient successivement à certaines époques, il a fallu réformer la conjecture précédente; et l'on en est venu à concevoir que le mouvement général des astres n'était qu'une apparence, produite par un mouvement réel que la sphère terrestre exécutait en tournant sur elle-même, en sens contraire, autour d'un *diamètre* ou *axe*, dont le prolongement passait par l'étoile qui semble immobile.

En effet, lorsqu'on est dans un bateau abandonné au cours tranquille d'une rivière, qu'aucune secousse n'avertit qu'on change de lieu, et que, détournant les yeux de ce bateau et de tout ce qu'il contient, on les fixe sur les objets du rivage, ils paraissent se mouvoir dans le sens opposé à celui où l'on va. Partageant de même, à chaque instant, avec tous les corps placés sur la terre, les divers mouvemens qu'elle peut exécuter, nous n'avons d'autre moyen de reconnaître notre changement de lieu que par celui que nous remarquons dans les corps célestes, et auxquels nous devons naturellement attribuer un déplacement contraire à celui que nous éprouvons. Cette explication, que sa simplicité suffirait pour rendre très-probable, s'est confirmée de plus en plus par l'analyse exacte des phénomènes, et par l'accord des observations avec ses résultats.

7. Le point autour duquel paraît se faire le mouvement commun des astres, se nomme le *pôle céleste;* l'étoile qui le fait remarquer, et qui en est très-voisine, est l'*étoile polaire* (1).

(1) Cette étoile se trouve aisément, quand on est parvenu à reconnaître dans le ciel un groupe composé de sept autres étoiles remarquables par leur arrangement. La figure 5 indique cet arrangement, qui ne peut manquer de frapper les yeux, lorsqu'on regarde attentivement la

L'axe de la terre, dirigé à ce point, marque sur la surface de notre globe, qu'il traverse, deux points opposés, qui sont les *pôles terrestres*. Celui qui répond à l'étoile polaire, se nomme indifféremment *pôle septentrional*, *pôle nord*, *pôle arctique*; et l'opposé *pôle austral*, *pôle sud*, *pôle antarctique*.

Le point de l'horizon qui répond verticalement au-dessous du pôle nord, est le *nord* ou *septentrion*; le point opposé est le *sud* ou *midi*.

La ligne idéale qui joint ces deux points, se nomme la *méridienne*; si on lui mène une perpendiculaire, qu'on imagine prolongée de part et d'autre jusqu'à l'horizon, elle détermine sur ce cercle deux points opposés, que l'on désigne sous les noms d'*est* et d'*ouest*, ou d'*orient* et d'*occident*, ou enfin de *levant* et de *couchant*.

Les dernières dénominations font entendre que l'un de ces points est du côté où les astres paraissent commencer leur course journalière au-dessus de l'horizon, ou se lever; que l'autre est du côté où ils semblent se prolonger au-dessous du même cercle, ou se coucher; et que *le mouvement diurne apparent des astres est dirigé d'orient en occident*.

Il est à propos de se rappeler que les quatre points indiqués ci-dessus sont nommés *points cardinaux*, et que lorsqu'on regarde le *midi*, on a l'*est* à gauche, l'*ouest* à droite, et le *nord* derrière soi. Si l'on marque sur une surface horizontale deux points dans la direction de l'étoile polaire, ils détermineront une ligne qui différera peu de la méridienne. Je donnerai bientôt d'autres moyens pour la tracer plus exactement.

---

partie du ciel opposée à celle qu'a parcourue le soleil pendant la journée; et si l'on prolonge la ligne idéale qui joint les étoiles marquées par les lettres A et B, elle ira, à quelque distance, rencontrer l'étoile polaire, marquée P.

8. Pour résumer avec quelque précision les remarques énoncées dans les articles précédens, il est nécessaire d'avoir recours à des figures. Sur celles qui sont marquées 6 et 7, on a tâché de donner une idée de la courbure de l'horizon, autant que cela est possible dans un dessin qui ne peut jamais représenter qu'une très-petite portion de ce cercle; mais on y voit assez bien les principales circonstances du mouvement diurne des astres.

Dans la figure 6, destinée à représenter le côté du midi, deux arcs indiquent des routes apparentes de divers astres qui s'élèvent plus ou moins sur l'horizon, suivant leurs situations respectives. Considérant en particulier l'arc sur lequel se trouve le soleil qui s'est levé dans la partie gauche du tableau, et qui doit se coucher dans la partie droite, on remarquera la situation de cet astre parvenu au point de sa plus grande élévation apparente, au-dessus de l'horizon. Le point M, qui répond perpendiculairement au-dessous, désigne le midi; et la ligne qui va des pieds de l'observateur vers le point M, est sa méridienne.

Les points *est* et *ouest* sont situés dans l'horizon, sur le prolongement de la droite E O, perpendiculaire à la méridienne.

La figure 7 représente la partie nord du ciel; l'observateur est tourné du côté opposé à celui où il regardait dans la figure précédente. La lettre P marque l'étoile polaire; le point N, qui répond perpendiculairement au-dessous, désigne le nord; et la ligne qui va des pieds de l'observateur à ce point, est encore la méridienne; c'est la ligne A M de la figure précédente, prolongée derrière l'observateur. En revenant à la figure 7, on voit clairement que les astres placés à une distance du point P, moindre que P N, doivent paraître décrire le cercle entier, tel que G H I K. Ceux qui sont plus éloignés décrivent ensuite des portions de cercle de plus en plus petites par rapport à la circonférence entière.

Les deux figures précédentes, qui ne montrent qu'une très-petite partie du ciel, sont aisées à sentir; mais les autres offrent plus de difficulté, lorsqu'on n'en saisit pas d'abord le point de vue. En effet, nous ne saurions apercevoir le spectacle entier du ciel, dont une moitié se trouve au-dessous de la terre par rapport à nous; il faut donc, pour concevoir les figures où on le représente, se placer en idée hors de la terre, et la considérer comme un globe isolé au milieu d'un espace indéfini dans tous les sens. C'est aussi de cette manière que sont vues les sphères artificielles, au moyen desquelles on exécute des mouvemens analogues à ceux des astres, et on produit des apparences semblables à celles qu'on a observées; mais les liaisons qu'il faut établir pour le soutien de la machine et l'assemblage de ses parties, sont précisément ce qui la gâte, puisque rien de cela ne se trouve dans le ciel; c'est pourquoi les esprits, capables de saisir les conceptions géométriques, trouvent plus de vérité, même dans les figures planes, quoiqu'on soit obligé d'y représenter les objets en perspective : telles sont celles dont je vais donner l'explication.

La figure 8 répond aux mouvemens apparens indiqués dans le n° 5, et dans les figures 6 et 7; mais les divers cercles parcourus par les astres, sont vus de côté, au lieu de l'être en face, ce qui suppose que l'œil est placé à une très-grande distance de la terre, et un peu au-dessus de l'horizon, du côté de l'est.

Le cercle MENO représente l'horizon du point A; les arcs BCD, B′C D′, sont les portions de cercle que paraissent décrire les astres autour du pôle céleste P. Ceux dont la distance au pôle est moindre que l'arc PN, qui marque l'élévation de ce point au-dessus de l'horizon, paraissent décrire des cercles entiers, tels que GHIK; N est le nord de l'horizon, M le midi, et MN désigne par consé-

quent la ligne méridienne. Le demi-cercle MZN, dont le plan est supposé perpendiculaire sur celui de l'horizon MENO, et qui passe par les points N et M, est le méridien céleste qui coupe aux points C, C', les arcs BCD, B'C'D', en deux parties égales.

Le point E est l'orient ou l'est de l'horizon, et le point O est l'occident ou l'ouest; c'est de E vers O que les astres paraissent se mouvoir, et passer au milieu de leur course par quelqu'un des points du cercle MZN.

9. Je passe maintenant à l'explication de ces apparences, indiquée dans le n° 6. La figure 9 représente le globe terrestre isolé; le point A est supposé le lieu de l'observateur, EMON son horizon, et la droite *pp'* désigne l'axe autour duquel la terre exécute son mouvement de rotation d'occident en orient. Prolongé dans le ciel, cet axe passe par le pôle céleste P.

Cela posé, d'après la définition qu'on en a donnée, dans le n° 2, il est évident que l'horizon de l'observateur tourne avec lui, pendant la rotation du globe, et s'avance successivement vers les astres situés dans le sens de son mouvement, qui par conséquent semblent marcher dans le sens opposé pour s'approcher de ce plan.

Le plan MZN du méridien, élevé sur la ligne méridienne NM, perpendiculairement au plan horizontal ENOM, tourne aussi avec ce dernier, et se dirige successivement vers les mêmes astres, qui se trouvent alors au milieu de l'espace qu'ils semblent parcourir au-dessus de l'horizon.

Quand le bord occidental de l'horizon est parvenu à un astre, cet astre paraît se coucher, et cesse ensuite d'être visible jusqu'à ce que le mouvement de la terre ait ramené sur lui le bord oriental de l'horizon; parce que durant cet intervalle, les rayons visuels qui rasent la terre, passent au-dessus de l'astre.

Cette explication répond donc aux apparences, d'une manière aussi exacte que simple, et rend parfaitement raison de l'apparition et de la disparition journalière des astres, circonstances par lesquelles le soleil produit l'alternative du jour et de la nuit.

10. Une remarque importante à faire, c'est que tous les mouvemens dont il est question dans ce qui précède, ne se mesurent que par des angles, sans aucun égard à la longueur absolue des distances.

En effet, quand un astre F, après avoir paru sur le prolongement du rayon visuel AF, dans le plan de l'horizon, se trouve sur le prolongement du rayon AF′, dans le plan du méridien, l'observateur n'a remarqué que l'espace angulaire compris entre les deux droites AF et AF′, qui paraît embrasser dans le ciel un arc de cercle dont le rayon n'est déterminé en aucune manière.

Il suit de cette remarque que l'on peut, lorsqu'il s'agit des astres, substituer au plan tangent ENOM, un plan parallèle mené par le centre de la terre; car lorsqu'un astre, situé en G, paraîtra dans l'horizon tangent au point A, un observateur qui serait placé au centre de la terre, voyant le même astre sur la ligne CG, le trouverait seulement élevé de l'angle GC*n*, qui est d'autant plus petit que le point G est plus éloigné, ainsi qu'on le voit à l'égard du point G′. Or, la distance des astres est si grande, que cet angle est insensible pour la plupart de ces corps, et très-petit pour les autres.

Substituant, en conséquence de ce qui vient d'être dit, la figure 10 à la précédente, je prends pour plan horizontal, par rapport aux astres, le plan ENOM, mené par le centre de la terre, parallèlement au plan qui la toucherait en A, ou ce qui est la même chose, perpendiculairement au rayon CA, tiré de ce point au centre de la terre. Je conçois le plan MZN du

méridien, prolongé indéfiniment autour du centre C de la terre, par lequel il passe nécessairement, puisqu'il est mené par l'axe P P'. Il détermine alors sur la surface terrestre, un cercle P A P' qui passe par les pôles, qu'on nomme le *méridien* du lieu A, et qui l'est aussi de tous les points situés sur sa circonférence. L'horizon E N O M se nomme l'*horizon rationel*, pour le distinguer de celui qui est tangent à la surface de la terre, et qui s'appelle *horizon sensible*.

11. L'observation assidue des astres en a bientôt fait distinguer de deux sortes; les uns qui conservent entr'eux les mêmes distances et le même arrangement, ne semblent affectés que du mouvement apparent qui résulte de la rotation de la terre autour de son axe; les autres, qui ont un mouvement propre, changent de situation, soit entr'eux, soit par rapport aux premiers. Ceux-ci se nomment *étoiles fixes* ou simplement *étoiles*; les autres se partagent encore en plusieurs classes, savoir: les *planètes* assujéties à des mouvemens dont la période est connue, et les *comètes* qui ne font que des apparitions plus ou moins longues, et qui sont souvent enveloppées d'une lumière pâle et diffuse, présentant quelquefois l'apparence d'une couronne ou chevelure, et se prolongeant aussi quelquefois en forme de queue.

L'observation des étoiles fixes est un des moyens les plus simples pour connaître la position respective des lieux situés sur le même méridien, et confirme pleinement ce qu'on a avancé dans le n 1 sur la rondeur de la terre.

Comment on détermine la position des lieux sur la terre.

12. D'après la définition de l'horizon, on aperçoit sans peine qu'il doit changer de position par rapport aux astres, lorsque l'observateur change spontanément de lieu. S'il se transporte par exemple de A en A', *fig.* 11, en allant directement du nord au midi, ou en suivant le méridien, le rayon visuel horizontal qui était N M, deviendra N' M', en sorte qu'un

astre E placé sur le prolongement de ce rayon, se trouvera élevé au-dessus du rayon horizontal M′N′, au lieu A′, d'un angle ECM′, précisément égal à celui que forment les rayons CA et CA′ menés au centre de la terre.

En effet, les angles ACM et A′CM′ étant droits (n° 2), si l'on en retranche l'angle commun MCA′, les restes MCM′ et A′CA seront égaux.

C'est ainsi que Possidonius ayant remarqué qu'une étoile très-brillante, désignée sous le nom de *canopus*, paraissait à Rhodes dans l'horizon, et se trouvait élevée de la 48e partie du cercle, ou de 7 deg. et demi, à Alexandrie en Egypte, en conclût que Rhodes se trouvait éloignée d'Alexandrie, dans le sens du méridien, de la 48e partie de ce cercle.

Le philosophe grec tira encore de la même observation cette conséquence importante que, connaissant la distance de Rhodes et d'Alexandrie en mesures itinéraires, et le rapport que l'arc du méridien compris entre ces deux villes avait avec la circonférence entière, il en conclurait la longueur de la circonférence de la terre, exprimée aussi en mesures itinéraires. D'après la durée des navigations et le chemin qu'un vaisseau de ce temps parcourait en un jour, la distance de Rhodes à Alexandrie était estimée de 5000 stades : cette distance répétée 48 fois, produit 240,000 stades pour la circonférence de la terre.

L'exactitude de ce résultât n'est pas bien constatée, parce qu'on ignore la valeur du stade dont s'est servi Possidonius, et que d'ailleurs, il semble ne s'être appuyé que sur des estimations un peu vagues ; mais le principe d'où il est parti est encore celui dont on se sert aujourd'hui pour parvenir aux déterminations les plus exactes.

Il s'agit toujours de trouver, par les observations du même astre, dans quel rapport l'arc AA′ du méridien qui

passe par les deux points d'observation, est avec la circonférence entière; et on mesure ensuite la distance itinéraire de ces points.

13. Par cette observation, on est en état de rapporter un lieu A′ à un autre lieu A; mais pour déterminer d'une manière absolue la position de ces points, il est nécessaire de prendre un terme fixe de comparaison.

Pour cela, on conçoit par le centre de la terre, perpendiculairement à son axe de rotation, un plan qui détermine sur sa surface une circonférence G E F O, *fig.* 12, dont tous les points sont à égale distance des pôles P et P′, et qu'on nomme *équateur*. Lorsqu'on est placé sur ce cercle, les deux pôles sont dans l'horizon; mais à mesure qu'on s'en éloigne pour s'approcher de l'un des pôles, celui-ci s'élève tandis que l'autre s'abaisse. C'est ainsi que lorsqu'on est en A′, *fig.* 11, le pôle P est élevé au-dessus de l'horizon, de la quantité angulaire P C N′, et quand on passe en A, cet angle augmente de N C N′, et devient P C N.

Le pôle opposé P′, s'abaisse au contraire au-dessous de l'horizon, de l'angle M C M′, égal à N C N′, comme opposé par le sommet.

L'angle qui mesure la hauteur du pôle au-dessus d'un horizon quelconque, est égal à celui qui mesure la distance angulaire d'un lieu à l'équateur, comptée dans le sens du méridien.

Pour s'en convaincre, il suffit de remarquer que les angles A C N et G C P, *fig.* 12, étant droits, si on en retranche l'angle commun A C P, les restes A C G et N C P seront égaux. On voit aussi par la même figure, que la hauteur M C G à laquelle les points de l'équateur paraissent sur l'horizon, est le complément de l'angle A C G.

Lors donc qu'on parviendra à déterminer dans un lieu

quelconque la hauteur du pôle au-dessus de l'horizon, on connaîtra la distance angulaire de ce lieu à l'équateur, ou le nombre des parties de l'arc du méridien intercepté entre ce lieu et l'équateur.

14. Les étoiles circompolaires, qui ne se couchent point dans les lieux où l'un des pôles est élevé sur l'horizon, fournissent immédiatement cette détermination.

En effet, puisqu'elles paraissent décrire autour du pôle céleste, un cercle, elles s'en écartent également dans tous les sens; et comme elles passent deux fois au méridien, pendant une révolution diurne de la terre, savoir : une fois au-dessus du pôle et une fois au-dessous; si l'on mesure leur angle d'élévation dans chacune de ces positions, et qu'on prenne le milieu entre les deux résultats, on aura l'élévation du pôle.

C'est ce que montre évidemment la *figure* 13. Lorsque l'étoile passe au méridien au-dessus du pôle, son angle d'élévation sur l'horizon est EON; quand elle paraît en E′ au méridien, au-dessous du pôle, son angle d'élévation est E′ON. Les angles EOP et E′OP étant égaux, l'angle PON tient le milieu entre EON et E′ON, et est égal par conséquent à la moitié de leur somme.

De plus, si on prend la moitié de la différence EOE′, des angles EON et E′ON, mesurés entre l'étoile et l'horizon, on aura l'angle EOP, qui fera connaître la distance angulaire entre l'étoile observée et le pôle céleste.

En mesurant, par exemple, à Paris, pendant une longue nuit d'hiver, les deux hauteurs méridiennes de l'étoile polaire, on trouvera (1):

(1) Convaincu que la description des instrumens astronomiques est absolument insuffisante pour les faire connaître aux personnes qui n'en

Lorsqu'elle passe au-dessus du pôle, 50° 37′
Lorsqu'elle passe au-dessous . . . . . 47° 5′ } environ.

La somme étant . . . . . 97° 42′
La moitié . . . . . 48° 51′

Sera la hauteur du pôle au-dessus de l'horizon de Paris, ou la distance de cette ville à l'équateur.

Si, au contraire, on retranche 47° 5′ de 50° 37′, on trouvera pour la différence, 3° 32′, dont la moitié, 1° 46′, mesurera la distance de l'étoile polaire au pôle, qui, comme on le voit, n'occupe pas exactement ce point, mais en est seulement très-voisine.

15. La connaissance de la distance d'un lieu de la terre à l'équateur, ne suffit pas pour déterminer la position de ce lieu; car la même distance convient à tous les points situés sur l'intersection de la sphère et d'un plan parallèle à l'équateur, intersection qui donne un cercle parallèle à l'équateur, mais dont le rayon est moindre, et que pour cette raison on nomme un *petit cercle*.

Tous les points de ce cercle ne peuvent se distinguer que par le méridien, qui est différent pour chacun d'eux; et l'observation des mouvemens célestes en donne encore le moyen.

En effet, les plans des divers méridiens PAP′, PLP′,

---

ont jamais vu de ce genre, j'ai cru n'en pas devoir charger cette introduction. D'ailleurs, la forme de ces instrumens, dont l'objet est de mesurer les angles, est si variée, qu'on ne saurait, sans un détail très-prolixe, indiquer la manière de se servir de tous ceux qu'on peut rencontrer. On sait d'ailleurs, par les premières notions de géométrie, que les angles ont pour mesure des arcs de cercle, et que deux règles mobiles autour d'une charnière, suffisent pour prendre la direction des lignes qui les forment.

PMP′, etc. *fig* 14, se coupant tous dans l'axe PP′, et tournant sur cette ligne, répondent successivement à la même étoile; et entre le passage de deux méridiens quelconques par cette étoile, il s'écoule un temps qui est à la durée de la rotation entière, comme l'angle que font ces méridiens est à quatre angles droits; en sorte que si on pouvait mesurer le premier intervalle pour le comparer au second, on en déduirait l'angle que les deux méridiens proposés font entr'eux.

On y parviendrait si l'on pouvait indiquer par un signal, visible en même temps dans des lieux placés sous les deux méridiens, le moment où une étoile paraît sur l'un de ces méridiens; car ayant marqué cet instant, une horloge bien réglée donnerait la mesure du temps qui s'écoulerait entre ce passage et celui de la même étoile par l'autre méridien.

Si par exemple deux observateurs, l'un à Paris et l'autre à Dreux, étaient convenus de déterminer le même jour le passage de la même étoile au méridien de la ville qu'ils habitent, et qu'un signal donné au moment où cette étoile passe au méridien de Paris, pût être visible à Dreux, il s'écoulerait environ quatre minutes avant que l'étoile fût dans le méridien de Dreux. Cet intervalle étant à peu près la 360e. partie de la durée d'une révolution diurne de la terre, il en résulte que le plan du méridien qui passe par Dreux, fait avec celui du méridien qui passe par Paris, un angle qui est la 360e. partie de quatre angles droits, ou dont la mesure est un degré.

16. Connaissant par ce moyen l'angle que le méridien PLP′ passant par le lieu L, fait avec le méridien PAP′ passant par un lieu donné A, le lieu L sera entièrement déterminé, si l'on a d'ailleurs sa distance GL à l'équateur EGF, puisqu'il se trouvera à l'intersection du parallèle LM mené à cette distance, et du demi-cercle PLP′.

La distance GL d'un lieu à l'équateur, comptée sur le méridien, se nomme *latitude;* elle est *septentrionale* ou *nord* lorsque le lieu est placé entre le pôle de ce nom et l'équateur ; elle est *méridionale* ou *sud* dans l'hémisphère opposé.

L'angle des méridiens PAP′ et PLP′, mesuré par les arcs EG ou HL, compris sur l'équateur ou sur le parallèle, est la *différence en longitude* des lieux A et L, et se nomme *longitude* du lieu L, lorsque le demi-cercle PAP′ est le *premier méridien*, qu'on fait passer par un lieu convenu arbitrairement.

Le moyen indiqué précédemment pour la détermination de la longitude, n'est praticable en général, qu'en prenant pour signal un phénomène céleste; car pour qu'un signal soit aperçu de deux endroits en même temps, il doit être d'autant plus élevé (n.° 2) que ces points sont plus distans. Les phénomènes qu'on emploie à cet usage sont ceux qui résultent du mouvement propre des planètes; je vais donc donner quelques notions de ce mouvement.

Du mouvement annuel de la terre, et des saisons.

17. Outre le mouvement diurne apparent qu'il partage avec tous les astres, le soleil, dans le cours d'une année, semble s'avancer alternativement vers l'un des pôles et vers l'autre; si de plus, on le compare aux étoiles, en remarquant une de celles qui se couchent un peu après lui, on reconnaît que l'intervalle entre l'arrivée du soleil à l'horizon et celle de l'étoile diminue; et bientôt on cesse d'apercevoir l'étoile, parce qu'elle entre dans l'horizon avant que le ciel soit assez obscurci pour que sa lumière soit sensible : le soleil s'approche donc chaque jour de l'étoile, et s'avance par conséquent vers l'orient. Un petit nombre de jours après cette disparition, le lever de l'étoile précédant assez celui du soleil pour qu'elle soit aperçue avant que la lumière de l'aurore puisse l'effacer,

la même étoile reparaît à l'orient; et l'intervalle qui s'écoule entre son lever et celui du soleil, augmentant chaque jour, prouve que ce dernier astre s'en est éloigné de plus en plus vers l'orient. Enfin, après environ 365 jours, l'étoile et le soleil se retrouvent dans les mêmes positions relatives. (1)

Le soleil paraît donc animé de deux mouvemens, l'un dont le sens est du midi au nord et du nord au midi, et l'autre d'occident en orient.

On explique d'abord très-simplement ces apparences, en donnant au soleil un seul mouvement qui se répète tous les

---

(1) Cette disparition et cette apparition des étoiles étaient soigneusement observées par les anciens, parce qu'elles leur indiquaient les temps propres aux travaux de l'agriculture ou à la navigation. Ils nommaient *coucher héliaque* (*ou* solaire) la disparition, et *lever héliaque* l'apparition.

L'heure du coucher du soleil précédant celle du coucher héliaque de l'étoile, ce n'est que dans les jours suivans que les deux astres arrivent en même temps à l'horizon. Il ne faut pas non plus confondre le jour du lever héliaque d'une étoile, avec celui où les deux astres sont sortis en même temps de l'horizon : cette dernière époque précède l'autre.

Les levers et les couchers des étoiles qui arrivent simultanément avec les levers et les couchers du soleil, sont appelés *levers et couchers cosmiques* (ou *bien ordonnés*); mais on peut aussi chaque jour remarquer des étoiles qui ont dû se lever au moment où le soleil s'est couché, ou se coucher au moment où il s'est levé. Ces circonstances sont désignées par les dénominations de *levers et couchers achroniques* (ou *à contretemps*. Voyez *la table des matières*).

Les époques des levers et couchers, soit cosmiques, soit achroniques, ne dépendant que de la situation respective de l'étoile, du soleil et de l'observateur, peuvent se calculer rigoureusement. Il n'en est pas ainsi des levers et couchers héliaques, parce que le défaut de transparence de l'atmosphère aux environs de l'horizon, fait disparaître des étoiles, avant qu'elles aient atteint ce cercle, et plutôt ou plus tard, selon le climat et la saison.

ans, ou *annuel,* et qui s'exécute dans un plan incliné à l'axe de la terre, puisqu'il penche alternativement vers l'un et l'autre pôles. Mais les circonstances du mouvement des autres planètes ne se prêtent à aucune explication plausible, lorsqu'on regarde ces corps comme se mouvant autour de la terre; tandis qu'en les faisant mouvoir autour du soleil, et en attribuant aussi à la terre le mouvement annuel de cet astre, la combinaison de ces mouvemens absolus donne à chacune des planètes, vues de la terre, un mouvement relatif, parfaitement conforme à toutes les apparences, et susceptible de les représenter avec la plus grande précision. C'est par ce moyen que Copernic rendit au *système du monde* la simplicité et l'exactitude qu'il avait entièrement perdues sous les efforts multipliés que faisaient, après Ptolémée, les partisans de l'immobilité de la terre, pour expliquer comment les planètes paraissaient tantôt cesser momentanément de se mouvoir, tantôt changer de direction.

Il imagina donc qu'en même temps que la terre tournait sur son axe, d'occident en orient, dans l'intervalle d'un jour (n°. 6), sa masse, emportée dans l'espace absolu, d'orient en occident, faisait, dans un plan incliné à l'équateur, autour du soleil, une révolution entière dans l'intervalle d'une année.

On a tous les jours sous les yeux une foule d'exemples de ces deux mouvemens simultanés dans un même corps.

La *toupie* dont s'amusent les enfans est l'un des plus familiers; tandis qu'elle tourne rapidement sur le morceau de fer qui la traverse, et qui forme son axe, elle décrit encore sur le sol, des courbes très-variées, et qui dépendent de la manière dont elle a été lancée. Une boule qui n'a pas été frappée dans une direction passant par son centre, contracte un mouvement sur elle-même, ou de rotation, outre le

mouvement progressif qui résulte de l'impulsion qu'elle a reçue. Ces indications doivent suffire pour faire comprendre les détails que je vais exposer sur les deux mouvemens de la terre.

18. Pour bien concevoir comment le mouvement annuel de la terre produit les phénomènes du déplacement apparent du soleil, il suffit de saisir les conséquences du parallélisme que l'axe de la terre conserve dans toutes les positions qu'elle occupe.

Cet axe, qui est incliné par rapport au plan dans lequel le centre de la terre exécute son mouvement autour du soleil, demeurant toujours parallèle à lui-même, présente alternativement chacune de ses extrémités, ou chacun des pôles, vers le soleil. Cela se voit dans la *fig.* 15, où les lignes PP′ parallèles entre elles, représentent l'axe de la terre, et S le centre du soleil. Ce parallélisme fait que le pôle P, qui est le plus près du soleil lorsque la terre est en B, devient le plus éloigné quand la terre est en D, parce que dans la première situation, l'inclinaison de la partie BP de l'axe terrestre est tournée en dedans de la courbe ABCD, tandis qu'au point D elle se trouve en dehors. Il y a deux points intermédiaires A et C, dans lesquels l'axe PP′ ne penche ni vers le soleil ni du côté opposé, et la ligne CSA qui joint le centre du soleil et celui de la terre dans ces deux positions opposées, est perpendiculaire sur l'axe PP′. Dans tous les autres points de l'orbite ABCD, l'axe terrestre penchera nécessairement vers le soleil ou du côté opposé; et comme ce sont ces deux positions qui produisent les saisons, je vais les considérer à part.

19. La *fig.* 16 se rapporte au cas où le pôle P est le plus près du soleil. La distance du soleil à la terre étant très-considérable par rapport au diamètre de celle-ci, les rayons de

cet astre peuvent être regardés comme sensiblement parallèles à la ligne SO qui joint les centres de ces deux corps. On conçoit d'abord que la surface terrestre se partage à chaque instant en deux parties, celle qui regarde le soleil étant éclairée, tandis que celle qui est du côté opposé est obscure. La limite qui sépare ces deux parties est déterminée par le grand cercle ILK′, mené perpendiculairement à la ligne SO; car il est évident que ce cercle embrasse la surface que la terre présente au soleil, et que les rayons de lumière tels que SI, SK′, qui en atteignent la circonférence, ne font que raser le globe. On l'appelle le *cercle d'illumination.*

Cela posé, l'équateur ELF étant un grand cercle, se trouve partagé en deux également par le cercle d'illumination; chacun de ses points parcourt la moitié de la circonférence dans la partie éclairée de la terre, et jouit par conséquent de la présence du soleil pendant la moitié du temps de la rotation de la terre. De là vient que dans les lieux situés sur ce cercle, les jours sont égaux aux nuits, et qu'on le nomme quelquefois *ligne équinoxiale.* Tous les cercles que décrivent les différens points de l'arc PE, sont partagés de plus en plus inégalement par le cercle d'illumination, à mesure qu'ils sont plus près du pôle; la plus grande des deux portions se trouve dans la partie éclairée, et la plus petite dans la partie obscure: pour tous ces points, la durée du jour surpasse donc de plus en plus celle de la nuit. Il n'y a même pas de nuit pour toute la région renfermée dans le cercle IK, décrit par le point I où passe le rayon solaire qui rase la terre le plus près du pôle P, parce que ce cercle est tout entier dans la partie éclairée.

Pour l'autre hémisphère EP′F, tout se passe dans un ordre inverse. Au delà de l'équateur ELF, en allant vers le

pôle P′, les cercles décrits parallèlement à l'équateur, coupés de plus en plus inégalement par le cercle d'illumination I I′K′, ont leur plus grande portion dans la partie obscure, [illegible] plus petite dans la partie éclairée. La durée des nuits [illegible] donc de plus en plus celle des jours; et la région [illegible] dans le cercle I′K′, décrit par le point K où [illegible] rayon du soleil qui rase la terre le plus près du pôle P′, [illegible] ant toute entière dans la partie obscure, n'a point de jour.

Le rayon SO étant dirigé vers le centre de la terre, tombe perpendiculairement sur sa surface, et le point H en tournant autour de l'axe PP′, décrit un cercle HG dont tous les points viennent successivement passer à plomb sous le soleil. De part et d'autre de ce cercle, les rayons solaires deviennent de plus en plus obliques, et ils sont horizontaux sur les cercles IK et I′K′, puisqu'ils n'y font que raser la terre. (n.° 2)

Il suit de là que le soleil paraît sur l'horizon à une hauteur d'autant plus grande, que le lieu de cet horizon est sur un cercle parallèle à l'équateur, plus voisin de GH.

20. Dans la *figure* 17, où la partie OP de l'axe terrestre est penchée en sens contraire par rapport au soleil, il faut appliquer à l'hémisphère EP′F, ce qu'on a vu précédemment pour l'hémisphère EPF *et vice versâ*. C'est dans le premier que les jours surpassent les nuits, et c'est sur les points du cercle G′H′ de cet hémisphère, que le soleil répond perpendiculairement. Le contraire a lieu pour l'hémisphère EPF.

21. Quand la terre est en A ou en C, *fig.* 15, le rayon solaire SA ou SC, dirigé vers le centre de la terre, étant perpendiculaire à l'axe PP′ (n.° 20), celui-ci se trouve dans le plan du cercle d'illumination, qui partage alors non-seulement l'équateur en deux parties égales, mais tous les cercles qui lui sont parallèles; en sorte que la partie éclairée en embrasse autant que la partie obscure. Dans cette position,

la durée du jour se trouve égale à celle de la nuit pour tous les points de la surface terrestre.

22. Pour produire, en petit, l'image des phénomènes que je viens de décrire, il suffit de placer, sur une table, loin des corps qui pourraient en réfléchir l'éclat, une lumière assez forte; et de promener autour de cette lumière, dans un éloignement plus ou moins grand, selon sa vivacité, et à peu près à sa hauteur, une boule de quelques pouces de diamètre, traversée d'un axe passant par son centre. Pourvu qu'on ait l'attention d'incliner cet axe par rapport au plancher de la chambre, et de le maintenir toujours parallèle à lui-même, on le fera passer, à l'égard de la lumière, dans toutes les situations indiquées sur la *figure* 15, (n.° 20). La circonférence du cercle d'illumination, qui sépare la partie éclairée de la partie obscure (n°. 21), sera très-apparente, et on la verra embrasser et quitter de nouvelles parties de la surface de la boule, en s'approchant et en s'éloignant des points où cette surface est traversée par l'axe, et qui en sont les pôles.

Si l'on présentait la boule au soleil, en dirigeant son axe vers le point qu'occupe dans le ciel l'étoile polaire, elle se trouverait éclairée comme la terre l'est ce jour-là, parce que l'axe de l'une et celui de l'autre seraient parallèles; il faudrait donc attendre une année pour le développement successif des phénomènes; mais on peut les produire sur-le-champ, en inclinant alternativement l'axe de la boule vers le soleil et dans le sens opposé.

Si, lorsqu'on expose la boule, soit à la lumière, soit au soleil, on la fait tourner sur son axe, en le roulant entre les doigts, on produira la combinaison du mouvement diurne de la terre, avec son mouvement annuel. (1)

(1) On a imaginé des machines fort ingénieuses pour produire

23. Les points A et C *fig.* 15, et les époques auxquelles le centre de la terre arrive à ces points, se nomment *équinoxes*, parce qu'alors les jours sont égaux aux nuits (n°. 21).

Le temps que la terre emploie à aller du point A au point B, et pendant lequel le pôle P s'approche de plus en plus du soleil, est le printemps astronomique, pour l'hémisphère EPF, parce que le plan de l'équateur s'abaissant de plus en plus par rapport au soleil, cet astre paraît s'élever vers le pôle. Parvenu en B, le demi-axe BP de la terre, étant incliné le plus qu'il est possible vers le soleil, cet astre paraît alors le plus près du pôle P; et c'est à ce point que commence l'été de l'hémisphère EPF. La situation de l'axe PP', changeant très-peu pendant plusieurs jours, aux environs du point B, on a nommé ce point *solstice* d'été. Cette saison dure jusqu'à ce que la terre soit au second équinoxe C, où commence l'automne. Alors le pôle P s'étant éloigné du soleil, cet astre, en paraissant s'abaisser, est revenu dans le plan de l'équateur. Après son passage par le point C, le demi-axe CP tournant de plus en plus son inclinaison du côté opposé au soleil, cet astre continue de paraître s'abaisser au-dessous de l'équateur, jusqu'à ce que la terre soit en D, lieu où l'inclinaison du demi-axe DP est directement opposée au soleil, qui a atteint par conséquent la limite de son abaissement au-dessous de l'équateur. C'est à ce point que commence l'hiver de l'hémis-

---

avec plus de précision, les effets annoncés ci-dessus; mais à quelque degré de perfection qu'on portât ces machines, l'exactitude de leur résultat ne serait jamais comparable à celle que donne le calcul: voilà pourquoi les astronomes font aujourd'hui peu de cas des plus belles *sphères mouvantes*, dans lesquelles les causes qui impriment le mouvement, ne sauraient non plus avoir aucune analogie avec celle des mouvemens célestes.

phère EPF; et l'axe demeurant aussi plusieurs jours presque dans la même situation, on a nommé le point D *solstice* d'hiver. La durée de cette saison est marquée par le temps que la terre emploie à revenir au point A. Pendant cet intervalle, le pôle P se rapproche du soleil qui par conséquent semble remonter vers l'équateur, où il parvient quand la terre est en A, et qu'elle a achevé sa révolution annuelle.

A l'égard de l'hémisphère opposé, EP′F, *fig.* 17, les saisons suivent un ordre contraire : le printemps de cet hémisphère répond à l'automne de l'autre, l'été à l'hiver, l'automne au printemps, et l'hiver à l'été.

24. Dans l'origine de l'astronomie, on rapporta le mouvement apparent du soleil, aux groupes d'étoiles fixes ou *constellations* qu'il paraît traverser successivement, et qui sont au nombre de douze. L'espace que le soleil parcourt dans une saison en embrasse trois. Leurs noms, et les caractères dont on se sert quelquefois pour les représenter, en commençant par celle qui se trouve à l'équinoxe du printemps, sont :

♈ *le Belier,*	♉ *le Taureau,*	♊ *les Gémeaux,*
♋ *le Cancer,*	♌ *le Lion,*	♍ *la Vierge,*
♎ *la Balance,*	♏ *le Scorpion,*	♐ *le Sagittaire,*
♑ *le Capricorne,*	♒ *le Verseau,*	♓ *les Poissons* (1).

On leur a donné aussi le nom de signes du zodiaque, parce qu'elles occupent dans le ciel cette bande ou zone sur laquelle se trouvent toujours les planètes anciennement connues, qui

(1) Voici deux vers latins qui les rappellent dans l'ordre où elles se présentent :

Sunt Aries, Taurus, Gemini, Cancer, Leo, Virgo,
Libraque, Scorpius, Arcitenens, Caper, Amphora, Pisces.

s'écartent peu de chaque côté de l'écliptique; mais parmi les planètes découvertes récemment par MM. Piazzi, Holbers et Harding, il s'en trouve dont les orbites sont placées fort au-delà des limites assignées au zodiaque, la dernière sur-tout.

Par l'effet d'un mouvement particulier mais très-lent, de l'axe de la terre, les constellations ne répondent plus aux mêmes points de l'orbite terrestre, et comme de plus elles diffèrent les unes des autres en étendue, on a transporté le nom de signes aux douze divisions de la circonférence du cercle qui mesure la révolution entière de la terre. Chacune de ces divisions comprend 30 degrés; et l'on distingue maintenant les signes du zodiaque des constellations, cette dernière dénomination étant spécialement affectée aux groupes d'étoiles.

Par ces conventions, l'équinoxe du printemps répond toujours au premier point du signe du belier, le solstice d'été au premier point du cancer, l'équinoxe d'automne au premier point de la balance, et le solstice d'hiver au premier point du capricorne.

25. En paraissant s'approcher alternativement de chaque pôle, le soleil passe successivement au zénith de tous les points de la terre compris entre les deux cercles G H et G′ H′, *fig.* 16 et 17, parallèles à l'équateur, et sur lesquels il répond à plomb au solstice d'été ou à celui d'hiver. Ces limites, où le soleil semble s'arrêter dans chaque hémisphère, portent le nom de *tropiques;* celui qui répond au solstice d'été est le *tropique du cancer*, et l'autre le *tropique du capricorne.*

Les cercles I K et I′ K′, qui terminent vers chaque pôle la partie que le soleil éclaire, lorsqu'il est dans l'hémisphère opposé, ont reçu le nom de *cercles polaires,* et se distinguent par la dénomination du pôle qu'ils enveloppent; l'un

est le *cercle polaire arctique*, et l'autre le *cercle polaire antarctique*.

Les cercles polaires et les tropiques partagent la surface terrestre en cinq portions, qu'on nomme *zones;* celles qui sont renfermées dans chaque cercle polaire étant privées du soleil une grande partie de l'année, ou n'en recevant jamais les rayons que très-obliquement, sont les *zones glaciales*.

Les zones comprises dans chaque hémisphère, entre le cercle polaire et le tropique, n'ont jamais le soleil à plomb, mais reçoivent ses rayons moins obliquement que les zones glaciales, et sont appelées *zones tempérées*.

Enfin l'espace terminé par les deux tropiques, dont chaque point passe deux fois sous le soleil dans l'année, et qui reçoit les rayons de cet astre dans une direction toujours peu oblique, éprouvant à cause de ces circonstances une chaleur considérable, porte le nom de *zone torride*.

26. Les anciens géographes ont établi une division de la terre en *climats*, fondée sur la durée du jour comparée à celle de la nuit, au solstice d'été. Le premier climat commence à l'équateur, où les jours, égaux aux nuits, sont de 12 heures, et se termine au parallèle à l'équateur, sur lequel le plus long jour est de 12 heures 30 minutes. Le second climat se termine au parallèle à l'équateur, sur lequel le plus long jour est de 13 heures, et ainsi de suite pour chaque demi-heure d'augmentation dans la durée du jour solsticial, jusqu'au cercle polaire où ce jour embrasse les 24 heures (n° 19). Passé ce terme, la différence des climats se compte par mois, parce que chaque pôle passe tout l'intervalle compris entre deux équinoxes, ou 6 mois, dans la partie de la terre éclairée par le soleil, et 6 mois dans la partie obscure; et que les points intermédiaires y séjournent plus ou moins long-temps, suivant l'éloignement où ils sont du pôle. Le

premier climat de mois se termine donc au parallèle à l'équateur, placé au delà du cercle polaire, et dont tous les points sont exposés au soleil pendant un mois; et ainsi de suite jusqu'au pôle, où le jour dure 6 mois de l'année et la nuit les 6 autres mois.

27. La diverse distribution des saisons, dans les hémisphères différens par rapport à l'équateur, a fait donner aux habitans de la terre des dénominations qui ne sont plus guères en usage, mais qu'il faut connaître, parce qu'on les rencontre quelquefois, dans les auteurs un peu anciens.

Les peuples qui sont placés, l'un au midi, l'autre au nord de l'équateur, mais sur le même méridien et à la même latitude dans chaque hémisphère, sont *antœciens*: ils comptent les mêmes heures aux mêmes instans; mais ils ont des saisons opposées.

Ceux qui sont du même côté de l'équateur, mais placés sous des méridiens opposés, sont les *periœciens*: ils comptent au même instant des heures opposées, les uns ayant minuit quand les autres ont midi, *et vice versâ*; mais étant du côté du même pôle, ils ont les mêmes saisons.

Les géographes anciens ont également établi une division des habitans de la terre, d'après la situation des ombres. Ils ont nommé

Eterosciens, ceux qui sont placés dans les zones tempérées, parce que leur ombre est toujours tournée vers le pôle;

Perisciens, ceux qui, habitant les zones glaciales et jouissant, dans un temps de l'année, de la présence du soleil pendant 24 heures et plus, voient cet astre tourner autour de leur horizon, et projeter leur ombre dans tous les sens;

Amphisciens ou *asciens*, les habitans de la zone torride,

dont les ombres, à midi, sont alternativement tournées vers un pôle et vers l'autre.

En s'attachant ainsi à considérer les phénomènes locaux, ils ont établi trois situations de la *sphère*, c'est-à-dire, de l'ensemble des divers cercles dont j'ai parlé précédemment, et auxquels on rapporte la position des astres.

Ils ont dit que les habitans de l'équateur avaient la *sphère droite*, parce que le plan de ce cercle, passant alors par le zénith, est perpendiculaire à l'horizon, et qu'en conséquence les astres, qui dans leur mouvement diurne paraissent décrire des parallèles à l'équateur, semblent monter et descendre à plomb par rapport à l'horizon.

Depuis l'équateur jusqu'aux pôles, ce cercle coupant l'horizon obliquement, on a la *sphère oblique*, parce que la route diurne des astres est inclinée à l'horizon. Enfin, à l'un et à l'autre pôle, l'horizon est l'équateur même (n° 10), et les astres paraissent se mouvoir parallèlement à ce cercle; on a par cette raison, dans ces points, la *sphère parallèle*.

28. L'étendue des zones et des climats est déterminée par l'inclinaison de l'axe de la terre sur le plan de l'écliptique; et cette inclinaison se découvre en observant dans un même lieu la plus grande et la plus petite des hauteurs du soleil, lorsqu'il passe au méridien, au solstice d'été et au solstice d'hiver.

En effet, puisqu'il s'écarte également des deux côtés de l'équateur dans l'une et l'autre circonstances, les points de l'équateur doivent passer au méridien à une hauteur moyenne, entre les deux hauteurs extrêmes du soleil; et la différence de celles-ci est le double de la quantité angulaire dont le soleil s'élève et s'abaisse par rapport à l'équateur : on déterminera donc à la fois cette quantité et la position de l'équateur sur l'horizon, qui fera connaître la latitude du lieu des observations.

A Paris, par exemple, le soleil s'élève au solstice d'été, à 64° 38′ au-dessus de l'horizon, et seulement à 17° 42′ au solstice d'hiver.

	64°	38′
	17°	42′
La somme de ces hauteurs est . . .	82°	20′
La moitié	41°	10′

donne la hauteur de l'équateur sur l'horizon de Paris; et prenant le complément à 90°, on trouve que la distance de l'équateur au zénith, ou la latitude de Paris, est de 48° 50′. En retranchant l'une de l'autre,

les hauteurs	64°	38′
	17°	42′
on trouve une différence de	46°	56′
et la moitié	23°	28′

donne l'arc dont le soleil s'écarte de l'équateur vers l'un et l'autre pôles.

Cet arc mesurant l'angle FOH, *fig.* 16, mesure aussi celui que font entr'eux les plans de l'équateur et de l'écliptique, ou l'*obliquité* de l'écliptique à l'égard de l'équateur.

L'angle FOH a pour complément l'angle POH qui mesure l'inclinaison de l'axe terrestre OP, sur le plan de l'écliptique représenté par la ligne OS; et en ôtant 23° 28′ de 90, on trouve 66° 32′.

Il faut remarquer aussi que l'arc IP, qui mesure la distance du cercle polaire IK au pôle P, étant le complément de l'arc PH, et par conséquent égal à FH, est de 23° 28′. Le complément, 66° 32′, de cet arc, exprime la valeur de l'arc IE ou de la latitude de tous les points du cercle polaire. Quant à celle des tropiques GH et G′H′, elle est égale à l'arc EG, et par conséquent de 23° 28′.

29. On déduit de ces résultats l'étendue des diverses

zones : d'abord les zones glaciales comprennent de chaque côté du pôle, 23° 28′ de latitude ; les zones tempérées, qui sont renfermées entre le cercle polaire et le tropique, ou entre 66° 32′ et 23° 28′ de latitude, en ont 43° 4′ ; enfin la zone torride, terminée de part et d'autre par les tropiques, placés à 23° 28′ de chaque côté de l'équateur, renferme 46° 56′ de latitude. On calcule facilement d'après ces données, et avec le secours de la géométrie élémentaire, les rapports d'étendue superficielle des zones, et on trouve que les nombres 83, 519, 796, représentent respectivement, une zone glaciale, une zone tempérée, et la zone torride ; ou bien, en prenant pour unité l'aire entière du globe,

Les zones glaciales en forment les $\frac{83}{1000}$.
Les zones tempérées . . . . . $\frac{519}{1000}$.
La zone torride . . . . . $\frac{398}{1000}$.

Ces dimensions ne sont pas constantes ; car les observations, et le calcul des forces qui produisent les mouvemens des planètes, ont prouvé que l'inclinaison de l'équateur terrestre par rapport à l'écliptique, reçoit une diminution d'environ 50″ par siècle, jusqu'à ce qu'elle parvienne à un terme qui n'est pas encore bien déterminé, passé lequel elle recommencera à croître.

30. C'est sur le mouvement apparent du soleil qu'on a d'abord réglé le temps. La durée du jour astronomique est marquée par l'intervalle qui s'écoule entre deux passages consécutifs du soleil par le méridien du même lieu. On la divise en 24 heures, et l'*année tropique* est l'intervalle qui s'écoule entre le passage du soleil à l'un des équinoxes, et son retour au même point ; elle comprend 365 jours 5 heures 48′ 51″.

La position des équinoxes, sur le plan de l'écliptique, dé-

pendant de la situation de l'axe terrestre, change par rapport aux étoiles, en vertu d'un petit mouvement particulier de cet axe, en sorte que les points équinoxiaux rétrogradent d'environ 50″ par an, par rapport aux étoiles, qui paraissent en conséquence s'avancer de cette quantité dans le sens de l'écliptique; et cette circonstance alonge un peu la révolution annuelle de la terre, lorsqu'on la compare aux étoiles. Elle se nomme alors *année sydérale*, et dure 365 jours 6 heures 9′ 12″.

La terre n'emploie pas tout-à-fait 24 heures dans sa rotation, parce que dans cet espace de temps, elle parcourt, en outre, pour ramener le même méridien au soleil, un espace angulaire égal à celui que son mouvement annuel, qui est en sens contraire de son mouvement diurne, lui a fait décrire autour du soleil; en sorte que l'intervalle entre deux passages d'une étoile fixe au même méridien, qui mesure la véritable durée de la rotation terrestre, n'est que de 23 heures 56′ 4″. Par cette différence, les étoiles paraissent gagner chaque jour sur le soleil environ 4′ de temps dans leur passage au méridien.

La durée de la rotation de la terre est uniforme dans tous les temps; mais il n'en est pas ainsi de celle du jour, qui se compose, comme on vient de le dire, du temps de la rotation de la terre, et de celui qu'elle emploie à décrire autour de son axe, l'angle qui compense la quantité dont elle a tourné autour du soleil, par l'effet de son mouvement annuel. Cette dernière durée varie par deux causes: d'abord parce que le mouvement annuel de la terre, ne s'effectuant pas dans un cercle, mais dans une ellipse dont le soleil occupe le foyer, n'est pas uniforme; c'est-à-dire, que la position du centre de la terre change chaque jour par des angles tantôt plus grands, tantôt moindres: ensuite ces angles étant situés dans

le plan de l'écliptique, se présentent plus ou moins obliquement au plan de l'équateur, dans le sens duquel se fait la rotation de la terre; ils seraient donc égaux qu'ils ne répondraient pas toujours à des angles égaux, sur ce dernier plan. Le concours de ces causes fait que la durée des jours, comparée à celle de la rotation de la terre, est tantôt moindre et tantôt plus grande que 24 heures; et la série des différences, forme ce qu'on appelle l'*équation du temps*, qu'il faut dans certaines saisons ajouter, et dans d'autres soustraire à l'heure indiquée par les horloges réglées sur le soleil, ou marquant le *temps vrai*, pour en conclure le temps *moyen*, auquel se rapportent les tables astronomiques, qui donnent maintenant avec une très-grande précision, les mouvemens des astres, et sur-tout ceux du soleil et de la lune.

Des mouvemens de la lune, de ses phases, et des éclipses.

31. Ce dernier astre est regardé comme le *satellite* de la terre, parce qu'en tournant autour d'elle, il l'accompagne dans sa révolution autour du soleil. La lune emploie 27 jours 7 heures 43′ 12″ à accomplir, d'occident en orient, sa révolution autour de la terre par rapport aux points équinoxiaux; mais quand on la compare au soleil, qui pendant ce temps paraît s'avancer dans le même sens, elle emploie 29 jours 12 heures 44′ 3″ à parcourir la circonférence entière du ciel, plus le chemin fait par le soleil. Telle est la *révolution synodique*, ou le mois lunaire, qui commence au moment où la lune se trouve directement entre le soleil et la terre, ce qu'on nomme *en conjonction*. Cet aspect est représenté dans la figure 18, où S désigne le soleil, T la terre, et L la lune.

Pendant cette révolution, la lune prend, par rapport au soleil, toutes les situations possibles; desquelles résultent les divers aspects ou *phases*. En effet, la lune étant un corps opaque, comme toutes les planètes, ne peut être aperçue qu'autant qu'elle renvoie sur la terre les rayons lumineux

qu'elle reçoit du soleil ; et il faut, pour cela, qu'elle tourne vers nous au moins une partie de celui de ses hémisphères qui, se trouvant directement opposé au soleil, est le seul éclairé. La lune ne devient donc visible pour nous, que lorsqu'après avoir passé le point L, elle commence à tourner vers la terre une portion ou segment de son disque éclairé, qui s'agrandit à mesure qu'elle s'éloigne du soleil, pour passer du côté opposé, en L''. La terre se trouvant alors entre ces deux astres, on voit en entier l'hémisphère éclairé de la lune, qui, dans cet état, paraît pleine et en *opposition* avec le soleil.

La conjonction et l'opposition de la lune par rapport au soleil, ou la nouvelle et la pleine lune, sont les *syzigies*. Quand la lune est éloignée du soleil d'un quart de circonférence, comme en L' et L''', elle est en *quadrature*. On n'aperçoit que la moitié de son hémisphère éclairé. C'est le premier ou le dernier quartier, selon que son bord arrondi est tourné à l'occident ou à l'orient.

32. Cette explication des phases de la lune semble d'abord sujette à une difficulté qui conduit à la cause des éclipses. On est tenté de croire que la lune devrait toujours, lorsqu'elle est en conjonction avec le soleil, nous cacher en tout, ou au moins en partie, le disque de cet astre ; et lorsqu'elle est en opposition, se trouver dans l'ombre que la terre porte derrière elle, et cessant d'être éclairée par le soleil, devenir invisible. Il y aurait, dans le premier cas, *éclipse de soleil*, et dans le second, *éclipse de lune*.

Ces phénomènes arrivent en effet souvent dans les circonstances que je viens de décrire, et même plusieurs fois dans une année ; mais ils n'ont pas lieu à toutes les nouvelles et pleines lunes, parce que l'orbite décrite par la lune autour de la terre, n'étant pas dans le même plan que celle de la

terre autour du soleil, il arrive le plus fréquemment que dans la conjonction, la lune se trouve un peu au-dessous ou au-dessus du soleil, et un peu au-dessus ou au-dessous de l'ombre de la terre dans l'opposition. Cependant l'orbite de la lune rencontrant l'écliptique en deux points qu'on nomme *nœuds*, sa conjonction et son opposition, qui peuvent arriver dans tous les points de son orbite, ont lieu quelquefois dans le voisinage des nœuds, et il y a alors éclipse de soleil ou de lune.

Pour faire mieux comprendre cette particularité, j'ai joint à la *figure* 18, qui représente en *plan géométral* les orbites de la terre et de la lune, la *figure* 19, qui montre la *coupe* ou le *profil*, suivant la ligne ST. Cette ligne ST désigne le plan de l'écliptique, et LL″, celui de l'orbite lunaire. Il est évident à l'inspection de cette figure, qu'il ne peut y avoir éclipse de lune, lorsque cet astre est placé au-dessus ou au-dessous de l'espace DOC, où s'étend l'ombre que la terre jette derrière elle. Cet espace est conique puisqu'il est enveloppé par les rayons de lumière tangens à la fois, à la surface du soleil et à celle de la terre, qui toutes deux sont sphériques.

Les éclipses de lune, lorsqu'elles ont lieu, sont ou totales ou partielles, selon que cet astre se plonge entièrement dans le cône d'ombre ou qu'il en atteint seulement, soit la partie inférieure, soit la partie supérieure; et cela dépend non-seulement de sa proximité de la ligne ST, mais encore de sa distance à la terre, qui varie dans les différens points de son orbite. On conçoit en effet qu'elle peut traverser ce cône, tantôt plus près, tantôt plus loin de son sommet vers lequel sa largeur va en diminuant. La longueur du cône DOC varie aussi, parce que la distance de la terre au soleil ne demeure pas toujours la même; mais dans tous les cas ce cône s'étend au-delà de la plus grande distance à laquelle la lune puisse

se trouver de la terre, aussi il y a toujours éclipse quand la lune est suffisamment près de ses nœuds, dans le temps de l'opposition.

Les rayons qui, partant de l'un des bords du soleil, rasent le bord opposé de la terre, déterminent un espace dans lequel on ne saurait apercevoir entièrement cet astre, et où ne parviennent que les rayons émanés d'une partie plus ou moins grande de son disque. Un corps placé dans cet espace est donc moins éclairé qu'il ne le serait partout ailleurs. Si l'on éprouve quelque peine à saisir ce fait, on peut d'abord considérer comme des rayons [illegible] les lignes FH et EG qui touchent les bords supérieur et inférieur des deux cercles S et T. Il est bien évident que, dans tous les points de l'espace BHGA, le cercle T cacherait une partie du cercle S. En substituant des sphères aux cercles S et T, l'espace BHGA devient conique et comprend ce que l'on nomme la *pénombre*, qui est d'autant plus forte qu'elle est plus voisine de l'espace DOC, ou de l'*ombre pure*. On se procure une image sensible de ce phénomène, en exposant un corps opaque à deux lumières, plus éloignées l'une de l'autre que ce corps n'est large : on aperçoit derrière lui l'ombre pure, très-noire (si les corps environnans réfléchissent peu de rayons), et la pénombre, qui s'étend et s'affaiblit de plus en plus.

La lune perd donc de son éclat lorsqu'elle traverse la pénombre de la terre ; mais cet effet est peu sensible dans les éclipses de lune, par des raisons qu'il serait trop long de rapporter ici. D'ailleurs le détail de ces circonstances et du calcul des éclipses appartient à l'astronomie, et je n'en parle que par rapport à l'usage qu'on peut faire de l'observation de ces phénomènes pour fixer la longitude d'un lieu de la terre. On a déjà vu dans le n° 15 que cette détermination [illegible] de l'heure que l'on compte au même instant

en deux points différens; et on y parvient par l'observation d'un phénomène instantané qui puisse être aperçu dans ces deux points.

Les éclipses de lune remplissent parfaitement ce but; car un point donné du disque lunaire se plonge dans l'ombre de la terre, au même instant, pour tous les lieux où cet astre est visible; et les taches dont son disque est parsemé donnent le moyen de faire plusieurs observations dans la même éclipse, en marquant avec soin le temps de la disparition de chaque tache, à son entrée dans l'ombre ou *immersion*, et celui de la sortie de l'ombre ou *émersion*. Si ces mêmes observations ont été faites dans un lieu dont la position soit connue, la différence entre les temps déterminés dans chaque lieu par la même circonstance, donne la différence des longitudes. Si tous les résultats obtenus ne se rapportent pas exactement, on prend un milieu.

Il n'est pas toujours nécessaire d'avoir des observations correspondantes à celles qu'on a faites dans le lieu dont on veut connaître la longitude. Si ce point est fort éloigné, et n'a pas encore été fixé avec une grande précision, les calculs faits dans les bons almanachs, tels que la *Connaissance des temps* des Français, ou le *Nautical almanach* des Anglais, sont assez exacts pour tenir lieu des observations dont on est privé.

C'est ainsi que l'éclipse de lune du 30 juin 17[illegible]7, observée par l'astronome Beauchamp, à *Casbine*, place située dans le voisinage de la mer Caspienne, a servi à M. Lalande à déterminer la longitude de ce lieu. La fin de l'éclipse ou la sortie totale du disque lunaire de l'ombre de la terre, ayant eu lieu pour *Casbine* à . . . . . 7 h. 45′ 30″ temps vrai, et le calcul donnant pour Paris . 4 h. 36′ 38″ [illegible]
la différence . . . . . 3 h. 8′ 52″

répond à la différence des méridiens de Paris et de *Casbine*. Si on la convertit en degrés, à raison de 15 pour une heure, ce qui donne 15 minutes de degré pour une minute de temps, et 15 secondes de degré pour une seconde de temps, on trouvera :

Pour	3 h.	45°
Pour	8′	2°
Pour	52″	13′
TOTAL	. . . . .	47° 13′

Telle est, par rapport au méridien de Paris, la longitude de Casbine, résultant de l'observation ci-dessus. Il peut y avoir quelque incertitude dans ce résultat, non-seulement parce qu'on n'a point l'observation correspondante dans un lieu dont la position soit connue, mais encore parce qu'on ne peut répondre de quelques secondes de temps dans la détermination des phases d'une éclipse de lune, et que 4″ de temps font déjà une minute de degré. Malgré cette imperfection, on ne doit pas négliger l'observation des éclipses de lune, toutes les fois que l'occasion s'en présente, lorsqu'on voyage dans un pays dont les positions sont peu connues; car les moyens de déterminer la longitude sont en petit nombre et tous affectés d'incertitude.

Ce qu'on vient de lire doit faire comprendre que si, parmi les planètes, qui décrivent toutes, comme la terre, une orbite autour du soleil, il y en a qui soient environnées de satellites, ces corps se trouvant dans des circonstances semblables à celles qui produisent les éclipses de lune, se plongeront dans l'ombre de leur planète; et si l'on peut observer leur disparition et leur apparition dans plusieurs lieux à la fois, on en fera pour la détermination des longitudes, le même usage que des éclipses de lune.

C'est le parti important qu'on tire pour la géographie de l'observation des éclipses des quatre satellites qui

accompagnent Jupiter, planète remarquable par sa grandeur et par l'éclat de la lumière qu'elle nous réfléchit. Il y a encore deux autres planètes, Saturne et Herschel, auxquelles on a reconnu des satellites; mais leur petitesse et leur éloignement ne les rendant perceptibles que pour les plus grandes lunettes ou les plus forts télescopes, l'observation de leurs éclipses est à peu près impraticable.

L'utilité des éclipses des satellites de Jupiter a engagé les astronomes, non-seulement à observer assiduement toutes celles qu'ils peuvent apercevoir, mais encore à dresser des tables pour les prédire avec une exactitude telle qu'on puisse, comme dans les éclipses de lune, se passer des observations correspondantes, lorsqu'elles manquent.

34. Les éclipses de soleil s'emploient aussi à la détermination des longitudes; mais le calcul n'est pas aussi simple que pour les éclipses de lune : il ne peut guère être fait que par ceux qui sont très-versés dans l'astronomie. M. Lalande, en s'en occupant avec soin, a, par leurs secours, rectifié les positions d'un grand nombre de lieux importans.

La difficulté du calcul naît de ce que la situation relative du soleil et de la lune n'est pas la même pour les différens points de la terre où l'on aperçoit en même temps ces deux astres. Il arrive à cet égard ce qu'on remarque dans les nuages, qui, vus d'un certain point, paraissent sous le soleil, et jettent leur ombre dans un espace limité, hors duquel le soleil se montre tout entier. Quand on est sur les bords de cette ombre, on peut apercevoir une partie du disque du soleil, et les diverses apparences changent à chaque instant par l'effet des mouvemens relatifs du soleil, du nuage et du spectateur.

De même l'ombre que la lune jette sur la terre change de place à chaque instant, en vertu du mouvement relatif de ces

deux corps, et couvre une étendue de pays plus ou moins grande, selon que la lune est plus ou moins voisine de la terre. On voit en effet, par la figure 20, que les rayons de lumière qui rasent en même temps les disques du soleil et de la lune, et qui sont représentés par les lignes C C, D D, sont d'autant moins près de se réunir à la surface terrestre, que les globes L et T sont plus distans l'un de l'autre.

L'espace qu'ils embrassent sur cette surface est totalement privé de la vue du soleil; mais on ne le voit pas encore en entier dans les points placés au delà, jusqu'à ce qu'on soit parvenu à la circonférence de l'espace que circonscrit sur la surface terrestre, la pénombre BHGA, déterminée par les rayons de lumière qui se croisent entre le disque du soleil et celui de la lune. Telle est la manière dont les choses se passent dans les éclipses de soleil, quand la lune se trouve à une distance de la terre, où son diamètre apparent surpasse celui du soleil. Pour les points de la terre qui se trouvent sur la ligne S L, joignant les centres du soleil et de la lune, l'éclipse est *centrale*.

Quand la lune est plus éloignée de la terre, son diamètre apparent étant moindre que celui du soleil, ne saurait cacher en entier le disque de cet astre. Le sommet O, du cône d'ombre, ainsi qu'on le voit dans la figure 21, n'atteint pas la surface de la terre, même au point I, situé sur la ligne S L, qui joint les centres du soleil et de la lune; les rayons visuels rasant le bord de cette dernière, laissent en dehors une portion de la surface du soleil, qui forme un anneau lumineux autour du corps opaque de la lune. Les éclipses qui offrent cette circonstance, sont dites *annulaires*. On marque assez souvent sur des cartes géographiques, la route que tracent sur la surface terrestre, tant la ligne S L, que la circonférence de l'ombre et celle de la pénombre; ce qui fait connaître les

diverses apparences ou *phases* de l'éclipse, dans tous les lieux où elle est visible.

Pour appliquer l'observation d'une éclipse du soleil à la recherche des longitudes, il faut en avoir déterminé plusieurs phases, comme le commencement et la fin, en conclure le milieu, et tirer des tables astronomiques, les données propres à fixer la position respective des lignes parcourues par le centre du soleil et celui de la lune pendant l'éclipse, afin de pouvoir calculer l'instant où les deux astres ont été en conjonction. Connaissant l'heure qu'il était à ce même instant dans un lieu donné, on déduira de la différence de ces temps celle des longitudes.

Il arrive souvent que la lune éclipse des étoiles; et en déterminant par l'observation des circonstances de ce phénomène qu'on nomme *occultation*, le moment où le centre de la lune s'est trouvé en conjonction avec l'étoile, ce qui fixe une position absolue de la lune, on peut, soit par des calculs faits à l'avance dans les almanachs astronomiques où ces phénomènes sont prédits, soit par des observations correspondantes, trouver l'heure qu'il était au moment de cette conjonction, dans un lieu dont la position est connue; et la différence de longitudes s'obtient comme dans les cas précédens.

35. Tous ces moyens reviennent au fond à *déterminer dans le lieu dont on cherche la longitude, la position dans laquelle se trouve un astre dans un instant donné, et à conclure de cette position l'heure que l'on compte au même moment dans un lieu dont la situation est connue.* On conçoit par cet énoncé, que l'astre doit avoir, par rapport à la terre, un mouvement assez rapide pour que sa position à l'égard des étoiles ou des autres astres qui peuvent servir de terme de comparaison, varie co[illegible]

dans l'espace de 24 heures. La lune est seule propre à cet objet, parce que parcourant à peu près 13 degrés par jour, une seule minute de degré dans son déplacement répond à un peu moins de 2 minutes de temps ou 30 minutes de degré en longitude; et comme on peut, en prenant la distance angulaire de la lune aux étoiles ou au soleil, fixer souvent dans une précision beaucoup plus grande, la position de cet astre, on peut aussi, par son moyen, déterminer à moins de 2 minutes, le temps que, sous un méridien donné, on compte au moment de l'observation.

Des instrumens construits avec le plus grand soin, des tables, des formules variées d'un grand nombre de manières, facilitent maintenant cette opération, qu'on peut pratiquer presque journellement en mer, et qui a considérablement avancé la géographie, sur-tout depuis qu'à l'exemple de Cook, on y a joint l'usage des *garde-temps*, ou montres marines, qui servent dans les intervalles où l'on ne peut se procurer des observations de distances de la lune au soleil ou aux étoiles.

36. Les garde-temps suffiraient seuls, s'il était possible d'en construire d'assez parfaits pour qu'une fois mis à l'heure sous un méridien donné, ils conservassent le même mouvement pendant toute la durée du voyage, car ils marqueraient alors par-tout, l'heure qu'il est sous ce méridien; et en la comparant à celle que l'on compte au lieu où l'on est parvenu, on aurait la différence des temps et par conséquent celle des méridiens.

Mais si les efforts des Harrison, des Julien-le-Roi, des Berthout et de tous les artistes célèbres qui ont cherché à perfectionner un mécanisme aussi utile, n'ont pu donner aux montres marines cette uniformité absolue de mouvement, ils en ont du moins approché assez pour que la marche de ces horloges fût sensiblement la même pendant un inter-

valle de temps assez long, malgré les agitations que la mer imprime aux vaisseaux.

Des corrections à faire aux observations.

37. En récapitulant ce qu'on a vu plus haut, on aura idée assez complète des moyens que l'astronomie fourn à la géographie, pour fixer la position respective des différens points de la terre, par leur latitude et leur longitude : on y parvient avec d'autant plus d'exactitude, qu'on apporte plus de précision dans les observations et dans les calculs qui en sont la suite. Afin de ne pas trop compliquer l'explication des principes sur lesquels reposent les méthodes que j'ai sommairement exposées, j'ai négligé d'indiquer plusieurs corrections nécessaires pour dégager les observations des effets de quelques illusions optiques qui les affectent, et de ceux de la combinaison de petits mouvemens soit apparens, soit réels, que les progrès de l'astronomie et la connaissance approfondie des lois du système du monde, ont fait reconnaître et apprécier. Voici les plus simples :

On sait d'abord qu'un rayon de lumière qui passe dans un milieu dont la densité augmente, souffre *une réfraction*, parce qu'il s'approche de la perpendiculaire à la surface des couches qu'il traverse successivement. Par cette raison, les astres ne sont jamais apperçus dans la véritable place qu'ils occupent; le rayon qui nous les rend visibles, les élève sur l'horizon d'une quantité d'autant plus grande qu'ils sont plus près de ce cercle, et qui dépend d'ailleurs de l'état de l'air au moment de l'observation. Il faut connaître cette quantité pour chaque degré de hauteur au-dessus de l'horizon, afin de la retrancher des hauteurs observées qui sont toujours plus grandes que les hauteurs vraies, excepté dans le cas où l'astre serait au zénith, parce qu'alors le rayon de lumière, traversant les couches de l'atmosphère perpendiculairement, n'éprouve aucune réfraction.

On a fait remarquer dans le n.° 10, que l'observation des hauteurs était toujours rapportée au centre de la terre, en regardant les rayons de lumière comme parvenant à tous les points de la terre dans des directions parallèles, et en négligeant par conséquent, à cause de la distance considérable où les astres sont de la terre par rapport à son rayon, l'angle AGC, *fig.* 9; mais les planètes sont assez proches de la terre pour qu'il faille, sur-tout quand on observe avec précision, tenir compte de cet angle. Son effet est d'abaisser l'astre au-dessous de sa situation réelle à l'égard du centre de la terre. L'astre qui serait en C, par exemple, serait vu au point A dans l'horizon; tandis qu'au centre de la terre il paraîtrait élevé de l'angle GC*n* égal à AGC, à cause des parallèles MN et *mn*.

L'angle AGC, formé comme on voit par les directions suivant lesquelles l'astre serait vu du centre de la terre et d'un point de sa surface, se nomme *parallaxe*. Il change avec la hauteur de l'astre et s'anéantit au zénith, puisque le centre C, le lieu A et l'astre se trouvent alors sur la même droite CZ; mais il est le plus grand possible à l'horizon. Il s'élève pour le soleil à 8″, 6, et pour la lune il varie entre 54′ et 62′, selon les divers éloignemens de cet astre à la terre. C'est la détermination exacte de cet angle pour le soleil et pour la lune, qui a fait connaître la distance absolue de ces corps à la terre; d'où on a conclu par les lois de Kepler, les distances des autres planètes.

Son effet étant contraire à celui de la réfraction, il faut l'ajouter à la hauteur observée, pour la rapporter au centre de la terre, et on doit en tenir compte ainsi que de la réfraction, dans tous les angles observés ou calculés qui dépendent de cette hauteur.

C'est la difficulté d'apprécier l'effet de ces corrections sur la distance apparente de la lune au soleil ou aux étoiles, pour

la convertir en distance vraie, qui complique le calcul des longitudes par cette méthode.

Quand on observe un astre tel que le soleil ou la lune, dont le disque a un diamètre très-sensible, c'est toujours de l'un des bords qu'on fait partir l'angle mesuré, et il faut y ajouter ou en retrancher, suivant les circonstances, le demi-diamètre, pour rapporter cet angle au centre de l'astre, parce que c'est toujours de ce point que les calculs astronomiques fixent la position.

38. A l'aide de ces corrections, dont on a des tables toutes dressées, on parvient à déterminer avec précision la hauteur vraie d'un astre au-dessus de l'horizon. Si elle est prise dans le méridien, et que l'on connaisse la distance de l'astre à l'équateur, on en conclura la latitude du lieu.

Les tables du mouvement du soleil, ou les éphémérides de cet astre calculées d'avance, donnent pour tous les jours de l'année sa distance à l'équateur ou sa *déclinaison ;* et l'on peut par ce moyen, trouver, quelque jour que ce soit, la latitude d'un lieu, puisqu'on obtiendra la hauteur de l'équateur sur l'horizon, en retranchant de la hauteur du soleil, sa distance à l'équateur s'il est au-dessus de ce cercle, et en l'ajoutant s'il est au-dessous : circonstances que la situation de l'ombre et la saison dans laquelle on se trouve font toujours connaître.

Après avoir trouvé *à priori* soit par la méthode du n° 14, soit par celle du n° 28, la latitude de leur observatoire, les astronomes se sont attachés à déterminer la distance des principales étoiles à l'équateur, et le temps qui s'écoule entre leurs passages respectifs au méridien, et celui du point de l'écliptique qui répond à l'équinoxe du printemps. Ils ont dressé des catalogues qui renferment ces résultats, et avec le secours desquels on peut substituer partout dans la recherche de la latitude, les étoiles au soleil, ce qui multiplie les moyens de déterminer cet important élément des positions géographiques.

Toutes ces observations supposent que l'on connaît la position du méridien. L'étoile polaire l'indique à peu près dans l'hémisphère boréal de la terre; mais c'est la marche du soleil qui la fait connaître le plus commodément, avec quelque exactitude.

Détermination de la méridienne, de l'heure vraie, du lever, du coucher des astres, etc.

En effet, le jour d'un solstice, le soleil restant sensiblement à la même distance de l'équateur, paraît décrire un cercle parallèle à l'équateur, et dont la partie BCD, *fig.* 8, comprise au-dessus de l'horizon, est partagée en deux également par le méridien. Il en résulte que sa hauteur est précisément la même, lorsqu'on la prend avant et après son passage au méridien, à des intervalles de temps égaux, et que réciproquement si l'on prend le matin une hauteur du soleil, et qu'on attende le soir le moment où il reviendra à cette hauteur, l'heure de son passage au méridien tiendra le milieu entre ces deux instans.

On reconnaît facilement que la longueur des ombres des corps dépend non-seulement de leur hauteur, mais encore de celle du soleil, par rapport au plan sur lequel elles sont portées. Si ce plan est horizontal, et qu'on ait élévé une verticale AD, *fig.* 22, le rayon solaire étant dirigé suivant SD, l'ombre tombera en AC, et sa longueur dépendra de l'angle SCA, qui est évidemment la hauteur du soleil sur l'horizon. Lors donc que le soleil, après avoir passé dans le méridien, se retrouvera de l'autre côté à la même hauteur dans une direction SD, l'ombre AB de la verticale AD redeviendra égale à l'ombre AC; et prenant le milieu entre la direction de l'une et de l'autre, en divisant l'angle BAC en deux parties égales, par la droite AN, on aura la méridienne.

Il est à propos d'observer que si l'on mesure en même temps la longueur du bâton et celle de l'ombre, on pourra,

par la résolution du triangle rectiligne CAD, rectangle en A, et dans lequel on connaîtra les côtés AD et AC, calculer l'angle ACD ou la hauteur du soleil. On aura la hauteur méridienne, si l'on mesure la longueur de l'ombre lorsqu'elle tombe dans la direction AN. C'est par ce moyen que les premiers astronomes ont déterminé les hauteurs des astres; l'extrémité d'un obélisque, une ouverture pratiquée dans un mur à plomb, donnaient la verticale AD. Cet instrument si simple se nomme *gnomon;* mais on l'a abandonné depuis qu'on a porté à une précision très-grande et sous de petites dimensions, les instrumens qui mesurent immédiatement les angles par les arcs de cercle.

On emploie même ces derniers à la détermination de la méridienne, en les combinant avec les horloges à pendule dont la marche est très-régulière. Pour cela on prend le matin une hauteur du soleil, on remarque en même temps l'heure, puis on attend celle du soir où cet astre se retrouve à cette même hauteur; et prenant le milieu de l'intervalle, on a celui qui s'est écoulé entre le passage du soleil au méridien, et l'une des observations.

Si, par exemple, l'horloge marquait pour la même hauteur, le matin . . . . . 9 h. 45′ 30″
le soir . . . . . 2 h. 23′ 12″
L'intervalle entre ces deux momens étant de . . . . . 4 h. 37′ 42″
dont la moitié . . . . . 2 h. 18′ 51″
ajoutée à l'instant de la première hauteur 9 h. 45′ 30″
donne . . . . . 12 h. 4′ 21″
pour l'heure que marquait l'horloge au moment où le soleil passait dans le méridien.

En répétant l'observation de ces *hauteurs correspondantes*, on parvient à régler la pendule, et à saisir très-

[illegible]nt le moment du passage du soleil au méridien, [illegible] conclut immédiatement la direction de la ligne méridienne.

C'est pour faciliter l'exposition de ce procédé que j'ai supposé le soleil au solstice ; car on en fait usage dans tous les autres temps de l'année, en appliquant alors au résultat une petite correction pour le changement que la déclinaison du soleil reçoit dans l'intervalle des deux hauteurs, et qui influe sur sa durée ; mais cette correction est toujours très-petite, et on peut la négliger quand on se sert des ombres pour trouver la méridienne, à moins que le soleil ne soit très-près des équinoxes, circonstance où la variation journalière de la déclinaison du soleil est la plus grande possible.

40. On peut trouver l'heure vraie par une seule hauteur, du soleil ou d'une étoile, lorsque l'on connaît la latitude du lieu où on est, la déclinaison de l'astre qu'on observe, et déduire ensuite la position de la méridienne ; voici comment :

On conçoit par le zénith Z, *fig.* 23, par le pôle P et par l'astre, deux arcs de grand cercle, ZS et PS ; le premier, qui est le *vertical* dans lequel se trouve l'astre, mesure sa distance au zénith, et le second sa distance au pôle. Ces deux arcs forment avec la partie ZP du méridien, comprise entre le pôle et le zénith, un triangle sphérique dont les trois côtés sont connus ; car ZP est le complément de la hauteur du pôle PN, ZS celui de la hauteur vraie HS, et l'arc PS se conclut de la déclinaison de l'astre, qu'il faut retrancher de la distance du pôle à l'équateur, ou de 90°, si l'astre est entre le pôle et l'équateur, et ajouter à cette distance si l'astre est au delà de l'équateur par rapport au pôle. Avec ces données, et par la résolution des triangles sphériques, on calculera les angles ZPS et PZS, les mêmes que ceux des plans qui renferment les côtés ZP et PS, ZP et ZS. Le premier

marque la différence qu'il y a entre le méridien du lieu et celui sur lequel se trouve l'astre au moment de l'observation ; et si on le réduit en temps, il fait connaître l'intervalle qui doit s'écouler entre le moment de l'observation et le passage de cet astre par le méridien : on le nomme à cause de cela *angle horaire*.

Quand il s'agit du soleil, ce temps doit être ajouté ou retranché à 12 heures, selon qu'on observe après ou avant le passage de cet astre au méridien. Quand on s'est servi d'une étoile, il faut calculer l'heure de son passage au méridien, ce qui est facile par les données que fournissent les catalogues d'étoiles dont j'ai déjà parlé.

Quant à l'angle PZS, comme il donne celui que le plan ZAN du méridien du lieu fait avec le plan vertical ZAH mené par l'astre, tous deux perpendiculaires au plan horizontal MHN, il est mesuré par l'angle des communes sections AH et AN du premier et du second avec le troisième. Si donc on a marqué sur le plan horizontal, au moment de l'observation, la direction de AH, on en conclura celle de la méridienne MN.

Si on prenait ZS de 90°, le point S serait alors en H dans l'horizon, et l'angle horaire ZPS donnerait la différence entre l'heure du passage de cet astre par le méridien, et celle de son lever ou de son coucher réel. Si on voulait obtenir l'heure du lever ou du coucher apparent, il faudrait ajouter à l'arc ZH ou à 90°, la réfraction qui élève l'astre sur l'horizon, et retrancher la parallaxe qui l'abaisse.

L'angle PZS calculé dans cette circonstance, donne alors la distance à laquelle l'astre, au moment où il est dans l'horizon, se trouve du point nord ou sud de ce cercle, suivant la dénomination du pôle P.

L'observation de cette distance, qui est l'*amplitude ortive*

...occase, selon qu'on l'observe au lever ou au coucher, et celle de l'*azimuth* ou de l'angle compris entre le vertical ZS ... méridien ZP, sont utiles pour reconnaître de combien la direction de l'aiguille aimantée s'écarte de la ligne méridienne, afin de se servir de la boussole pour retrouver cette ligne, tant que la direction de l'aiguille aimantée n'a pas été modifiée soit par l'effet du temps, soit par le changement de lieu, deux causes qui la font varier.

41. Le calcul de l'instant du lever et du coucher du soleil, conduit à la détermination de la durée du *crépuscule*, parce qu'il suffit d'augmenter l'arc ZH de 18°, mesure de l'abaissement passé lequel les rayons du soleil réfléchis par l'atmosphère, ne peuvent plus atteindre la surface de la terre, et y produire cette faible lumière qui paraît avant le lever du soleil et après son coucher.

En faisant les calculs précédens pour diverses latitudes et pour diverses déclinaisons du soleil, on obtient la durée précise des plus longs et des plus courts jours, des plus longs et des plus courts crépuscules.

De la mesure de la terre.

42. L'observation de la différence en latitude de deux points de la terre situés sur le même méridien, faite avec les attentions indiquées dans les numéros précédens, et la distance itinéraire de ces deux lieux, mesurée avec toute l'exactitude que comportent les procédés de la géodésie et de la trigonométrie, ont, comme je l'ai déjà indiqué dans le n° 12, fait connaître enfin les véritables dimensions du globe terrestre. Je passe sous silence toutes les tentatives antérieures à l'emploi de ces moyens réunis, qui n'a eu lieu pour la première fois qu'en 1670. C'est alors que Picard, l'un des premiers membres de l'Académie des Sciences de Paris, ayant substitué aux pinnules, à l'aide desquelles on prenait les alignemens dans les instrumens à mesurer les

angles, les lunettes, qui permettent de pointer sur des objets plus éloignés, et de saisir avec une plus grande exactitude les points à déterminer, fut en état de prendre avec la précision de quelques secondes, les angles qu'on obtenait à peine à quelques minutes près.

Ceux de mes lecteurs qui sont familiarisés avec la géométrie élémentaire, et qui ont une idée de la manière dont on détermine sur la terre la position respective et la distance des lieux, par un enchaînement de triangles, sentiront quel avantage le degré de perfection que Picard avait ajouté aux instrumens, devait lui donner sur ceux qui essayèrent avant lui de mesurer la grandeur de la terre, en déterminant celle du degré de latitude.

Picard exécuta son opération entre Malvoisine et Amiens: pour fixer d'abord la distance itinéraire qui sépare ces deux points, il les lia avec la cathédrale d'Amiens, par une suite de triangles, comme on le voit dans la *fig.* 24, et dont il observa successivement tous les angles, ce qui lui fournit dans chacun un moyen précieux de vérification, puisque la somme des trois angles de tout triangle doit constamment faire 180°. Il n'obtint presque jamais cette somme; mais les différences qu'il remarqua ne s'élevant qu'à un petit nombre de secondes, lui montrèrent le degré de précision auquel il pouvait espérer d'atteindre.

On sait que la connaissance des angles d'un triangle ne mène qu'aux rapports de ses côtés; mais dès qu'on a la valeur d'un seul, on trouve celle des autres : Picard mesura donc avec des soins inconnus jusque-là, une distance de 5 663 toises, sur le chemin de Villejuif à Juvisy. Avec cette ligne, représentée par AB dans la figure et formant un des côtés du triangle ABC, il calcula les côtés AC et BC, qu'il employa à leur tour pour calculer les côtés des triangles BCD,

lié au précédent ; et il s'éleva ainsi de proche en proche [illegible] Malvoisine jusqu'à Amiens, points qui terminent son [illegible]n.

On aurait pu craindre que les erreurs inévitables dans la mesure des angles des triangles venant à s'accumuler, les côtés du dernier triangle déduits du calcul, ne différassent beaucoup de leur mesure réelle. Pour se rassurer à cet égard, il était naturel de penser à mesurer un de ces côtés ; mais comme le plus souvent leur situation ou leur étendue rendrait cette opération très-difficile, on arrive au même but, en liant ce dernier triangle avec une ligne d'une longueur médiocre et placée dans une situation commode. Le résultat de sa mesure est nécessairement affecté de la somme des erreurs que l'on peut avoir à craindre. Picard choisit pour cet effet la ligne XY, et calcula par son moyen le côté GI auquel il était parvenu par la suite des triangles établis sur la base AB. La plus grande différence entre les résultats ne s'éleva qu'à 7 toises sur 17 564 (1).

Pour conclure la distance, dans le sens du méridien, des points extrêmes de cette suite de triangles, il fallait orienter leurs côtés, c'est-à-dire, en déterminer la position par rapport à la méridienne ; et c'est ce que l'on peut faire en prenant dans un instant dont l'heure est bien connue, l'angle compris entre le soleil et l'extrémité de l'un de ces côtés. On le concevra sans peine par les considérations suivantes. Si la ligne Ab *fig.* 23 représente ce côté, l'observateur étant placé au point A, qu'il mesure les angles bAS et bAZ, il connaîtra dans le triangle bZS, les trois côtés bZ, ZS,

(1) Il aurait aussi bien pu calculer la ligne XY par le moyen du côté GI ; c'est ce qu'on ferait aujourd'hui, et la ligne XY s'appellerait *base de vérification*.

bS, et calculera l'angle sphérique BZS, équivalant à l'angle plan BAH. Cherchant ensuite l'azimuth NAH du soleil (n.° 40) il en déduira l'angle BAN que fait la droite AB avec la méridienne AN. Tel est le moyen maintenant en usage; mais Picard, au lieu d'employer le soleil, se servit de l'étoile polaire.

Ayant ainsi déterminé l'angle que fait avec la méridienne le côté GI, on obtient la longueur de la portion correspondante de la méridienne, par le calcul du triangle rectangle indiqué en lignes ponctuées sur la figure, et concevant que l'on abaisse de même de tous les sommets des angles de chacun des autres triangles, sur la méridienne, des perpendiculaires, on calculera semblablement toutes les portions de cette ligne qui répondent à ces divers côtés; ce qui fournira plusieurs combinaisons pour arriver à la longueur totale de la distance TU, et par conséquent des moyens de la vérifier. Après toutes ces opérations, il reste encore à déterminer avec précision l'amplitude de l'arc mesuré sur ce cercle, c'est-à-dire, combien il contient de degrés et parties de degrés, afin d'avoir son rapport avec la circonférence entière.

Dans cette seconde partie de son opération, qui dépendait de l'observation des astres, il s'attacha à celle de l'étoile placée dans le genou de la constellation de *Cassiopée*. Il choisit cette étoile, parce que, se trouvant peu éloignée du zénith, elle était moins affectée de la réfraction (n.° 31) sur laquelle il y avait, au temps de Picard, beaucoup d'incertitude. Il trouva, par ce moyen, que la différence de latitude entre Malvoisine et Sourdon près Amiens, était de 1° 11′ 57″; qu'elle répondait, dans le sens du méridien, à une distance de 68 430 toises; et il en conclut que la longueur du degré était de 57 064 toises.

Il trouva aussi entre la cathédrale d'Amiens et Malvoisine,

différence en latitude de 1° 22′ 55″, et une distance de [illegible] toises, ce qui donnait pour le degré 57 057 toises; et [illegible]t à 57 060 toises.

43. Avec ce résultat, rien de plus facile que de connaître la circonférence de la terre, en la supposant circulaire, puisqu'elle doit, comme toute circonférence de cercle, contenir 360 deg.; mais au lieu de l'exprimer en toises, ce qui produirait un nombre trop grand, on peut se servir de la *lieue marine*, qui est la vingtième partie du degré, et qui vaut par conséquent 2853 toises; et en multipliant par 360, les 20 lieues contenues dans un degré, on trouve que la terre a 7 200 lieues de tour.

Après cette mesure, il fut démontré que si la terre n'était pas une sphère exacte, elle n'en différait que très-peu. A la vérité, indépendamment de la remarque énoncée dans le n.° 1, la forme circulaire de l'ombre de la terre dans les éclipses de lune, et la rondeur apparente de tous les corps célestes qui ont un diamètre sensible, étaient des indices très-puissans de la sphéricité de la terre; mais néanmoins, comme ces divers phénomènes ne présentaient la forme ronde que très en petit, il était possible qu'il y eût entre cette forme et la véritable figure de la terre, des différences notables dont on n'aurait pu s'apercevoir. Mais les navigateurs employant sans cesse, dans la détermination de leur route, et dans le calcul des distances qu'ils parcourent, la grandeur des degrés du méridien terrestre, si l'égalité de ces degrés pour toute la terre n'avait pas été au moins très-approchée, ce qui n'aurait pu arriver si la figure de la terre eût été assez différente d'une sphère, ils n'auraient pas manqué de [illegible] dans le résultat de leurs opérations journalières des [illegible] considérables et toutes relatives à cette fausse sup[illegible]. Or, c'est ce qui n'a jamais eu lieu par rapport à [illegible] que l'on peut toujours observer assez exactement

à la mer; ainsi l'hypothèse faite sur la figure de la terre a été parfaitement confirmée.

Son diamètre, calculé d'après sa circonférence, est de . . . . . 2292 lieues.

Son rayon par conséquent, de 1146

Son étendue en surface, de . . 16 501 200 lieues carrées.

44. Quelqu'exacte que fût la mesure du degré du méridien faite par Picard, les progrès de l'astronomie conduisirent bientôt à une détermination encore plus précise de la figure de la terre, et fournirent une nouvelle preuve qu'elle tournait sur elle-même, ainsi qu'on l'avait imaginé pour expliquer plausiblement les apparences du mouvement diurne des astres (n.° 6). Huyghens considérant le premier que les corps qui tournent autour d'un centre ou d'un axe, acquièrent une *force centrifuge* qui tend sans cesse à les éloigner de ce centre ou de cet axe, ainsi qu'on le voit dans la pierre lancée par une fronde, en conclut que le fluide répandu sur une grande partie de la surface terrestre, devant obéir à cette force en même temps qu'à la pesanteur dirigée vers le centre de la terre, ne pouvait affecter une forme parfaitement sphérique; car la force centrifuge, toujours dirigée suivant la ligne MB *fig.* 25, perpendiculaire à l'axe de rotation PP′ étant inclinée par rapport à la direction MC de la force qui ferait tendre directement les corps au centre de la terre, une molécule de fluide située en M, soumise en même temps à ces deux forces et par conséquent animée par leur résultante, ne serait plus pressée perpendiculairement à la surface du fluide, et ne saurait ainsi demeurer en équilibre. Il faut donc que la surface de la terre soit telle que dans tous ses points, la direction MN de la résultante de la force centrifuge et de la tendance au centre, lui soit perpendiculaire.

On voit facilement que la figure de la courbe doit se

vers l'équateur, pour que la perpendicularité se reta-
et aussi Huyghens trouvait-il que la terre devait être
aplat vers les pôles, en sorte que l'axe de rotation fût plus
court que les diamètres de l'équateur, de $\frac{1}{578}$ de cet axe, ce
qui répond à environ quatre lieues marines. Cette consé-
quence, tirée de la force centrifuge par Huyghens, se rend
sensible en faisant tourner rapidement autour d'un axe une
vessie mouillée, qui prend alors la forme d'un sphéroïde aplati
aux extrémités contiguës à cet axe.

Newton, que ses profondes méditations sur les lois remar-
quées par Kepler dans le mouvement des planètes, avait
conduit à la découverte de la gravitation universelle, ne
regardant plus la pesanteur à la surface de la terre comme
une force constante, dirigée par-tout vers le centre de notre
globe, mais comme le résultat de l'attraction réciproque
qu'exercent les unes sur les autres toutes les molécules de la
terre, trouva que cette force variait un peu en intensité et
en direction, lorsqu'on ne supposait plus la terre sphérique;
et en la combinant dans cet état avec la force centrifuge, il
vit bien, comme Huyghens, que la terre devait être aplatie
vers les pôles; mais il trouva la différence entre l'axe de
rotation et les diamètres de l'équateur, un peu plus que
double de celle qu'assigne Huyghens; car il la fixa à $\frac{1}{230}$, ce
qui donne environ dix lieues.

45. Ces conclusions, différentes relativement à la quan-
tité du résultat, mais d'accord entr'elles sur l'altération que
la figure de la terre a dû recevoir de la force centrifuge, et
fondées d'ailleurs sur les principes incontestables de la méca-
nique, pouvaient être vérifiées par des mesures prises sur le
globe terrestre; car il en résultait que les degrés de latitude
ne sont pas égaux dans toute l'étendue du méridien, mais
qu'il fallait les trouver plus grands, ou contenant plus de

mesures itinéraires dans la partie aplatie du méridien, c'est-à-dire, vers les pôles, et moindres dans la partie la plus convexe de ce même méridien, c'est-à-dire vers l'équateur. Ces conséquences, qui reposent sur les premières notions de la géométrie élémentaire, en ont toute la certitude, et ne peuvent être attaquées que par ceux qui ne comprennent pas ce que l'on doit entendre par les degrés du méridien, et comment ils se mesurent : c'est ce que je vais exposer avec quelque détail, vu l'importance du sujet.

C'est un fait confirmé par l'expérience la mieux constatée et la plus répétée, que la direction de la pesanteur, ou la *verticale*, est perpendiculaire à la surface terrestre, quelle que soit sa forme. On en est assuré par tous les nivellemens, par les observations faites à l'horizon, au bord de la mer, etc. D'après cette remarque, *on est convenu d'appeler degré du méridien l'espace qu'il faut parcourir sur cette courbe, quelle qu'elle soit, pour que les deux lignes AZ et A'Z', fig. 26, menées par les extrémités de cet espace, perpendiculairement à la courbe FG, c'est-à-dire à ses tangentes AM, A'M', qui marquent l'horizon du point A et celui du point A', fassent entr'elles un angle ACA', d'un degré.*

Cet énoncé étant une définition, ne saurait être contesté; il ne s'agit que de s'assurer que les astronomes ont toujours assigné les degrés du méridien suivant cette définition : or, c'est ce qu'on ne peut nier, puisqu'ils ont toujours mesuré l'amplitude de l'arc en comparant à la même étoile, le zénith de chaque extrémité de cet arc, ou les verticales menées par ces points.

Cela posé, si la courbe FG est un cercle, les lignes CA et CA', perpendiculaires à ses tangentes, n'étant autres que les rayons menés au centre, se rencontreront toujours à la

de la courbe; et dans toute l'étendue de la ..., le même angle répondra au même arc : les ... auront donc tous même longueur.

Il n'en est pas ainsi pour les courbes dont la courbure n'est pas uniforme. Si on prend deux arcs de même longueur, comme MM′ et *mm′*, *fig.* 27, l'un dans la partie la plus convexe, l'autre dans celle qui est plus aplatie, les perpendiculaires MC et M′C, menées aux extrémités du premier arc, se rencontreront plus près de cet arc que les perpendiculaires *mc*, *m′c*, menées aux extrémités de l'arc plus aplati *mm.*′ L'angle *mcm′* est donc visiblement moindre que l'angle MCM′; et par conséquent, si ce dernier est d'un degré, l'arc *mm′*, égal en longueur à MM′, ne répond pas à un degré. Il faut nécessairement, pour obtenir cet angle dans la partie *m* P de la courbe, embrasser un espace plus grand que MM′.

Voilà, ce me semble, les notions sur la mesure des degrés du méridien fixées avec assez de précision, pour qu'il ne reste aucune difficulté sur les conséquences à tirer de leur inégalité. On ne peut nier que là où ils sont plus grands, la courbe du méridien est plus aplatie, tandis qu'elle est plus convexe là où ils sont plus petits.

Faute d'être remonté à ces notions, on avait, au commencement du siècle dernier, conclu le contraire, parce qu'on supposait que les degrés étaient déterminés par les angles MOM′, *mOm′*, formés par des lignes tirées au centre de l'ellipse EPE′P′; mais cette hypothèse n'était pas conforme aux opérations, car les lignes OM et OM′, ... et *Om′*, n'étant pas perpendiculaires à la courbe, sont différentes des verticales auxquelles on rapporte les ... de l'arc céleste. On a bientôt reconnu cette erreur; ... a été renouvelée depuis que par des personnes abso-

lument étrangères aux considérations les plus simples de la *géométrie* (1).

46. L'Académie des Sciences s'occupa fortement des moyens de vérifier les théories établies par Newton et Huyghens, sur l'aplatissement de la terre. Deux commissions prises dans son sein, furent envoyées, l'une, en 1736, au Pérou, et l'autre, en 1737, au cercle polaire, pour mesurer les degrés du méridien dans le voisinage de l'équateur et auprès du pôle. Les résultats obtenus par chaque commission, comparés, soit entr'eux, soit au degré mesuré en France, sans s'accorder parfaitement sur la quantité de l'aplatissement de la terre, le mirent pleinement hors de doute. Le degré mesuré au cercle polaire, surpassa celui de l'équateur de 669 toises; et celui de France, plus petit que

(1) En 1738, J.-J. Rousseau répondit à de semblables objections insérées dans le *Mercure*; et la lettre qu'il écrivit sur le sujet, se retrouve dans le tom. II du *Supplément* à la collection de ses œuvres (in-8°, Genève 1782). Il donne du degré une définition assez semblable à celle qu'on lit sur la page précédente, et observe avec raison que *c'est le plus ou moins de courbure, et non l'éloignement du centre qui influe sur la longueur des degrés d'élévation du pôle* (p. 455 du volume cité).

Quoique les notions que j'ai rapportées soient à l'abri de toute objection, peut-être ne verra-t-on pas sans intérêt qu'elles avaient obtenu l'assentiment de l'un des hommes de lettres les plus célèbres du siècle passé. L'auteur que réfute J.-J. élève encore quelques difficultés sur la direction de la pesanteur, auxquelles les faits répondent, et qu'on explique très-simplement en établissant que la force qui fait tomber les corps vers la terre, n'étant que le résultat de l'attraction qu'exercent toutes ses molécules sur ces corps, n'est pas nécessairement dirigée à un point unique, lorsque la terre cesse d'être un globe. L'attraction des montagnes, dont il sera parlé plus bas, suffirait pour légitimer cette hypothèse, qui d'ailleurs s'accorde avec tous les phénomènes célestes.

polaire, surpassa encore celui de l'équateur de

Ces différences, beaucoup trop considérables pour être attribuées aux erreurs des observations, prouvent invinciblement que la figure du méridien est aplatie vers les pôles; mais pour déterminer la différence entre l'axe de rotation et le diamètre de l'équateur, il fallait connaître la nature de la courbe affectée au méridien. Les recherches théoriques de Newton et de ses successeurs avaient montré que cette courbe pouvait être une ellipse; en passant de cette possibilité à la réalité de l'hypothèse, on trouva des aplatissemens assez différens, tant par les mesures que j'ai citées que par d'autres qui furent faites depuis en divers sens et en divers lieux; on eut même quelques raisons de soupçonner des erreurs assez grandes dans plusieurs de ces opérations, et qui *venaient sur-tout d'une cause qui fortifiait* considérablement la théorie de Newton. *C'était* l'attraction des montagnes, que Bouguer remarqua au pied du Pichintcha, par une déviation que le fil à plomb de son quart de cercle éprouvait en se portant vers cette montagne; attraction que M. Maskelyne a de nouveau constatée et mesurée avec soin en Ecosse. Enfin la durée des oscillations d'un pendule, qui dépend de l'intensité de la pesanteur, diminuait bien en allant de *l'équateur au pôle*, ainsi que l'exigeait le rapprochement des points du méridien et du centre de gravité de la terre, plus voisin des pôles que des points de la circonférence de l'équateur; mais les variations de cette durée, ou ce qui en est la suite, les alongemens qu'il fallait donner à la verge du pendule, pour obtenir à diverses latitudes la même durée d'une seconde dans les oscillations, ne s'accordaient point avec l'aplatissement déduit de la mesure des

Clairaut et les géomètres qui l'ont suivi ont éclairci ces difficultés, en montrant qu'elles indiquaient un accroissement de densité de la circonférence au centre, dans la matière de notre planète. Ils ont prouvé qu'en supposant la surface terrestre de la classe de celles qu'on nomme *surfaces de révolution*, et qui sont produites par la rotation d'une courbe autour de son axe, l'équilibre des fluides exigeait nécessairement que sa courbe génératrice ou son méridien fut une ellipse dont le petit axe passât par les pôles. Enfin il était réservé à la France, qui avait donné la première, sur la mesure des degrés du méridien, des résultats précis, de porter cette mesure à un degré d'exactitude encore bien supérieur, au moyen du *cercle répétiteur* appliqué par Borda, aux observations de longitudes à la mer, et approprié ensuite aux observations à terre. Avec cet instrument, sur une foule d'attentions minutieuses, *MM.* Delambre et Mechain, chargés de mesurer l'arc du méridien compris entre Dunkerque et Barcelone, pour fixer la longueur du *mètre*, qu'on a pris égal à la dix millionième partie du quart du méridien, ont, à l'époque la plus orageuse de notre révolution, opéré avec une précision assez grande pour apercevoir dans un arc, plus long que ceux qu'on avait mesurés jusque-là, mais qui n'est encore que la dixième partie du quart de cercle, l'inégalité des degrés, résultant de l'aplatissement de la terre.

Les décroissemens qu'ils ont remarqués semblent annoncer des irrégularités dans la figure du méridien terrestre; mais elles sont trop petites pour intéresser la géographie. La discussion approfondie à laquelle s'est livrée la Commission des poids et mesures de l'Institut, composée de savans nationaux et de savans étrangers, envoyés par leurs gouvernemens respectifs, pour prendre part à cette importante détermina-

[illegible], les a conduits à fixer l'aplatissement de la terre à $\frac{1}{334}$. Cette valeur, déduite de la comparaison des arcs du méridien mesurés au Perou et en France, est d'autant plus probable qu'elle résulte aussi de la combinaison d'un grand nombre d'expériences faites en différens lieux sur la longueur du pendule, et des phénomènes célestes, dont la cause est dans la non sphéricité de la terre. En effet, cette planète étant renflée aux environs de son équateur, éprouve de la part du soleil et de la lune, dans cette partie, une somme d'attractions plus considérable que vers les pôles; et comme le plan de l'équateur est incliné par rapport à ceux de l'écliptique et de l'orbite lunaire, ce surcroit d'attraction produit une force qui, n'étant pas appliquée au centre de gravité du corps, change la position de l'axe de rotation par un mouvement progressif en faisant rétrograder les points équinoxiaux comme je l'ai déjà dit au n.° 30, et lui imprime en outre un mouvement alternatif, par lequel il oscille autour de la position qu'il aurait en vertu du premier mouvement: celui-ci s'appèle *précession des équinoxes*, et l'autre *nutation*.

Le degré mesuré au cercle polaire par les Académiciens français en 1737, était celui de tous qui donnait le plus grand aplatissement, et s'écartait le plus des autres; on avait soupçonné, à cause de cela, qu'il s'était glissé une erreur considérable dans l'opération; et M. Melander Hielm, savant astronome suédois, entreprit de le faire mesurer de nouveau par ses élèves, en employant le cercle répétiteur et tous les moyens délicats dont la géodésie s'était enrichie depuis. Les Académiciens français n'avaient pas mesuré un degré entier, et M. Mélander fit pousser l'opération jusqu'à deux. M. Swanberg, qui avait d'abord commencé l'opération sous la direction de M. Melander Hielm, et qui l'a conduite seul, après la mort de celui-ci, a trouvé qu'à

66° 20′ de latitude, le degré contient 57188 toises, ce qui fait 231 toises de moins que ne l'avait donné la mesure de 1737; aussi en résulte-t-il pour l'aplatissement une fraction qui diffère à peine de $\frac{1}{334}$ rapporté ci-dessus.

Enfin l'aplatissement d'un corps céleste, comme résultat de sa rotation sur lui-même, se manifeste encore dans la planète Jupiter, où il est assez sensible pour qu'on aperçoive dans les lunettes la différence des deux diamètres du disque, qui est presque de $\frac{1}{10}$; et quand on compare la mesure exacte de cet aplatissement, les dimensions de Jupiter et la durée de sa rotation, avec les dimensions de la terre, et la durée de sa rotation, on trouve pour cette dernière planète un aplatissement de $\frac{1}{338}$ à $\frac{1}{328}$, ce qui ne diffère presque point du résultat adopté par la Commission des poids et mesures. D'autres phénomènes dont l'indication n'entre pas dans le plan de cette *Introduction*, confirment encore l'aplatissement de la terre, en sorte qu'*aucun fait physique n'est mieux constaté aujourd'hui, puisqu'il a été vérifié tant immédiatement que dans ses conséquences et dans ses analogies.* (Voyez la *Mécanique céleste*, tom. II et III.)

47. Voici, d'après le rapport publié par la Commission des poids et mesures, en 1801, les principales dimensions de la terre :

L'arc du méridien compris entre Dunkerque et Montjoui, renferme 9° $\frac{6738}{10000}$ du cercle; sa longueur a été trouvée de 275792 *modules* et $\frac{16}{100}$; ce *module* était une règle de platine ayant 1 toise, 99862 de longueur.

La toise employée pour terme de comparaison, est celle qui a servi à la mesure du degré au Pérou; on l'a réduite à la longueur qu'elle doit avoir par la température moyenne à laquelle s'est effectuée l'opération du Pérou, et le module a

pris par rapport à la température moyenne pendant l'opération en France. Le milieu de l'arc mesuré répondait à la latitude de 46° 11′ 5″.

Avec ces données on a conclu que

le quart du méridien est de . . . . 5 130 740 toises.

et que la circonférence entière en contient 20 522 960,

La mesure de Picard (page 57), évaluée en toises, en multipliant par 360 le degré, 57 060 toises, produit, pour cette circonférence. . . . . 20 541 600 toises, et ne surpasse la précédente que de. . . 18 640 toises, ce qui revient à un peu plus de 6 lieues $\frac{1}{2}$, en prenant la lieue de 2853 toises. Une aussi petite différence dans la nouvelle mesure, obtenue par les moyens les plus exacts, montre avec quelle précision cette grandeur a été déterminée; et plus bas, on verra que l'exactitude a encore été poussée plus loin.

Lorsqu'on veut avoir égard à l'aplatissement de la terre, ses rayons n'étant pas égaux entr'eux, ne peuvent se calculer comme dans le cercle; il faut employer les formules qui expriment les relations des arcs d'ellipse avec les axes de cette courbe, et les parties de ces axes. On trouve par ce moyen, lorsque l'aplatissement est $\frac{1}{310}$, que le demi-axe EO, *fig.* 27, ou le rayon de l'équateur, contient 3 271 441 toises; que le demi-axe OP qui va du pôle à l'équateur, en contient 3 261 218; leur différence 10 223, et celle des axes entiers 20 446, ou environ 7 lieues.

Il faut également des formules particulières pour conclure les degrés du méridien à chaque latitude, à cause de leur inégalité; elles s'obtiennent en déterminant les rencontres des perpendiculaires, ou des *normales* à la courbe.

Ces formules, ainsi que toutes celles qui sont nécessaires pour calculer la position des différens points du sphéroïde terrestre, se trouvent dans les *Méthodes analytiques pour*

la détermination d'un arc du méridien, publiées par M. Delambre; je renvoie en conséquence mes lecteurs à cet intéressant ouvrage, ainsi qu'aux *Bases du système métrique*, où ce même Astronome rend un compte détaillé de toute cette belle opération, et à l'élégant *Traité de géodosie* par M. Puissant.

Du nouveau système métrique.

48. Le but principal de la nouvelle mesure de la terre, qui était de tirer d'une partie aliquote de sa circonférence, l'unité fondamentale du système métrique, fut pleinement atteint. Le mètre, étant la dix millionième partie du quart du méridien, est égal à $\frac{513074}{1000000}$ de toisé, ce qui revient à

443 lig., 296 ou 3 pieds 0 pouces 11 lig., 296;

et de là, on conclut aisément le rapport de toutes les mesures anciennes avec les nouvelles.

En suivant la progression décuple, on compose avec le mètre, des mesures linéaires de plus en plus grandes, et propres aux calculs géographiques.

10 mètres forment le décamètre,

et 100 . . . . . l'hectomètre,

qui peuvent remplacer la perche des arpenteurs.

1000 mètres forment le kilomètre,

et 10000. . . . . le myriamètre,

propres a remplacer les diverses sortes de lieues, ou de grandes mesures itinéraires, si multipliées, et dont la longueur est si incertaine.

Le décamètre carré qu'on nomme *are*, et mieux encore l'hectomètre carré, qu'on nomme aussi *hectare*, remplacent, dans l'évaluation des aires ou superficies, l'arpent, et toutes les mesures analogues.

Outre l'uniformité précieuse que le nouveau système métrique tend à établir, il offre encore beaucoup d'avantages, par l'enchaînement de divers genres de mesures, et par la subordination régulière de toutes leurs subdivisions.

TABLEAU DES MESURES DECIMALES,

Montrant le système méthodique de leur nomenclature.

RAPPORTS DES MESURES de chaque espèce A LEUR MESURE PRINCIPALE.		PREMIÈRE PARTIE du nom qui indique le rapport à la mesure principale.	MESURES PRINCIPALES.				
EN LETTRES.	EN CHIFFRES.		DE LONGUEUR.	DE CAPACITÉ.	DE POIDS.	AGRAIRE.	POUR LE BOIS de chauffage.
Dix mille . . .	10000	Myria. . . . . (M.)					
Mille.	1000	Kilo. . . . . (K.)					
Cent.	100	Hecto. . . . . (H.)					
Dix	10	Déca. . . . . (D.)					
Un.	1	. . . . .	MÈTRE (mé.) Dix-millionième partie de l'distance du pôle à l'équateur.	LITRE (li.) . . Décimètre cube.	GRAMME (gr.) Poids d'un centimètre cube d'eau distillée, à son maximum de densité.	ARE (ar.) . . . Cent mètres carrés.	STÈRE (st.) . . Mètre cube.
Un dixième . .	0,1	Déci. . . . . (d.)					
Un centième. .	0,01	Centi. . . . . (c.)					
Un millième. .	0,001	Milli. . . . . (m.)					

Exemples des noms composés, pour exprimer différentes unités de mesures.

MYRIAMÈTRE, longueur de dix mille mètres.
KILOGRAMME, poids de mille grammes.
HECTARE, mesure agraire de cent ares.
DÉCALITRE, mesure de capacité de dix litres.

DÉCIMÈTRE, dixième partie du mètre.
CENTIGRAMME, centième partie du gramme.

Nota. Plusieurs composés, tels que *décaare*, *kiloare*, et tous ceux qui sont formés avec le stère, ne sont point d'usage.

MONNOIES.

L'unité monétaire s'appelle FRANC.
Le franc se divise en dix DÉCIMES,
Et le décime en dix CENTIMES.

La valeur du franc est celle d'une pièce d'argent à neuf dixièmes de fin, pesant cinq grammes.

Sa nomenclature, qui rappèle à chaque instant cette subordination, n'est pas une de ses moindres perfections, puisqu'elle donne la facilité d'apprendre en peu d'instans tous les rapports du nouveau système, ce qu'on ne pouvait faire dans l'ancien. Ce point, contesté souvent par l'effet des préjugés, est néanmoins évident quand on jette les yeux sur un tableau tel que celui que j'ai placé à la fin de cet ouvrage (1).

Les dimensions de la terre, exprimées par les nouvelles mesures, sont les suivantes :

Sa circonférence contient . . .	40 000 000 de mètres
le rayon de son équateur	6 376 159
le demi-axe de rotation.	6 356 234

49. Pour étendre à tous les calculs astronomiques les avantages du système décimal, on divise le quart de cercle en 100 parties égales qu'on appelle *grades*, afin de les distinguer des degrés dont le nombre n'est que de 90.

Le grade se divise en 100 minutes décimales, la minute en 100 secondes, ou plus généralement on exprime par un nombre suffisant de décimales, toutes les fractions du grade.

Le grade moyen, étant la $\frac{1}{100}$ partie du quart du méridien terrestre, contient donc 100000 mètres; la minute décimale 1000, et la seconde décimale 10.

La latitude d'un lieu, exprimée en grade étant multipliée par 100000, donnerait immédiatement la distance itinéraire de ce lieu à l'équateur, si la terre était sphérique.

---

(1) Le reproche fait aux dénominations tirées du grec et du latin est ridicule, lorsque le langage le plus usuel est rempli de mots tirés de ces deux idiomes. Qu'est-ce que *kilogramme*, par exemple, a de plus choquant à l'oreille que *cathéchisme*, *chirurgien*, *apothicaire*, et tant d'autres?

M. Delambre, à Dunkerque, terme le plus septentrional de la méridienne qu'il a mesurée, a observé la latitude de. . . . . 56 grad., 706 652.

Depuis MM. Biot et Arago, aidés de MM. Chaix et Rodriguez, astronomes espagnols, ont terminé l'opération commencée par M. Méchain, pour prolonger cette méridienne, de Montjoui aux îles Baléares, et l'ont poussée jusqu'à l'île de Formentera, voisine d'Yviça. A ce terme, ils ont observé une latitude de . . . . 42 grad., 961 777.
La différence . . . . . 13 grad., 744 875
de ces nombres, exprime en grades et décimales de grades, l'amplitude de l'arc céleste. En la multipliant par 100000, on en conclut pour la longueur de l'arc terrestre correspondant. . . . . 1 374 487 mèt., 50;
et cette longueur, déduite de l'opération géodésique par le calcul des triangles, s'est trouvée de. . . 1 374 438 mèt., 72;
différence. . . . . 48 mèt., 78.
Cet écart, déjà bien petit, se réduit à 41 centimètres (ou 14 pouces, sur plus de 600000 toises) quand on y applique la correction due à l'aplatissement de la terre, correction qui ne s'élève qu'à 48 mèt., 37, lorsque l'on suppose l'aplatissement de $\frac{1}{305}$, comme a cru le devoir faire dans cette circonstance le Bureau des longitudes, parce que cette quantité est donnée par le calcul des mouvemens de la lune, dans lequel on embrasse toute la masse terrestre, et par conséquent la forme générale de sa surface.

« Une erreur aussi petite, sur un aussi grand arc » dit le Rapporteur du Bureau des longitudes « est réellement étonnante; car elle est fort au-dessous de ce que l'on peut raisonnablement attribuer aux erreurs des observations; elle aurait pu être 40 ou 50 fois plus considérable qu'il n'en serait résulté aucun inconvénient sensible dans les

opérations les plus délicates des arts ». (*Moniteur* du 11 juillet 1808). La longueur du mètre déduite de cette dernière opération, est de 443 lignes, 295, c'est-à-dire, un millième de ligne de moins que dans la détermination adoptée par la Commission des poids et mesures, différence absolument insensible : il est même à remarquer que la correction déduite de l'aplatissement de la terre, sur lequel il peut rester quelque légère incertitude, n'entre dans ce résultat que pour 16 millièmes de ligne, quantité encore insensible dans les mesures relatives aux arts; et cet avantage tient à ce que l'arc mesuré sur le méridien, et dont l'étendue s'élève à près de 14 grades (ou plus de 12 degrés), a son milieu à égale distance du pôle et de l'équateur, du moins à fort peu près. Rien ne s'oppose donc à ce qu'on regarde comme bien définitive la longueur du mètre légalement fixée, et à ce qu'on n'emploie dans toutes les parties des sciences et de l'administration, le nouveau système métrique, supérieur à tant d'égards aux anciens; cependant les cartes géographiques et la plupart des livres de voyages étant rédigés d'après les anciennes mesures, je suis obligé d'en faire usage dans ce qui suit (1).

(1) Pour ne rien omettre d'important sur la question de la figure de la terre, je dois faire observer que les irrégularités que présentent les divers degrés de latitude mesurés en différentes régions et sous différens méridiens, donnent quelque lieu de croire que ces méridiens ne sont pas égaux; que par conséquent les parallèles à l'équateur ne sont pas des cercles, d'où il s'ensuivrait que la surface terrestre n'est pas exactement une surface de révolution. Pour éclaircir ce doute, il faudrait avoir la mesure de quelques degrés de longitude, en déterminant la distance de deux points placés dans le sens du parallèle à l'équateur, c'est-à-dire, de la courbe perpendiculaire à tous les méridiens. Quant à la différence de longitude, on l'obtiendrait par l'observation d'un signal visible en même temps des deux points; mais on ne saurait arriver à une grande

50. L'aplatissement de la terre, réduit à $\frac{1}{310}$ du diamètre de l'équateur, ne produisant entre ce diamètre et l'axe qui passe par les pôles, qu'une différence d'environ 7 lieues, ne donnerait, pour un sphéroïde dont le grand axe aurait 3 pieds, qu'une différence de 1 ligne $\frac{1}{3}$, quantité qu'il serait très-difficile d'observer avec précision dans la construction des globes, que l'on peut par conséquent continuer à faire exactement sphériques.

L'effet de cet aplatissement, déjà si peu considérable par rapport à la masse entière, se distribuant sur toutes les parties, devient encore moins sensible dans les détails, et peut se négliger sans inconvénient dans les cartes géographiques ordinaires : je continuerai donc dans cette Introduction à regarder la terre comme parfaitement sphérique. En partageant le quart du méridien en 90 parties égales, le degré moyen sera de 57008 toises, la lieue marine de 2850; et le diamètre, déduit de la circonférence considérée comme circulaire, sera de 6 532 660 toises, ou 2292 lieues marines.

Ce qui précède prouve aussi l'assertion du n.° 1, sur la petitesse des montagnes à l'égard du diamètre de la terre; les plus hautes que l'on connaisse ne passent guère 3000 toises d'élévation perpendiculaire, ou un peu plus d'une lieue marine; et le diamètre de la terre contenant 2292 de ces lieues, une montagne de cette hauteur ne pourrait présenter qu'une ligne d'élévation, sur un globe de 2292 lignes, ou de plus de 30 pieds de diamètre.

---

précision, qu'en choisissant des points assez éloignés. On connaît déjà une opération de ce genre, exécutée dans l'Inde, de 1791 à 1792, par M. Reuben-Burrow. M. Burckhardt se prépare à en faire une autre qui complètera les travaux entrepris pour la détermination de la figure de la terre.

51. Avec les données précédentes, on trouve aisément de combien s'abaissent au-dessous du véritable *horizon sensible*, les rayons visuels, lorsque l'œil est élevé au-dessus de la surface terrestre (n° 2), et par-là on détermine jusqu'où doit s'étendre la vue, à raison de la hauteur à laquelle on est placé par rapport aux points environnans.

Cette élévation étant marquée par AE, *fig.* 28, le rayon visuel sera la droite AB, tangente au cercle BED; et par la propriété connue des tangentes et des sécantes du cercle, on sait que AB est moyenne proportionnelle entre AE et AF, d'où il résulte que AB est égale à la racine quarrée du produit de AE par AF : or il faut observer que AF est composée de AE plus EF, c'est-à-dire, de la hauteur de l'œil plus le diamètre de la terre, et a par conséquent une valeur connue.

Quand on a calculé AB, on détermine aisément, par le triangle ABC rectangle en B, l'angle BAC que le rayon visuel fait avec la verticale AZ, et dont le complément BAh donne l'inclinaison de ce même rayon au-dessous de la ligne *hh'* menée horizontalement au point A.

L'angle BCA, qui est aussi le complément de BAC, donne en degrés et parties de degrés, la mesure de l'arc BE qui appartient à un grand cercle et que l'on convertira aisément en mesures itinéraires.

L'élévation AE étant toujours fort petite en comparaison du diamètre de la terre, la tangente AB diffère peu de l'arc BE auquel elle correspond; aussi la prend-on pour cet arc.

Si on suppose que AE soit égale à 3000 toises, ce qui répond, comme on l'a dit ci-dessus, à l'élévation des plus hautes montagnes, on aura à prendre une moyenne proportionnelle entre 3000 et 6 535 660; et on trouvera plus de 140 000 toises, ou environ 50 lieues marines.

Telle est la distance à laquelle s'étendrait la vue de l'ob-

servateur placé à cette hauteur, en supposant qu'il n'y eût aucun obstacle interposé entre lui et la surface de la mer. C'est aussi de cet éloignement que l'on pourrait apercevoir le sommet d'une montagne dont la hauteur serait de 3000 toises (1). Il n'en existe point de semblable, qui soit isolée; mais les ballons fournissent les moyens de s'élever encore plus haut, puisque M. Gay-Lussac est parvenu à 6980 mètres, 3600 toises (environ) de hauteur perpendiculaire.

Les marins, qui font partir de l'horizon de la mer, au-dessus de laquelle ils sont plus ou moins élevés, les hauteurs des astres, ont besoin de tenir compte de l'inclinaison du rayon visuel; elle se déduirait aisément des considérations précédentes: je ne m'y arrêterai pas, et je terminerai cet article en faisant remarquer que si l'on pouvait mesurer exactement l'angle ZAB, formé par la verticale AZ et le rayon AB, pour en conclure l'angle BAC, et mesurer aussi la longueur de AB, on saurait, par la résolution du triangle rectangle ABC, calculer la ligne BC, qui serait le rayon de la terre supposée sphérique, et en déduire la longueur de sa circonférence; mais ce moyen n'est bon qu'en théorie: la réfraction qui a lieu auprès de l'horizon, altère trop l'angle ZAB, pour que l'on puisse compter sur sa mesure.

SECONDE SECTION.

Construction et usage des diverses représentations de la terre et de ses parties.

Des globes terrestres.

52. Les globes constituent les meilleures représentations de la terre, puisqu'ils en offrent le *relief*; et ce sont par con-

(1) Souvent la réfraction des objets terrestres les élève au point de les rendre visibles à des distances beaucoup plus grandes que celles qui résultent de la théorie ci-dessus.

séquent les seules qui puissent donner en même temps, sous la forme la plus simple, les relations de grandeur, de distance et de configuration de toutes les régions.

La manière la plus simple, comme la plus exacte, de les construire, lorsqu'ils ont de grandes dimensions, c'est de dessiner immédiatement sur leur surface, par les procédés que je vais décrire, les pays qu'ils doivent représenter.

Je suppose d'abord qu'on ait fixé deux points diamétralement opposés pour représenter les pôles et pour y faire passer l'axe de rotation : prenant l'un de ces points pour centre et à égale distance de chacun, on décrira un cercle qui sera l'équateur (1); on tracera par les pôles un autre grand cercle pour représenter le *premier méridien*, qu'on divisera en 90 degrés, à partir de l'équateur en allant vers chaque pôle ; ensuite, à partir de ce méridien, on divisera, de degré en degré, la circonférence de l'équateur. Cela fait, rien ne sera plus aisé que de placer sur le globe un lieu dont on connaîtra la latitude et la longitude ; car il suffira de

(1) Il y a plusieurs manières de tracer un grand cercle sur un globe. On peut se servir pour cela d'un compas, dont une des branches soit très-courte, et l'autre plus longue, soit recourbée de manière à tomber à peu près perpendiculairement sur la surface sphérique. Un fil tendu librement entre deux points, le bord d'une règle droite et flexible fixé sur ces points, marquant leur plus courte distance, prennent la direction du grand cercle qu'ils déterminent. On peut tracer très-simplement, par ce moyen, un grand cercle quelconque, lorsqu'on a deux points par lesquels il doit passer.

On élève un grand cercle perpendiculaire sur un autre, en déterminant deux points à égale distance de deux autres points pris sur le grand cercle proposé ; et le grand cercle qui passe par les deux points ainsi obtenus, passe par les pôles du premier. Ces procédés, déduits des premières propriétés de la sphère, suffisent pour tracer tous les cercles nécessaires à la construction des globes.

marquer la première sur le premier méridien, et par le point où elle tombe, on décrira, en prenant le pôle pour centre, le parellèle à l'équateur, passant par le lieu proposé; puis menant par le point de l'équateur sur lequel tombe la longitude et par les pôles, un demi-cercle, on aura le méridien dont la rencontre avec le parallèle, marque la position de ce lieu.

53. La latitude se comptant à partir de l'équateur, a par conséquent une origine déterminée par les circonstances mêmes du mouvement de la terre; il n'en est pas ainsi de la longitude, car tous les méridiens étant des grands cercles, on ne voit pas d'abord de motif d'en choisir un préférablement à tout autre pour commencer à compter la longitude, ou pour en faire le *premier méridien*; aussi les géographes des diverses nations ont-ils beaucoup varié dans ce choix.

Ptolémée, qui nous a laissé les plus anciennes cartes géographiques que nous ayons, a placé son premier méridien aux îles Fortunées (aujourd'hui les Canaries), parce que c'était la limite la plus occidentale des pays connus alors; et comme leur étendue d'orient en occident était plus considérable que celle du midi au nord, la première reçut le nom de *longitude* (ou longueur), et la seconde celui de *latitude* (ou largeur), qu'elles portent encore aujourd'hui.

Pour rendre uniforme la manière d'exprimer les longitudes dans les géographies françaises, et dans la vue de le porter en dehors de toutes les parties de l'Europe, Louis XIII ordonna, par une déclaration expresse, de placer le premier méridien à l'*île de Fer*, la plus occidentale des *Canaries*. Delisle, le premier qui mit de la précision dans les déterminations géographiques, fixa la longitude de Paris à 20 deg. à l'est de ce méridien. Des observations plus exactes encore ayant appris que la différence de longitude entre Paris et le bourg pr

cipal de l'île de Fer était de 20° 5′ 50″, il a fallu avancer le premier méridien de 4′ 10″ à l'orient de ce point ; en sorte qu'il n'est plus qu'un cercle de convention qui ne passe par aucun lieu remarquable.

Les Hollandais avaient fixé leur premier méridien au *Pic* de Ténériffe, montagne située dans l'île de ce nom, et qu'on regardait alors comme la plus élevée du globe.

Les géographes commencent à compter les longitudes du côté oriental du premier méridien qu'ils ont choisi, et poursuivent dans le même sens, sur toute la circonférence de l'équateur, jusqu'à ce qu'ils soient revenus au côté occidental du méridien. Par cette manière de compter, les longitudes peuvent s'élever jusqu'à 360° ; il est visible par exemple, que le méridien placé 1 deg. à l'occident du premier, a 359° de longitude.

Toutes ces conventions ont été changées par les marins, sur-tout depuis que les observations astronomiques sont d'un usage plus général dans la navigation ; parce que les tables qui annoncent l'heure des phénomènes célestes, et qui donnent la position des astres à diverses époques, étant toujours calculées pour le méridien de l'observatoire principal de chaque nation, ils ont trouvé plus simple de rapporter à ce méridien chaque point des routes qu'ils parcourent. C'est ainsi que les marins français comptent tous du méridien de l'observatoire de Paris, et les marins anglais de celui de Greenwich.

De plus, quand c'est de l'observation du temps qui s'écoule entre le passage des méridiens par un même astre, ou de la différence des heures comptées au même instant en deux lieux différens, que l'on déduit la longitude, elle se présente sous deux dénominations ; car si on s'est avancé vers l'orient, on compte plus que sous le méridien d'où l'on

est parti ; la différence peut même aller jusqu'à 24 heures, ou un jour entier, lorsqu'on fait le tour du globe par l'est : le contraire a lieu quand on s'avance vers l'ouest ; et d'après cette considération, il est nécessaire, quand on convertit une différence de temps en degrés pour passer à la différence de longitude, d'avertir si elle est orientale ou occidentale. Il est d'usage dans cette manière de compter, sur laquelle les cartes marines sont toutes établies, de marquer toujours la longitude par le côté le plus près du premier méridien, en sorte que les longitudes n'embrassent que la demi-circonférence, ou ne s'élèvent pas au-delà de 180°, et que le globe se trouve partagé en deux hémisphères par rapport au premier méridien. Dans l'hémisphère situé à l'ouest, les longitudes ont la dénomination d'*occidentales;* elles sont *orientales* dans l'autre.

54. On voit par cet exposé, qu'il est indispensable de savoir réduire les longitudes rapportées à un méridien, ou comptées à la manière des géographes, à celles qui partent d'un autre méridien, ou qui sont comptées à la manière des marins, et *vice versâ*.

Lorsqu'il s'agit des longitudes comptées à la manière des géographes, c'est-à-dire, en faisant le tour entier du globe par l'orient, il faut prendre la différence de longitude des deux méridiens que l'on compare ; et si le méridien duquel on veut partir est à l'occident de l'autre, on ajoutera cette différence à toutes les longitudes comptées de cet autre ; dans le cas contraire, on la retranchera.

Par exemple, le Pic de Ténériffe étant placé 1 degré à l'orient du méridien de l'île de Fer, toutes les longitudes prises à la manière hollandaise, depuis cette montagne, étant augmentées de 1 degré, donneront les longitudes rapportées au méridien de l'île de Fer. Il faudrait, au contraire,

[illegible] degré de celles-ci pour obtenir les autres. Quand elles partent du même méridien, toutes les longitudes orientales jusqu'à 180°, sont les mêmes dans la manière de compter des marins et dans celle des géographes ; à l'égard des longitudes occidentales, il suffit de les retrancher de 360° pour les ramener à celles des géographes, et réciproquement on convertit une longitude occidentale, une longitude qui passe 180°, en la retranchant de 360°. En voici des exemples :

Carthagène, en Amérique, est marquée dans les catalogues de positions géographiques à . . . 281° 57′ de longit. par rapport au méridien de Paris.

En opérant ainsi . . . . . 360°

281° 57′

la différence . . . . . 78° 3′

donne la longitude occidentale de cette même ville par rapport au méridien de Paris, et telle qu'on la trouve dans les relations et les cartes marines.

La baie d'Otaïtipiha, dans l'île d'Otaïti, a été déterminée par les navigateurs à 151° 55′ 45″ de longitude occidentale du méridien de Paris ; pour connaître cette longitude comptée à la manière des géographes, on fera cette opération :

	360°	0′	0″
	151°	55′	45″
la différence	208°	4′	15″

sera la longitude cherchée.

Quand on part de deux méridiens différens, et que les longitudes sont distinguées en orientales et en occidentales, il faut remarquer de quel côté le méridien auquel on veut rapporter les longitudes, est placé par rapport à l'autre, pour retrancher leur différence de longitude de toutes les longitudes de même dénomination que ce côté, et l'ajouter à toutes celles de dénomination contraire.

Exemples : le méridien de l'observatoire de Paris étant de 2° 20′ à l'Orient de celui de Greenwich, toutes les longitudes orientales par rapport à Greenwich, doivent être diminuées de cette quantité pour se rapporter au méridien de Paris, et les longitudes occidentales doivent être augmentées de cette quantité. C'est ainsi que la longitude du cap de Bonne-Espérance étant de 18° 23′ 15″ à l'est du méridien de Greenwich, devient de 16° 3′ 15″ à l'est de celui de Paris; au contraire la baie d'Otaïtipiha, placée par les navigateurs anglais à 149° 35′ 45″ à l'ouest du méridien de Greenwich, se trouve à 151° 55′ 45″ de celui de Paris.

Il y a une circonstance qui peut embarrasser dans cette réduction d'un méridien à l'autre : c'est lorsque les points à réduire tombent entre ces deux méridiens, ou entre leurs opposés. Le lieu qui est oriental par rapport à l'un, devient occidental à l'égard de l'autre. Cela se voit dans le premier cas, parce qu'on ne peut plus retrancher de la longitude à réduire, la différence des deux méridiens proposés, mais qu'il faut faire le contraire ; ce qui change la dénomination.

Dans l'autre cas, le nombre qui résulte de l'addition de la différence des méridiens avec la longitude comptée du méridien qu'on veut changer, surpassant 180°, se trouve au delà du méridien opposé à celui auquel on rapporte les longitudes ; il faut la retrancher de 360°, ou de la circonférence entière, pour la faire partir d'un côté contraire au même méridien : la longitude change par conséquent encore de dénomination.

Pour Douvres, par exemple, qui est 1° 18′ 30″ à l'*orient* de Greenwich, il faut faire cette soustraction :

	2°	20′	
	1°	18′	30″
la différence.....	1°	1′	30″

[illegible] la longitude *occidentale* de Douvres à l'égard du méridien de Paris.

Vue de Island, située dans la mer Pacifique, les anglais comptent 147° [illegible] *ouest* de longitude ; en y ajoutant [illegible] on trouve 180° 17′ : ce lieu est donc 17′ au delà du méridien opposé à celui de Paris ; et en retranchant 180° 17′ [illegible], on a [illegible] de longitude *est*, à l'égard du méridien de Paris.

[illegible] sur le globe, par leurs longitudes et leurs latitudes, [illegible] les lieux pour lesquels on a pu se procurer ces déterminations, et qui sont ordinairement les capitales des états et de leurs grandes subdivisions, les ports les plus fréquentés, ou enfin les points qui fixent l'étendue et les limites des principales sinuosités du rivage des mers ; il ne reste plus qu'à remplir les espaces intermédiaires, en achevant, conformément à des dessins, tracés sur des surfaces planes et levés géométriquement, ou construits d'après les relations des voyageurs, comme on le verra dans la suite, les contours des frontières des pays, le cours des fleuves. Les sinuosités des côtes seront suffisamment indiquées par le nombre de points dont on a assigné rigoureusement la position ; d'ailleurs, en parlant de la construction des cartes, je ferai connaître les procédés dont on se sert pour donner à cette opération toute l'exactitude qu'on peut y désirer.

56. Le premier usage qu'on peut faire du globe, c'est de déterminer la distance d'un lieu à un autre, et les étendues respectives des diverses contrées. La plus courte distance de deux points sur la sphère, se mesure par l'arc du grand cercle qui les joint ; et comme tous les grands cercles sont égaux, les degrés d'un grand cercle quelconque contiennent le même nombre de mesures itinéraires que celles du méridien : on prend donc avec un compas l'ouverture de l'arc compris entre

les points proposés, pour la porter sur le méridien ou sur l'équateur qui sont gradués.

Si, par exemple, l'arc compris entre deux lieux marqués sur le globe, et rapporté sur le méridien, contient 29° 45′, on aura la plus courte distance de ces points en mesures itinéraires, en convertissant les degrés et minutes en lieues marines, à raison de 20 au degré; on obtiendra d'abord 580 lieues pour les 29°, et chaque minute valant un tiers de lieue ou un *mille nautique*, les 45′ donneront 15 lieues; ainsi le résultat total sera de 595 lieues marines.

On peut substituer à l'opération prescrite ci-dessus, le calcul qui conduit à un résultat plus précis; il faut pour cela considérer un triangle sphérique tel que APL, *fig.* 14, formé par les méridiens AP et PL, des lieux A et L dont on cherche la distance, et par l'arc du grand cercle AL, qui les joint. On connaît dans ce triangle les côtés AP et PL, qui sont les distances des points A et L au pôle P, ou le complément de leurs latitudes, et l'angle APL mesuré par leur différence de longitude; les règles de la trigonométrie sphérique donneront en degrés et parties de degrés le côté AL, que l'on convertira en mesures itinéraires. Si les lieux A et L étaient dans deux hémisphères différens, l'une des distances au pôle serait plus grande que 90, de la latitude de l'un de ces points.

Lorsque les lieux dont on veut déterminer la distance sont sous le même méridien, il suffit de prendre la différence de leurs latitudes et de la convertir en mesures itinéraires. J'observerai à ce sujet que la latitude d'un lieu se trouve au moyen du globe, en mesurant la plus courte distance de ce lieu à l'équateur, ou à un parallèle d'une latitude connue; et en portant l'ouverture du compas sur le méridien gradué, le nombre de degrés qu'on obtient est ce qu'il faut ajouter à la

on est parti, pour avoir celle du

er de prendre la différence de
és sur le même parallèle, pour
ela ne peut se faire qu'à l'égard
ar ses parallèles étant de petits
à mesure qu'on s'approche des
t point la *même* valeur que ceux des
ce qu'on omet souvent de faire
absolue de leurs arcs ne donne point
la véritable mesure de la plus courte distance des extrémités de ces arcs, par lesquelles il faut toujours concevoir un arc de grand cercle. En effet, le rayon du parallèle étant plus court que celui du grand cercle, l'arc du parallèle est plus convexe, ou a plus de courbure que celui du grand cercle compris entre les mêmes points, et est par conséquent plus long.

En marchant toujours dans un même alignement, on ne peut donc jamais parcourir sur la surface de la terre qu'un grand cercle, puisqu'on suit le plus court chemin qui mène d'un point à un autre sur cette surface.

Quoique différente sur les divers parallèles, la longueur absolue de leurs degrés se conclut facilement de celle des degrés du méridien, en observant que les longueurs du degré sont proportionnelles aux rayons des cercles, et que les rayons de l'équateur et de ses parallèles sont les perpendiculaires abaissées des différens points du méridien sur le diamètre de ce cercle, ainsi qu'on le voit dans la *figure 14*, par les lignes EC et HK. Si l'on prend par conséquent le rayon EC pour la longueur du degré de l'équateur, qu'on le divise en vingt parties représentant des lieues marines, le nombre de ces parties que pourra contenir le rayon HK du pa-

rallèle LM, fera connaître la longueur du degré de ce parallèle.

Il suit de ces remarques, que pour déterminer la longueur des degrés sur chaque parallèle, il suffit de décrire sur une ligne EC, qui représente la longueur du degré du méridien ou de l'équateur, un quart de cercle EP, de le diviser en degrés et d'abaisser des perpendiculaires de chaque point de division sur le rayon CP; ces lignes seront les longueurs respectives du degré des parallèles, pour toutes les latitudes.

La ligne HK étant le sinus de l'arc PH et le cosinus de l'arc EH, dont l'un mesure la distance du parallèle HM au pôle, et l'autre la latitude de ce parallèle, on voit qu'en prenant pour unité le degré de l'équateur, celui d'un parallèle quelconque sera le cosinus de la latitude, donné par les tables trigonométriques.

La latitude de Paris étant 48° 50′, et le cosinus de cet angle 0,658 du rayon, le degré du parallèle s'obtiendra en multipliant ce nombre par 20 lieues marines, ce qui donnera 13 lieues, 16; c'est donc 13 lieues qu'il faut faire à l'est ou à l'ouest sur ce parallèle, pour changer d'un degré en longitude. A 60 degrés de latitude, le degré du parallèle est réduit à 10 lieues, parce que le cosinus de 60 degrés, ou le sinus de 30, n'est que la moitié du rayon.

58. Le méridien étant un grand cercle, on le parcourt sur la terre, lorsqu'on suit l'alignement de la méridienne tracée dans un lieu quelconque; et en faisant 20 lieues dans cet alignement on change d'un degré de latitude; mais ce n'est pas en suivant l'alignement perpendiculaire à la ligne méridienne, et qui marque les points *est* et *ouest*, qu'on pourrait décrire un parallèle à l'équateur, car cet alignement détermine un plan perpendiculaire au méridien, et par conséquent un grand cercle qui s'écarte d'autant plus du parallèle

qu'il est prolongé plus loin. On le voit dans la *figure* 29, où P E P′ représente un méridien, EGI l'équateur, HLQ un parallèle, et HIK le grand cercle perpendiculaire au méridien en H. On peut y remarquer aussi que tous les grands cercles perpendiculaires au même méridien se rencontrent en deux points opposés, I et I′, qui sont les pôles de ce méridien. Ces grands cercles s'approchent donc continuellement l'un de l'autre ; et ce n'est que dans un très-petit espace, de chaque côté du méridien P E P′, qu'on peut regarder comme parallèles entre eux les cercles I E I′ et I H I′ : ce n'est donc aussi que dans une petite étendue qu'on peut regarder comme parallèles les deux lignes *est* et *ouest*, ou les perpendiculaires à la méridienne (1).

Le grand cercle I H K, perpendiculaire au méridien P′ E P, coupe les autres méridiens, comme P′ L P, sous des angles différens pour chacun, tandis que le parallèle H L Q les rencontre tous à angle droit. Il résulte de là qu'en allant du point H au point L sur le parallèle, on se détourne à chaque instant de l'alignement qu'on avait d'abord suivi, pour se remettre à angle droit avec les divers méridiens sous lesquels on passe, et qui tendent tous au pôle P. Ce n'est donc qu'avec le secours d'une boussole, ou, plus exactement encore, en déterminant de proche en proche la position du méridien, et en se maintenant toujours à la même latitude, qu'on trace sur la surface terrestre un parallèle à l'équateur, ou qu'on s'avance directement, soit à l'*est*, soit à l'*ouest*.

---

(1) L'observation ci-dessus est d'autant plus importante, que c'est à la méridienne et à ses perpendiculaires qu'on rapporte les cannevas qui servent à la description géométrique d'un pays, et que c'est aussi sur ces lignes qu'est établie la carte de France, sur la projection de laquelle on n'a pas communément des notions exactes.

En général, quand au moyen de la boussole, on suit une direction qui coupe sous le même angle tous les méridiens sous lesquels on passe, ou qu'on se maintient dans le même *rumb de vent*, on change d'alignement à chaque point, puisqu'il faut toujours se détourner pour faire le même angle avec le nouveau méridien qui converge vers le précédent; on décrit alors des espèces de spirales appelées *loxodromies*, et dont je parlerai plus au long en donnant les moyens de construire sur les cartes, les routes tenues par les navigateurs.

59. Pour mesurer commodément l'étendue d'une région tracée sur le globe, il faut concevoir sa surface partagée en quadrilatères par des méridiens et des parallèles menés, soit de 10 deg. en 10 deg., soit de 5 deg. en 5 deg., ou en général assez près pour que la ligne irrégulière qui limite cette région ne coupe dans les quadrilatères par lesquels elle passe, que des parties dont on puisse estimer facilement le rapport avec le quadrilatère entier, ce qui exige que chaque quadrilatère soit très-petit.

L'étendue superficielle de chaque quadrilatère compris entre deux méridiens et deux parallèles, se calcule facilement en déterminant d'abord l'étendue de la zone renfermée entre les deux parallèles; or celle-ci est à l'aire de la sphère, comme la distance des parallèles qui la terminent est au diamètre; et cette distance répond sur le diamètre, à la différence des sinus des latitudes de chaque parallèle, ainsi que cela se voit sur la *fig.* 14, par la ligne CK, différence entre CP et KP.

Pour la zone comprise entre le 48e et le 49e parallèle, dans laquelle se trouvent Paris et ses environs,

le sinus de 49° étant 0,755
celui de . . 48° 0,743
la différence 0,012

[illegible] 2, fait voir que cette zone renferme [illegible] totale du globe; c'est ainsi qu'ont été déterminés les rapports indiqués sur la page 34.

Pour obtenir d'abord la mesure de la zone, en lieues carrées, il faut partir de l'aire totale du globe terrestre, estimée de 16 501 200 lieues carrées (n° 43); on en conclut que la zone renferme 99 007 lieues carrées.

Quant à la partie de cette zone comprise entre deux méridiens donnés, elle est visiblement à la zone entière dans le même rapport que la différence de longitude des deux méridiens est à la circonférence entière; on a par conséquent le quadrilatère terminé par deux méridiens distans d'un degré, et par le 48e et le 49e parallèles, en prenant la 360e partie du nombre 99007 qui donne l'aire totale de la zone, et on trouve 275 lieues carrées environ.

C'est par de semblables calculs que l'on a formé la table III, où l'on trouve pour chaque degré de latitude la mesure en lieues carrées, du quadrilatère comprenant un degré tant en longitude qu'en latitude. Avec ces résultats on évalue facilement l'étendue des régions terrestres, rapportées aux méridiens et aux parallèles; mais comme les globes sont ordinairement trop petits pour qu'on puisse y compter commodément les degrés, et encore moins leurs subdivisions, auxquelles il faut quelquefois descendre, quand on veut porter l'exactitude un peu loin, je suis obligé de renvoyer les exemples des applications de cette table, à l'endroit où j'expliquerai l'usage des cartes géographiques.

60. Pour placer commodément un globe et multiplier ses usages, on fixe d'abord son axe dans le diamètre d'un cercle de carton ou de cuivre, divisé en degrés, et qui représente le plan d'un méridien céleste quelconque. Ce cercle *s'encastre* dans un autre, lié au support et qu'on nomme *l'horizon*,

parce qu'en variant par rapport à son plan l'inclinaison de l'axe du globe, ce cercle peut représenter le plan d'un horizon quelconque. Dans cet assemblage, le globe tourne sur son axe indépendamment de son *méridien* qui demeure fixe, et au moyen duquel on peut placer les pôles dans telle situation qu'on voudra, par rapport à l'horizon. L'axe du globe porte une aiguille qui tourne avec lui sur un cadran dont le pôle occupe le centre, et qui est divisé en 24 parties ou heures, à partir du plan du méridien (1). On attache quelquefois sur le pied de l'instrument une boussole, pour qu'on puisse orienter le globe, c'est-à-dire mettre les pôles dans le plan où se trouvent ceux de la terre.

Pour faciliter sur les globes un peu grands, la mesure des distances, on a joint à leur monture un arc de grand cercle mobile qui peut se fixer sur chaque point du méridien, et s'appliquer exactement contre la surface du globe. Ce cercle est nommé *cercle des hauteurs*, parce qu'en mettant son point d'attache à 90 deg. de l'horizon, il donne la distance de ce cercle à chacun des points par lesquels il passe, distance qui serait la hauteur d'un astre placé verticalement sur ce point. Lorsque ce cercle manque, on peut le remplacer par une bande de papier étroite, et dont le bord soit coupé très-droit; si on la tend, entre deux points, avec l'attention de ne la tordre dans aucun sens, elle marquera assez exactement le grand cercle passant par ces points.

On trace quelquefois l'écliptique sur les globes terrestres, et sur leur horizon les signes du zodiaque, les mois de

(1) Il faut, pour plus de commodité, que ce cercle soit placé entre la surface du globe et le méridien fixe; sans cela il empêche de mettre le globe dans les situations où le pôle est peu élevé au-dessus de l'horizon.

monde, etc.; mais tous ces accessoires sont trop étrangers aux usages géographiques de ces globes pour en faire mention ici.

63. Voici maintenant les principales questions qu'on résout avec ces instruments :

1° On trouve la latitude d'un lieu quelconque, en faisant tourner le globe jusqu'à ce que ce lieu soit sous le méridien fixe, et en lisant le degré marqué alors sur ce lieu.

2° La longitude du même lieu se lit sur l'équateur, au point sur lequel passe le méridien.

Choisissant Paris pour exemple, on lit sur le méridien environ 49 degrés, et sur l'équateur 20 degrés.

3° Réciproquement on trouve la position d'un lieu, quand on connaît sa longitude et sa latitude, en amenant sous le méridien le point de l'équateur qui a cette longitude, et en comptant sur le méridien, la latitude donnée avec sa dénomination : le point où elle se termine répond, sur le globe, à celui qu'on cherche.

Prenons pour exemple Pekin, dont la latitude est septentrionale et d'environ 40 degrés, et la longitude 134; on amènera sous le méridien le 134e degré de l'équateur, et remontant vers le nord sur le premier cercle jusqu'au 40e degré, on y rencontrera Pékin.

4° L'heure *que l'on* compte dans un pays, lorsqu'il est midi dans un *autre*, s'obtient en plaçant ce dernier sous le méridien, et en fixant sur 12 heures l'aiguille du cadran qui couronne le pôle, puis en faisant tourner le globe jusqu'à ce que le lieu dont on cherche l'heure soit arrivé sous le méridien; l'aiguille marque alors sur le cadran l'heure demandée: elle est *après midi*, si l'on a fait tourner le globe d'orient en occident; et *avant midi* dans le cas contraire.

Ayant mis Paris sous le méridien, et fixé sur midi l'ai-

guille du cadran polaire, si on fait tourner le globe vers l'occident, c'est-à-dire sur la gauche en regardant le pôle arctique, et que par-là on amène Pékin sous le méridien, l'aiguille marquera 7 heures $\frac{1}{2}$, ce qui est en effet l'heure du soir, que l'on compte dans cette dernière ville, lorsqu'il est midi à Paris.

La même différence de 7 heures $\frac{1}{2}$, ajoutée à un temps quelconque relatif au méridien de Paris, donnera le temps correspondant sous celui de Pékin.

62. On peut connaître la longueur du plus grand jour pour tous les points d'un hémisphère, du septentrional, par exemple, en plaçant le méridien de manière que le bord du cercle polaire arctique rase l'horizon du globe; cet horizon représentera alors le cercle d'illumination (n° 19). Si l'on amène dans le méridien un point quelconque de l'hémisphère proposé, qu'on fixe l'aiguille du cadran polaire sur 12 heures, et qu'on fasse tourner le globe vers l'orient jusqu'à ce que le point remarqué, entre dans l'horizon, l'aiguille s'arrêtera sur l'heure à laquelle ce point passe de la partie éclairée à la partie obscure, qui est celle du coucher du soleil. Le nombre d'heures parcourues sur le cadran, sera la moitié de la durée du jour cherché.

Paris entre dans l'horizon par l'orient, 8 heures après son passage sous le méridien; la durée du plus long jour est donc de 16 heures dans cette ville.

En plaçant le pôle plus près de l'horizon, on donnera à ce cercle la position que prend le cercle d'illumination dans les temps qui précèdent et qui suivent les solstices, et on connaîtra, comme ci-dessus, la longueur du jour dans chaque pays.

Il faut remarquer que, dans cette position du globe, tous les points qui se trouvent en même temps sur le bord occi-

qui, passant à la fois de la éclairée, voient le soleil se qui sont sur le bord oriental ; et il passe alors au méridien ous ce dernier cercle.

ordinairement la question au lieu d'établir l'état réel le faire ; mais ce dernier ce qu'il fournit le moyen

numéros 19-22.

En général, si, connaissant la déclinaison d'un astre, on élève le pôle de même dénomination au-dessus de l'horizon du globe, d'une quantité égale à cette déclinaison, ce cercle sépare le globe en deux parties, dont l'une est celle qui jouit de la présence de l'astre, et l'autre est celle où il n'est pas visible ; on peut par conséquent se servir de ce moyen pour trouver les lieux où un astre donné de position, est visible à un instant donné.

63. On mesure la distance de deux lieux, en plaçant l'un de ces points sous le méridien, puis en amenant au-dessus l'attache du cercle des hauteurs, et en faisant tourner cet arc de cercle autour de son attache, jusqu'à ce qu'il passe par l'autre point proposé. Le nombre de degrés et de parties de degrés marqué à ce point, étant réduit en mesures itinéraires, donnera la distance demandée.

La même chose peut se faire avec un compas, en prenant l'ouverture comprise entre les deux points proposés et la mesurant sur le méridien ou l'équateur. On trouve ainsi que la distance de Paris à Pékin comprend 74°, ce qui donne 1480 lieues marines, mesure bien différente de la longueur de l'espace qu'il faudrait parcourir pour se rendre de l'une de

ces villes dans l'autre, à cause des nombreux détours que les eaux, les montagnes, les bois et les difficultés du chemin, font faire aux voyageurs.

Si l'on veut connaître sur quel alignement l'une de ces lieux est situé par rapport à la méridienne de l'autre, il faut d'abord placer le globe de manière que le second point réponde au centre de l'horizon, c'est-à-dire *rectifier* le globe pour ce point. On y parvient en faisant mouvoir le méridien dans ses encastremens avec l'horizon, jusqu'à ce que l'élévation du pôle le plus voisin soit égale à la latitude de ce même point, que l'on amène ensuite sous le méridien : l'horizon se trouve alors, par rapport au globe, dans la position qu'occupe sur la terre l'horizon rationnel du second lieu proposé.

Cela fait, on place sur ce lieu l'attache du cercle des hauteurs qu'on fait passer ensuite par le premier point, puis on compte le nombre de degrés et parties de degrés compris sur l'horizon, depuis le cercle des hauteurs jusqu'au méridien, soit du côté du nord, soit du côté du midi, et on a la mesure de l'angle que fait avec le méridien, l'arc de grand cercle qui joint, par le chemin le plus court, les deux points proposés.

En supposant que le cercle des hauteurs manque et qu'on le remplace par la bande de papier dont j'ai parlé dans le n° 60, si on la fait partir de Paris, en passant par Pékin, et la prolongeant jusqu'à l'horizon, elle rencontrera ce cercle à 43° de l'est vers le nord; telle est la direction qui conduirait à Pékin sans changer d'alignement. Ceci fait voir qu'on ne doit pas juger de la position respective des lieux par les parallèles à l'équateur seulement, puisque Pékin est sous un parallèle plus méridional que celui de Paris, et que pourtant, c'est entre le nord et l'est de Paris qu'est placée la direction qui tend vers Pékin.

-champ les antipodes d'un lieu
'amener ce lieu sous le méri-
ui est dans la partie inférieure,
posé.
ntipode d'un lieu quelconque
u, mais d'une dénomination
en longitude.
eut être résolue pour un lieu
substituant l'horizon ration-
mination que j'ai considéré
d'abord.

A cet effet, il faut rectifier le globe pour ce lieu que l'on placera dans le méridien; mettre l'aiguille du cadran polaire sur 12 heures, puis marquer sur le méridien le degré où tombe la déclinaison du soleil au moment proposé, et faire tourner le globe jusqu'à ce que le point qui était au méridien sous ce degré soit dans l'horizon. Le nombre d'heures que l'aiguille aura parcourues sur le cadran, sera celui qui s'écoule entre le passage de l'astre au méridien et son lever ou son coucher; car on voit que le point pris sous le méridien, à la même distance de l'équateur que le soleil, parcourt sur le globe la route apparente de cet astre.

Ce point rencontrant l'horizon au lieu où le soleil s'y montrerait, donnera l'amplitude de cet astre, soit au moment de son lever, soit à celui de son coucher.

Le globe étant rectifié pour Paris, si l'on prend, par exemple, un point quelconque du tropique du cancer, qu'on l'amène d'abord sous le méridien, en plaçant l'aiguille sur midi, on trouvera qu'il entre dans l'horizon à 8 heures du soir et à 67° de l'ouest vers le nord : telle est la position du soleil à son coucher le jour du solstice d'été.

En opérant de même sur un point du tropique du ca-

pricorne, on trouvera que le soleil se couche à 4 heures le jour du solstice d'hiver, et qu'il entre dans l'horizon à 37° de l'ouest, mais vers le midi.

Le même procédé ferait connaître le temps qui s'écoulerait dans un lieu quelconque, entre le passage au méridien et le lever ou le coucher d'un astre dont la déclinaison est donnée, en marquant sur le méridien le point qui répond à cette déclinaison.

Pour obtenir la durée du crépuscule, il faut, par le moyen du cercle des hauteurs, tracer à 18° au-dessous de l'horizon, un cercle qui lui soit parallèle, et déterminer l'instant où le point pris sur le globe, pour représenter le soleil, parvient à ce cercle.

Des projections du globe représenté en perspective, sur un plan.

65. La difficulté d'exécuter des globes assez grands pour montrer les détails de la géographie, et l'embarras qu'occasionnent ces instrumens, même avec des dimensions peu satisfaisantes par rapport aux résultats, ont fait sentir le besoin de représenter sur une surface plane, la situation respective des divers lieux de la terre.

Les surfaces courbes, comparées au plan, se partagent en deux classes; les unes, comme celles des cônes et des cylindres, peuvent s'étendre sur un plan, sans déchirure ni duplicature, et se nomment par cette raison *surfaces développables;* les autres, comme celles de la sphère et des sphéroïdes, se refusent absolument à cette extension. Si la terre eût été comprise dans la première classe, un simple développement, facile à exécuter, aurait donné des cartes dans lesquelles les distances des lieux et l'étendue respective des régions se seraient conservées telles qu'elles sont en effet; mais malheureusement la terre est un sphéroïde; et sa surface ne saurait coïncider rigoureusement avec un plan : de là résulte l'impossibilité de conserver en même temps sur une carte les

rapports naturels entre l'étendue des pays, ceux des distances et la grandeur des configurations. On est obligé d'avoir recours à des constructions diverses pour représenter, d'une manière approximative, chacun de ces rapports en particulier.

Ces constructions ont reçu le nom de *projections*, qu'on applique en général aux dessins dont l'objet est de faire représenter sur un plan les dimensions de l'espace et des corps qu'il renferme. Il y en a de deux sortes : les unes sont des *représentations perspectives* du globe ou des parties de sa surface, prises de divers *points de vue*, et sur divers plans considérés comme *tableaux*; les autres ne sont que des espèces de développemens assujettis à des lois approximatives, et appropriés aux rapports qu'on veut conserver. C'est à cette dernière espèce que se rapportent la carte de France levée sous la direction de MM. Cassini, et les cartes dont on fait usage maintenant pour la navigation.

Lambert, et après lui Euler et M. Lagrange, ont ramené la théorie de ces deux espèces de projections au principe général de la transformation des coordonnées circulaires prises sur la sphère, savoir, des méridiens et des parallèles, en d'autres lignes droites ou courbes, tracées sur un plan d'après des conditions relatives aux propriétés que doit avoir la carte.

66. Le choix du point de vue et du plan du tableau étant fait, la projection peut se construire pour chaque lieu en particulier, suivant les règles de la perspective ordinaire, qui reviennent au fond à déterminer sur le tableau, le point par où passe la droite menée de l'œil à l'objet; mais le nombre d'opérations qu'il faudrait faire de cette manière, si l'on considérait isolément chacun des points du pays qu'on se propose de représenter, étant trop considérable, on se borne à construire les lignes qui sont les perspectives des méridiens et des

parallèles, et qui par leur rencontre déterminent toutes les positions géographiques.

En faisant abstraction de l'aplatissement de la terre, et la considérant comme sphérique, on voit que l'ensemble des rayons menés de l'œil à tous les points d'un cercle quelconque tracé sur le globe, forme un cône dont la section, par le plan du tableau, ne peut être qu'une des courbes du second degré, et même une ligne droite, dans certains cas. Il paraît qu'on s'est d'abord déterminé, dans le choix du point de vue et du tableau, par la considération des facilités qui pouvaient en résulter pour la construction de la carte; et dès le temps de Ptolémée (1), on avait remarqué qu'en faisant passer le tableau par le centre de la sphère, et plaçant le point de vue à l'extrémité du rayon mené perpendiculairement à ce plan, tous les cercles du globe avaient pour perspective d'autres cercles dont la construction était facile, et qui se coupaient dans la carte sous les mêmes angles que sur la sphère, en sorte que les quadrilatères sphériques rectangles compris entre les méridiens et les parallèles, y étaient représentés par des quadrilatères curvilignes, rectangles aussi. On a prouvé depuis, que les portions infiniment petites du globe prennent dans cette projection, une figure semblable à celle qu'elles ont; mais il faut bien observer que cette similitude n'a lieu que par rapport aux espaces très-petits : telles sont les conventions qui ont donné lieu à la projection *stéréographique*, et les principales propriétés dont elle jouit.

On l'emploie le plus souvent à représenter un hémisphère tout entier. L'ensemble des deux hémisphères se nomme alors *mappemonde*. Lorsqu'on choisit ceux qui sont circonscrits par le premier méridien, le tableau est dans ce cas le plan

(1) *Ptolemœi Planisphærium, etc. Aldus Venetiis*, 1558.

des méridiens, et l'œil est placé au pôle de ce cercle. Il suffit d'avoir jeté les yeux sur une carte de ce genre pour reconnaître que les quadrilatères compris entre deux méridiens et deux parallèles consécutifs, augmentent d'étendue en allant du centre à la circonférence, et cela dans un rapport très-considérable. On sent d'ailleurs que cet agrandissement résulte de l'obliquité que prennent les rayons visuels, en s'écartant de celui qui est perpendiculaire au tableau, et qu'on peut nommer l'*axe optique*. Il suit de là que les régions placées vers les bords de l'hémisphère ont une étendue bien plus considérable que si elles se trouvaient au centre, et que l'on est induit en erreur lorsqu'on veut les comparer à celles qui occupent cette partie.

Les mappemondes ont encore l'inconvénient de séparer les parties adjacentes du globe, et de n'offrir d'une manière complète que la *situation* respective et la configuration des régions placées vers le milieu de la carte. On remédie à ce défaut, en faisant des *projections polaires* et des *projections horizontales* : les premières représentent les hémisphères séparés par l'équateur, et font voir avec assez d'exactitude l'ensemble des régions circompolaires ; les secondes donnent les hémisphères placés au-dessus et au-dessous de l'horizon du lieu auquel elles se rapportent, et sont les plus propres à faire connaître les régions qui environnent ce lieu ou son antipode : elles méritent par cette raison une attention particulière ; aussi m'arrêterai-je plus loin sur l'usage de ces sortes de projections, et j'en donnerai un exemple pour l'horizon de Paris.

67. Voici la démonstration de la propriété fondamentale de ces projections, de laquelle je déduirai les procédés de leur construction. L'œil étant supposé en O, *fig.* 30, le plan ADBE, mené par le centre C de la sphère, perpen-

diculairement au rayon OC, est le *tableau* ou le *plan de projection;* un cercle quelconque GIH, tracé sur la surface de la sphère, détermine le cône OGIH, dont l'intersection *gih* avec le plan ADBE, est la projection du cercle proposé : or, le plan AFBO, mené par la ligne OF et par le centre K du cercle GIH, coupant à angle droit les plans GIH et ADBE, donne le moyen de connaître les angles que ces plans font avec les côtés OG et OH du cône. On voit que l'angle OGH, dont le sommet est à la circonférence, ayant pour mesure la moitié de l'arc OBH, est égal à l'angle O*hg*, qui, placé entre le centre et la circonférence, a pour mesure la moitié de la somme des arcs HB et AO; de plus, l'angle O étant commun aux deux triangles OGH et O*gh*, il en résulte que les angles OHG et O*gh* sont égaux : donc le cône OGIH est coupé *antiparallèlement* à sa base, par le plan ADBE; donc la section *gih* est un cercle (1).

Ce dernier, qui est la *projection* du cercle GIH, sera déterminé, quand on connaîtra la grandeur et la position de son diamètre; et pour les obtenir, il suffit de construire, dans le plan AOBF, le triangle GOH, suivant lequel ce plan rencontre le cône OGIH; la ligne AB, qui représente alors le plan de projection, coupe le triangle OGH, dans le diamètre *gh* de la projection demandée.

68. La seconde propriété de la projection stéréographique, c'est-à-dire l'égalité des angles sous lesquels se coupent les cercles sur le globe, et leurs projections dans le tableau, se prouve assez simplement de la manière suivante :

Par le point G, *fig.* 31, où se coupent deux cercles quelcon-

(1) Voyez le *Traité élémentaire de trigonométrie et d'application de l'algèbre à la géométrie*, que j'ai publié.

ques sur le globe, et par la droite O F, tirée perpendiculairement du point de vue au tableau, on mènera le plan A O B F, puis on [illegible] jusqu'à la rencontre du plan A D B E, les droites G I et G L, tangentes aux cercles proposés qu'on n'a point marqués dans la figure pour ne pas trop la compliquer. Cela fait, on observera que ces tangentes touchant aussi la surface du globe, déterminent son plan tangent I G L, lequel étant perpendiculaire au rayon C G, sera perpendiculaire au plan A O B F, que le plan A D B E rencontre aussi à angle droit. Les deux plans I G L et A D B E étant perpendiculaires au plan A O B F, se couperont dans une droite I L perpendiculaire à ce dernier, et qui le sera par conséquent aussi à la droite C K qui n'est que C B prolongée, et à la droite G K qui touche en G, le cercle A O B F. De plus, les angles K G *g*, et K *g* G, sont égaux ; le premier ayant pour mesure la moitié de la somme des arcs G B et B O, et le second la moitié de celle des arcs G B et A O, dont le dernier est égal à B O : donc G K est égal à *g* K. Enfin, les plans menés par le rayon visuel O G et par les droites G I et G L, touchant respectivement les cônes formés sur les cercles proposés, marqueront dans leurs intersections *g* I et *g* L avec le plan du tableau, les tangentes des projections de ces cercles ; et l'angle I *g* L sous lequel elles se couperont, sera celui que comprendront entre elles les projections elles-mêmes. Cela posé, il suit de ce qui précède, que les triangles I G K et I *g* K sont rectangles en K, qu'ils ont le côté I K commun, et les côtés G K et *g* K respectivement égaux : donc les angles I G K et I *g* K sont égaux. On prouverait de même que les angles K G L et K *g* L, le sont aussi : les angles I G L et I *g* L étant ainsi formés de parties égales, seront par conséquent égaux ; donc les cercles proposés et leurs projections, se couperont respectivement sous les mêmes angles.

Il pourrait arriver que les droites I G et I L tombassent

toutes deux du même côté de GK, la démonstration ne changerait pas pour cela, seulement l'angle IGL serait la différence des angles IGK et KGL, au lieu d'en être la somme (1).

69. La mappemonde construite sur le plan du premier méridien, suppose le point de vue placé au centre de l'hémisphère opposé à celui qu'on veut représenter, et se trouvant par conséquent à l'intersection de l'équateur et du méridien qui divise cet hémisphère en deux parties égales. Pour tracer les projections des méridiens, on prend, pour tenir lieu du plan AOBF des figures précédentes, celui de l'équateur, parce qu'il est perpendiculaire à tous ceux des méridiens. La ligne AB, *fig.* 32, commune section de ce plan et de celui du tableau, représente la projection de l'équateur; et prenant sur la circonférence de ce cercle, l'arc AM égal à la longitude du méridien dont on cherche la projection, on tirera du point O, le rayon visuel OM, qui donnera, en *m*, la projection du point M. En menant par le point M′, diamétralement opposé au point M, un rayon visuel M′O, on achevera l'angle MOM′, formé par les deux côtés opposés du cône passant par la circonférence qui comprend le méridien du point M et son opposé; et prolongeant les droites AB et M′O jusqu'à ce qu'elles se rencontrent en *m′*, l'intervalle *mm′* sera le diamètre de la projection du méridien qui passe par le point M.

Si maintenant on conçoit que le cercle AOBF tourne autour du diamètre AB, on pourra l'amener sur le plan du premier méridien : la ligne OF deviendra alors l'axe

(1) On trouve dans les *Elémens de géométrie* que j'ai publiés, et dans leur *Complément*, les propositions nécessaires pour entendre la démonstration ci-dessus.

les points O et F seront les pôles, et les lignes MO et M′O, n'ayant point changé de situation à l'égard de AB, les points *n* et *n*′ n'en auront pas changé non plus : en décrivant donc sur *n n*′, comme diamètre, un arc O*m*F, ce sera la projection du méridien dont la longitude est égale à l'arc AM.

Pour construire les projections des parallèles à l'équateur, il faut considérer la section du globe faite par le plan du méridien passant par l'œil, parce que ce plan rencontre tous ceux des parallèles à angles droits; et il est visible que si on le faisait tourner sur l'axe, il pourrait venir s'appliquer sur celui du premier méridien, sans que les lignes qu'il contient changeassent de situation respective. Supposant donc que ce mouvement se soit effectué, le point de vue sera parvenu alors en B; et comme tout parallèle coupe un méridien quelconque et son opposé, en deux points placés à une distance de l'équateur, égale à la latitude de ce parallèle, si on prend sur le méridien les arcs AN et BN′ égaux à celle du parallèle dont on cherche la projection, les points N et N′ appartiendront à ce parallèle : les lignes BN et BN′ représenteront les rayons visuels menés aux extrémités de son diamètre, et marqueront sur l'axe OF, les extrémités *n* et *n*′ du diamètre de cette projection qu'il sera par conséquent facile de décrire.

70. La seule figure 32 a suffi pour toute la construction, qui revient comme l'on voit à trouver la graduation du diamètre AB qui représente l'équateur, et celle de l'axe OF, qui est aussi le méridien du milieu de la carte; car le point *m* étant combiné avec les pôles O et F, on a trois points de chaque méridien, et on en trouve pareillement trois pour les parallèles, en combinant les deux extrémités N et N′ avec le point *n* déterminé sur le diamètre OF.

Les lignes Cm et Cn se calculent facilement dans les triangles rectilignes OCm, et BCn, rectangles en C, où l'on connaît les côtés OC et CB égaux au rayon du globe, et les angles COm, et CBn, mesurés par les moitiés des arcs AM et AN, dont l'un est le complément de la longitude du méridien, et l'autre est la latitude du parallèle cherchés.

Il est facile de voir, par les opérations indiquées, que les divisions seront inégales, tant sur le diamètre AB que sur le diamètre OF. Elles iront en diminuant de la circonférence vers le centre, ainsi que le montre la *fig.* 33, où sont tracés plusieurs méridiens et plusieurs parallèles.

71. La construction de la projection polaire se réduit à la détermination des degrés du méridien; la *fig.* 34 indique l'opération à effectuer. Le cercle AOBF représente d'abord un méridien, sur lequel l'œil est placé en O à l'un des pôles, et dont la projection est le diamètre AB; les arcs AM, MN, NF, sont projetés sur cette ligne en Am, mn, nC, par les rayons visuels OM, ON. On conçoit ensuite que le plan AOBF, tournant autour de AB, vienne s'appliquer sur l'équateur; et du centre C, avec les rayons Cn, Cm, on décrit des cercles qui sont les projections des parallèles à l'équateur, passant par les latitudes égales aux arcs AN, AM. Quant aux méridiens, comme leurs plans se coupent tous suivant l'axe des pôles, qui est en même temps l'axe optique, leurs projections sont les rayons CM, CN correspondans aux longitudes AM, AN.

72. Lorsqu'il s'agit de la projection horizontale, le cercle AOBF, *fig.* 35, désigne d'abord le méridien du lieu proposé, qui divise son horizon en deux parties égales. L'œil étant toujours en O, les rayons visuels OP, ON, ON′, menés au pôle supérieur P, et aux extrémités N et N′ d'un parallèle quelconque, marquent sur AB, qui est la projection du

demi-cercle AFB, la projection p du pôle, et le diamètre du parallèle. L'équateur s'obtient de même; GG′ désignant son diamètre, gg' est celui de sa projection. On peut tracer toute projection et celle du parallèle, en concevant que le cercle AOBF a tourné autour du diamètre AB pour s'appliquer sur l'horizon; on a pour l'équateur l'arc OgF, et pour le parallèle le cercle nn'.

Pour déterminer les projections des méridiens, on cherche d'abord celle du pôle inférieur P′, que le rayon visuel OP′ prolongé donne en p'. Concevant alors le cercle AOBF appliqué de nouveau sur l'horizon, on décrit sur le diamètre pp', un cercle qui représente la projection du méridien perpendiculaire à celui du lieu. Devant toutes passer par les deux points p et p', les projections des méridiens auront leurs centres dans la ligne de, perpendiculaire sur le milieu de pp'; et pour achever de les déterminer, il suffit de se rappeler que, d'après la seconde propriété de la projection stéréographique n°68, la ligne pp', qui représente la projection du méridien passant par le milieu de l'hémisphère, doit les rencontrer tous sous des angles égaux à celui que mesure leur différence de longitude avec ce méridien. Si l'on cherche par exemple celui qui répond à une différence de 30 degrés, comme il doit couper pp' sous un angle du même nombre de degrés, la droite qui le toucherait au point p, fait nécessairement un pareil angle avec pp'; tirant donc pL sous cet angle, et lui menant pe à angle droit, la première de ces lignes sera la tangente, et la seconde le rayon du méridien demandé, puisque le rayon et la tangente d'un cercle sont perpendiculaires l'un à l'autre. On peut même réduire l'opération à mener immédiatement le rayon pe, faisant avec pp' un angle, complément de celui qui est compris entre le méridien cherché et le méridien du milieu de l'hémisphère.

On remarquera encore qu'un rayon quelconque CQ est la projection du cercle des hauteurs (n° 60) mené par le lieu qui occupe le centre de la carte, puisque les plans des cercles de hauteur, passant par la ligne OF, ces cercles ont nécessairement pour projections des lignes menées par le centre C de la carte, et graduées de même que le rayon CB sur lequel sont marqués les degrés de latitude (1).

73. L'inégalité des espaces de la graduation de la projection stéréographique, ne permet pas de lui appliquer, en général, une échelle rectiligne pour comparer les distances respectives des lieux, distances qui se mesurent suivant l'arc de grand cercle qui joint ces lieux deux à deux; mais on peut toujours, par le moyen de la graduation même, mesurer la distance entre le centre de la carte et l'un quelconque de ses points; et on peut par conséquent connaître, sur la projection horizontale relative à Paris, par exemple, la distance de cette ville à tous les autres points du globe. Cette propriété résulte de ce que tous les grands cercles qui passent par le centre de la carte, se coupant suivant l'axe optique, ont pour perspective des lignes droites menées par ce centre, et admettant une graduation semblable à celle qu'on marque sur l'équateur des mappemondes construites sur le plan du méridien.

74. En plaçant le point de vue au centre de la sphère, et prenant pour tableau un plan tangent à sa surface, on obtient une perspective du globe, dans laquelle tous les grands cercles sont représentés par des lignes droites. Elle altère, comme

(1) Ceux qui voudront plus de détails sur les propriétés de la projection stéréographique, pourront consulter un *Mémoire* de M. Delambre, inséré dans le t. v de ceux de la classe des sciences mathématiques et physiques de l'Institut, et les *Traités de Géodésie et d'Arpentage*, par M. Puissant.

le précédente, et plus encore, l'étendue des régions à mesure qu'elles s'éloignent du centre de la carte; elle ne peut même représenter un hémisphère entier, parce que les rayons visuels menés par la circonférence qui termine cet hémisphère, sont parallèles au plan du tableau; mais elle peut être fort utile pour les parties du globe dont l'étendue ne serait pas très-considérable, et elle est susceptible d'une espèce d'échelle dont la construction n'est pas difficile à trouver. C'était sans doute par cette raison que M. Prony s'était proposé de s'en servir dans les cartes du cadastre. Cette projection est remarquable encore en ce quelle s'emploie pour les cadrans solaires.

On trouvera sans peine comment il faut modifier dans ce cas les procédés que j'ai donnés ci-dessus pour construire les projections méridiennes, polaires et horizontales. Il faudra tirer du point C des figures citées dans ces articles, les rayons visuels qui déterminent la section faite dans les cônes, perpendiculairement aux cercles à représenter; prendre le tableau parallèle à celui qui passe par le centre, et tangent au cercle AOBF. On verra alors que : dans la projection sur le plan du premier méridien, les méridiens seront des lignes droites, perpendiculaires à l'équateur, qui sera lui-même une ligne droite; les parallèles à l'équateur seront des hyperboles : dans la projection polaire, les méridiens seront des lignes droites tirées du centre de la carte, les parallèles à l'équateur des cercles ayant leur centre à ce point : dans la projection horizontale enfin, les méridiens seront des lignes droites, menées par la projection du pôle supérieur; le parallèle dont la latitude est le complément de celle du lieu auquel se rapporte la projection, sera représenté par une parabole, ceux qui sont plus près du pôle par des ellipses, et les autres, de chaque côté de l'équateur, par des hyperboles.

75. Si l'on conçoit le point de vue porté à une distance infinie du tableau, les rayons visuels deviendront parallèles entr'eux : en les supposant alors perpendiculaires au tableau, on aura la *projection orthographique* dans laquelle les méridiens et les parallèles sont en général représentés par des ellipses, excepté dans la projection polaire où les méridiens sont des lignes droites, et les parallèles des cercles concentriques. L'ensemble des rayons visuels menés aux différens points du cercle à représenter, forme alors un cylindre, dont l'axe est parallèle à la ligne, marquée CO dans la *fig.* 36. Pour s'en former une idée, il suffit de jeter les yeux sur la *fig.* 37, analogue à la *fig.* 32; les rayons visuels, comme M*m*, menés par les différens points du cercle AOBF, pris pour l'équateur, détermineront sur son diamètre la graduation, conformément aux lois de la projection : l'espace *m m'*, compris entre les deux perpendiculaires M*m* et M'*m'*, abaissées des deux points opposés du méridien, est le petit axe de l'ellipse que ce cercle a pour projection, et le grand axe est le diamètre de la sphère ou du premier méridien qui demeure circulaire. Les parallèles à l'équateur, ayant leurs plans perpendiculaires à celui du premier méridien, y sont représentés par leurs diamètres, tels que NN'. D'après la manière dont je viens de modifier le tracé de la projection méridienne, il est aisé de trouver les changemens que doit subir celui des deux autres.

Un tracé fort simple fait trouver immédiatement la projection orthographique d'un lieu quelconque sur le plan du méridien, et sa distance perpendiculaire à ce plan. Ayant tiré sur le plan du premier méridien AOBF, par la latitude AN du lieu proposé, le diamètre NN' de son parallèle, on décrit ce cercle, on prend l'arc NL égal à la longitude, on abaisse sur NN' la perpendiculaire L*l*; le point *l* est la pro-

projection orthographique de ce lieu, et L*l* est sa distance au plan du premier méridien. Le même tracé exécuté pour un autre lieu donnera aussi sa projection, il est aisé de trouver la droite qui joint immédiatement ces deux lieux, à travers le globe.

L'opération se simplifie lorsqu'on projette sur le plan de l'équateur. On fait l'angle ACB, *fig.* 38, égal à la différence de longitude des lieux proposés; on prend les arcs AM et BN égaux aux latitudes respectives; les droites M*m* et N*n*, perpendiculaires sur AC et BC, donnent les projections *m* et *n* de ces lieux; *mn* est celle de leur distance. Si donc on élève sur *mn*, les perpendiculaires *m*M″, *n*N″, respectivement égales aux droites M*m*, N*n*, et qu'on tire M″ N″, cette droite sera la corde de l'arc de grand cercle compris entre les deux lieux proposés. En la portant sur le méridien divisé en degrés, on obtiendra comme dans le n° 56, la mesure du plus court chemin à suivre pour aller de l'un de ces points à l'autre.

Si le point N était dans l'hémisphère opposé à celui où se trouve le point M, il faudrait le construire en N′, au-dessous de BC : sa projection sur le plan de l'équateur serait encore *n*; mais il faudrait porter la perpendiculaire N′*n* au-dessous de la droite *mn*, et la plus courte distance rectiligne des deux points proposés serait alors M″ N‴.

76. La projection orthographique a, par rapport aux espaces, le défaut contraire des précédentes; elle les diminue du centre à la circonférence, *fig.* 39, à cause de l'obliquité sous laquelle les parties latérales de la sphère se présentent à son plan diamétral. La Hire a conclu de là qu'en prolongeant l'axe optique hors de la sphère, le tableau passant toujours par le centre, il existait sur cet axe un point tel que l'inégalité des espaces devenait la plus petite possible; car il est évident

que lorsque le point de vue s'éloigne assez pour que l'obliquité des rayons, qui tend à agrandir les espaces, étant moindre, puisse être compensée par celle des surfaces projetées, qui tend à les diminuer, leur accroissement doit se changer en décroissement. Il ne peut y avoir égalité absolue dans tous, parce que la loi de leur variation dépend de leur situation particulière ; mais à la limite que nous venons d'assigner, leurs différences sont assez petites pour pouvoir être négligées dans une carte générale.

La Hire (1) a pris le point de vue de sa projection à une distance de la sphère égale au sinus de 45°. La *fig.* 40 montre comment on obtient la graduation de l'équateur lorsqu'on projette sur le plan du méridien, en plaçant l'œil au point *o*, tel que $Oo = EG$, l'arc BG étant la moitié de BF ; et alors C*g* est la moitié de BC.

On pourrait aussi chercher à placer sur la ligne OF, le point *o*, de manière que les degrés de l'équateur contigus au point C, ou au méridien du milieu de la carte, et au point A, ou au premier méridien, occupassent, sur le diamètre AB, le même espace. On y parvient facilement au moyen des formules trigonométriques qui expriment la grandeur d'un espace quelconque *mn*.

J'ignore si l'on a construit des cartes sur cette projection, et je suis surpris qu'elle ne soit pas devenue commune, car elle me paraît préférable à la projection ordinaire des mappemondes. On objecterait en vain que, les méridiens et les parallèles s'y trouvant représentés par des ellipses, elle doit être plus difficile à tracer ; car il est évident que le tracé de la projection est toujours, pour un géographe instruit, la moindre des difficultés que présente l'exécution d'une carte.

(1) Mémoire de l'Académie des sciences, année 1701, pag. 260.

grand nombre de moyens simples et commodes ... tracer des ellipses par points, et l'on est souvent obligé ... employer de semblables pour les méridiens et les pa... culaires, placés vers le centre des mappemondes de la projection stéréographique, parce que leur rayon est trop ... qu'il soit possible de les décrire avec des compas. La projection horizontale faite d'après les principes de la ..., serait susceptible de donner les distances, comme la projection stéréographique. Enfin, je ne vois pas qu'aucune des propriétés de la projection stéréographique puisse compenser, par rapport aux mappemondes, les inconvéniens de la disproportion qu'elles mettent entre des espaces égaux, et l'erreur où elles induisent le lecteur qui veut comparer, par exemple, l'Inde avec le Kamtschatka, et la mer Rouge avec la baie de Baffins.

77. La projection stéréographique est peu employée à l'égard des cartes particulières; il n'y a guère que les allemands qui s'en soient servis dans ce cas, et particulièrement Hass, qui a composé la plus grande partie des cartes de l'atlas de Homann, fort répandu vers le milieu du siècle passé. Les quatre parties du monde, représentées isolément dans cette projection, ne sont que des portions d'une mappemonde construite avec de plus grandes dimensions, sur le plan du méridien perpendiculaire à celui qui passe par le milieu de la carte, l'œil étant placé dans le plan de ce dernier. La longueur excessive des rayons des cercles, les rend assez difficiles à tracer; et l'altération des espaces et des distances, n'y est pas moindre que dans d'autres projections plus aisées à exécuter : voilà pourquoi ces cartes sont peu communes en France.

On peut y diminuer l'inégalité des espaces comme dans la mappemonde, en plaçant le point de vue hors du globe; mais

la distance à laquelle il convient de le poſer, dépend de l'étendue de pays qu'embrasse la carte, diminue à mesure que cette étendue devient plus petite, et peut se calculer aisément, en comparant le degré sur les bords de la carte avec celui qui se trouve au milieu.

Il sera facile aux personnes familiarisées avec les considérations géométriques et trigonométriques, de déduire des n°s 69 et 72, des procédés de calcul pour former le cadre de ces cartes, et pour construire par points, en les rapportant à leurs cordes ou à leurs tangentes, les arcs des cercles qu'elles doivent contenir et que la grandeur de leur rayon rendrait très-difficiles à décrire avec le compas : ces détails passeraient ici les bornes que je me suis prescrites.

Des projections par développement.

78. La plus simple des *projections par développement*, est celle qu'on nomme la *projection conique*. Il est bien naturel en effet d'assimiler une zone sphérique à un cône tronqué, et d'en construire ensuite le développement : les parallèles deviennent des cercles décrits du sommet du cône pris pour centre, et les méridiens sont des lignes droites assujetties à passer par ce point. Il est visible qu'on aura un résultat d'autant plus approché, que la carte embrassera moins d'étendue en latitude. Cette projection peut varier de plusieurs manières, car on peut supposer que le cône soit tangent au parallèle moyen de la carte, et par conséquent extérieur, ou bien qu'il soit en partie inscrit dans la sphère, c'est-à-dire, formé par les sécantes des méridiens. Dans le premier cas, la carte n'aura d'exactitude rigoureuse, que sur le parallèle moyen, qui conservera dans le développement la longueur qu'il a réellement sur le globe ; mais les parallèles, placés tant au-dessus qu'au-dessous de celui-là, excéderont ceux qui leur correspondent sur le globe. Murdoch, géomètre anglais, a proposé de substituer au cône tangent, un cône

en partie inscrit et déterminé par cette condition : *que la partie de son aire, comprise dans la carte, soit équivalente à celle de la zone sphérique qu'elle représente.*

Toute la construction de cette espèce de carte repose sur la détermination du sommet du cône, et de l'amplitude que prend, dans son développement, le cercle qui lui sert de base.

Lorsque le cône est tangent à un point E du méridien AP, *fig.* 42, on obtient son côté en prolongeant la tangente à ce point, jusqu'à ce qu'elle rencontre l'axe CP aussi prolongé : la ligne ER est alors le côté du cône ; sa base est le cercle ayant Ee pour rayon et qui, dans le développement, devient un arc décrit du rayon RE : ce développement s'effectue par les moyens connus. (Voyez le *Complément des élémens de géométrie.*)

Pour former les degrés de longitude, il faut prendre la 360e partie de l'arc décrit du sommet R, comme centre, avec un rayon RE, *fig.* 43, et qui représente le développement du parallèle, passant par le point E ; tirant ensuite, par les divisions de cet arc et par le sommet du cône, des droites, on aura les méridiens qui, répondant à un arc d'un rayon plus grand que celui du parallèle, intercepteront un angle moindre qu'un degré. Pour avoir les degrés de latitude, on portera sur l'un de ces méridiens, à partir du point E, tant au-dessus qu'au-dessous, des parties égales au développement des arcs du méridien terrestre. Enfin, on décrira du point R, et par les divisions du méridien, des cercles concentriques qui représenteront les parallèles.

Quand le cône doit être en partie inscrit, on tire par les points A et F, *fig.* 42, dans lesquels il doit couper le méridien, une sécante AF, dont la rencontre R′, avec l'axe CP, donne le point de concours des droites qui représentent les méridiens, ou le sommet du cône ; la droite AR′ en est le côté,

et Aa le rayon de la base. L'espace AF étant celui qui correspond à l'arc AEF, doit être divisé comme cet arc. Par cette construction, on prend la corde AF pour l'arc AEF, et le degré de latitude se trouve un peu trop petit, par rapport au degré de longitude, sur les parallèles des points A et F; mais la différence est très-peu de chose quand l'arc du méridien a peu d'amplitude. Cependant, on peut établir une égalité parfaite entre les degrés de latitude sur la carte et ceux du méridien de la sphère, en prenant au lieu de AF, le développement de l'arc AEF. Cette circonstance augmentant la distance des rayons Aa et Ff des parallèles, éloigne un peu le point de concours des lignes AR′ et CP.

Le point R′ s'obtient en général, en considérant les triangles semblables :

R′Aa, R′Ff, qui donnent

$Aa : Ff :: AR' : FR'$

$Aa - Ff : Aa :: AR' - FR'$ ou $AF : AR'$.

Quand on veut avoir égard à la différence entre l'arc et sa corde, on substitue à la ligne AF, la longueur développée de l'arc AEF.

L'astronome Delisle (de la Croyère) qui fut chargé de construire une carte générale de l'empire de Russie, voulant éviter les inconvéniens de la projection stéréographique, énoncés ci-dessus, fit choix de la projection conique; mais pour la perfectionner, il imagina de faire entrer le cône dans la sphère, de manière qu'il la coupât suivant deux parallèles placés chacun à égale distance du parallèle moyen, et de l'un des deux parallèles extrêmes. La carte avait, par ce moyen, sur les deux parallèles dont on vient de parler, la même dimension que la partie correspondante du globe; et son étendue totale différait peu de celle du pays qu'elle devait représenter, parce que l'excédant qui se trouvait aux deux extrémités de

la carte, était au moins compensé en partie par le défaut qu'avait, à l'égard de la zone sphérique, la portion inscrite du cône. La carte comprenant depuis le 40e deg. de latitude jusqu'au 70°, le parallèle moyen répondait à 55°, les parallèles communs avec la sphère étaient ceux de 47° 30′ et 62° 30′.

Euler s'est occupé de cette projection; mais il a substitué à la détermination des parallèles qui doivent être communs avec la sphère, celle du point de concours des lignes droites qui représentent les méridiens, et de l'angle qu'elles font entr'elles lorsquelles comprennent un degré de longitude. Ses calculs sont appuyés sur les conditions suivantes : 1° Que les erreurs soient égales aux extrémités méridionales et septentrionales de la carte; 2° qu'elles soient aussi égales à la plus grande de celles qui ont lieu vers le parallèle moyen de la carte. Il en conclut que le point de concours du méridien doit être placé au delà du pôle, d'une quantité égale à 5° de latitude; et que l'angle de deux méridiens consécutifs doit être de 48′ 44″ (1).

Il cherche ensuite de combien les arcs des grands cercles qui mesurent les distances sur le globe, diffèrent des lignes droites qu'on leur substitue sur la carte; et il trouve qu'un arc de 90°, aurait sur la carte une longueur de 90°, 79, exacte à moins d'un centième de sa valeur.

79. On pourrait substituer à la projection conique faite sur deux parallèles du globe, une carte qui coïncidât avec trois; et cela, en décrivant les parallèles extrêmes et le parallèle moyen, soit en lignes droites, soit en cercles concentriques d'un rayon donné; puis, en divisant ces parallèles conformément à la loi du décroissement des degrés de longitude, on se procurerait ainsi trois points pour chaque méri-

(1) *Acta Academiæ Petropolitanæ*, tom. 1, pars 1.

dien, qu'on représenterait par le cercle mené par ces trois points. Je ne m'arrêterai point sur les calculs relatifs à cette projection, indiquée, je crois, par Bion, dans son *Usage du globe*, et qui n'est, comme celle qu'avait proposée Ptolémée, que la projection conique défigurée; je ferai seulement observer qu'elle peut être assez propre à tracer une mappemonde.

En effet, il suffit de diviser les deux diamètres du premier méridien, en parties égales qui marqueront les degrés des grands cercles que ces lignes représentent; puis faisant passer des cercles par des latitudes correspondantes, de chaque côté du méridien, et par la division pareille sur l'axe des pôles, ces cercles seront la représentation des parallèles : on construira celle des méridiens, en décrivant des cercles passant par les pôles, et par chacune des divisions du diamètre qui répond à l'équateur. Telle est la projection employée par M. Arrowsmith, pour la mappemonde placée à la tête de la Géographie de M. Pinkerton, et dans laquelle les espaces, ainsi qu'on peut le voir sur la figure 44, sont beaucoup moins altérés que sur la projection stéréographique.

80. Quelques géographes ont eu aussi l'idée de développer en ligne droite tous les parallèles, et l'un des méridiens, celui qui passe par le milieu de la carte; alors les parallèles qui sont tous perpendiculaires à ce méridien, sont espacés comme sur le globe; puis on prend sur chacun, les degrés de longitude comme les donne la loi de leur décroissement, c'est-à-dire, proportionnels au cosinus de la latitude : enfin, on fait passer par chaque série de points de division correspondans, une ligne courbe qui représente le méridien. Il résulte de cette construction, dont la figure 45 offre un exemple, que dans le sens de ses parallèles, la carte a par-tout des dimensions égales à celle du globe; mais la configuration y est considérablement altérée sur les bords, par l'obliquité que

prennent les méridiens ; en sorte que les quadrilatères sphériques rectangles, compris entre les méridiens et les parallèles, y sont représentés par des trapèzes mixtilignes, dont les angles sont très-inégaux, mais, à la vérité, dont les aires sont égales. Cette projection à été employée dans l'atlas céleste de Flamsteed, et dans les quatre parties du monde de J. B. Nolin, et de plusieurs autres géographes.

81. Facile à tracer et conservant entre les diverses régions, leurs rapports d'étendue superficielle, cette projection devait intéresser les géographes ; aussi a-t-on trouvé un moyen fort simple de corriger le défaut occasionné par l'obliquité des méridiens : on a substitué aux lignes droites qui représentent les parallèles, des cercles concentriques décrits d'un point pris dans l'axe de la carte, et passant par les divisions de ce méridien ; la position de leur centre commun est fixée d'après la courbure qu'il convient de leur donner, pour qu'ils coupent tous les autres méridiens le moins obliquement qu'il est possible. Cette projection, représentée dans la figure 46, est la plus usitée en France dans les cartes générales, telle que celles des quatre parties du monde : Delisle et Danville, entr'autres, s'en sont servis. Les quadrilatères compris entre les parallèles et les méridiens de cette projection, sont, comme dans la précédente, équivalens à ceux du globe. Dans l'une et dans l'autre, les distances ne peuvent être mesurées à la rigueur que sur les méridiens et sur les parallèles ; et les échelles qu'on y trouve ne donnent que des approximations, suffisantes à la vérité, pour le but que l'on se propose en consultant des cartes.

82. M. Delorgna (1) a proposé une nouvelle projection

(1) *Principi di Geographia Astronomico - Geometrica*, in-4°. *Verona*, 1789.

jouissant de la propriété de représenter par des espaces égaux les régions d'égale étendue. Pour construire la carte d'un hémisphère, il le conçoit partagé en demi-fuseaux par des plans menés par son axe ; et sur le centre du grand cercle perpendiculaire à cet axe, il en décrit un autre dont l'aire soit équivalente à celle de l'hémisphère. Il est aisé de voir que chaque demi-fuseau sera représenté sur le cercle dont il s'agit, par un secteur dont l'angle sera égal à celui que forment les deux plans qui comprennent le fuseau. C'est ce que montre la figure 47, dans laquelle P représente le pôle ; A B D le plan de l'équateur, A P B un demi-fuseau compris entre deux méridiens et l'équateur ; le cercle A′ B′ D′ est celui dont l'aire est égale à celle de l'hémisphère P A B D E. On découvrira sans peine que le rayon A′ C doit en général être égal à la corde A P de l'arc du méridien compris entre le pôle et le plan qui termine la *calotte sphérique* qu'on veut représenter (1).

Dans la projection polaire, tracée d'après ce principe, *figure* 48, les méridiens sont les rayons du cercle qui termine la carte ; les parallèles sont des cercles concentriques à ce premier, décrits d'un rayon égal à corde du complément de la latitude ; les quadrilatères formés par les méridiens et les parallèles qui terminent une zone, sont égaux et rectangles, comme sur la sphère ; et par cette raison, la configuration des pays n'est pas très-altérée. Les distances ne se mesurent pas immédiatement par la droite qui joint les deux points que l'on compare, mais elles n'en diffèrent pas beaucoup, et leur

(1) En effet, si π désigne le rapport de la circonférence au diamètre, R le rayon de la sphère, h la hauteur P c de la calotte P a b d, et r le rayon du cercle équivalent, on aura :

$2 \pi R h = \pi r^2$, d'où on tirera $r^2 = 2 R h$; r est donc moyen proportionnel entre le diamètre de la sphère et le segment $P c$.

valeur exacte peut s'en déduire assez facilement. Ces propriétés, qu'on ne peut contester à la projection de M. Delorgna, constituent, suivant lui, celles que doit avoir, pour être admise, toute bonne projection géographique; et dans le vrai, il ne pourrait qu'être utile d'adopter, pour les cartes ordinaires, cette projection, qui est très-facile à décrire, lorsqu'il s'agit des hémisphères terminés par l'équateur. L'auteur a aussi donné le moyen de l'appliquer aux cartes particulières; mais ce tracé se complique lorsqu'il s'agit des hémisphères terminés par l'horizon, parce qu'il faut alors substituer aux méridiens et aux parallèles, les cercles *azimutaux* et les *almicantarats* (ou parallèles à l'horizon) du lieu pris pour centre de la carte, cercles auxquels on ne peut rapporter les longitudes et les latitudes que par une construction ou un calcul particulier. L'inconvénient est le même à l'égard des hémisphères terminés par le méridien; mais, comme je l'ai dit plus haut, il faut toujours compter pour peu de chose les difficultés de la projection, qui ne doivent jamais arrêter le géographe, lorsqu'il en résulte des avantages dans l'usage journalier des cartes.

83. C'est au même moyen qu'il faut recourir pour tracer, dans le plus grand nombre des cas, la projection proposée par M. Cagnoli, dans le t. VIII des *Mémoires de la Société italienne*, qu'il regarde comme celle qui altère le moins les distances, et par cette raison, comme la meilleure, toutefois lorsqu'on ne l'étend pas à plus de 30 deg. du centre de la carte. Elle consiste à choisir le point qui doit être au centre de la carte, et à développer en ligne droite les cercles azimutaux passant par ce point. Ils conservent leurs angles ainsi que les méridiens dans la projection polaire, et on représente les almicantarats par des cercles concentriques et équidistans. *Voyez* la fig. 49.

Cette figure serait immédiatement la projection cherchée si le centre de la carte était un des pôles terrestres, puisque les cercles azimutaux et les almicantarats se confondraient alors avec les méridiens et les parallèles à l'équateur; mais dans tous les autres cas, il faut chercher l'azimuth et la hauteur du point où chacun des méridiens que doit comprendre la carte, rencontre chacun des parallèles, et faire passer par tous ces points, des courbes qui donneront les projections des méridiens et des parallèles.

Je ne chercherai point à porter ici un jugement absolu sur cette projection; je dirai seulement que les rapports de distance me paraissent les moins importans à conserver dans les cartes qui embrassent une grande étendue de pays; car les distances prises dans la même direction, ne répondant jamais aux distances itinéraires, sont d'autant moins utiles à connaître avec quelqu'exactitude, qu'il s'agit de lieux plus éloignés. Ces dernières s'obtiennent en faisant la somme de celles qui, suivant les routes indiquées, séparent les lieux intermédiaires, qu'on trouve sur les cartes de détail; cartes dressées d'après la projection conique ou celle de Flamsteed, dans lesquelles les petites distances sont sensiblement exactes.

84. Les opérations effectuées dans le siècle précédent pour déterminer la figure de la terre, par la mesure des degrés du méridien et des parallèles, ont fait naître une espèce de projection très-importante, puisque c'est celle de la grande carte de France de MM. Cassini, le plus beau travail géographique qu'on ait exécuté jusqu'ici (1).

Lorsqu'on entreprit de mesurer un degré de longitude, on reconnut la difficulté qu'il y avait à tracer exactement sur la terre un parallèle à l'équateur. En effet, si, par un aligne-

(1) Mémoires de Cassini, Académie des Sciences, 1745.

ment dirigé au moyen de piquets verticaux, et perpendiculaire au méridien d'un lieu, on marque une suite de points, il est évident qu'en supposant la terre sphérique ils appartiendront au grand cercle que détermine le plan vertical mené perpendiculairement au méridien dont il s'agit, et qui, sur la terre, répond au cercle céleste que l'on nomme *premier vertical*. Le parallèle se sépare bientôt de ce cercle qu'il ne fait que toucher au point où il coupe le méridien (n° 58). Dans un sphéroïde, la courbe perpendiculaire au méridien est à double courbure, et la recherche de ses propriétés a occupé plusieurs géomètres (1).

Le méridien et ses perpendiculaires étant les lignes qui se tracent le plus facilement par les opérations astronomiques et géodésiques, c'est au méridien de l'observatoire de Paris et à ses perpendiculaires, qu'on rapporte immédiatement les points de la carte de France; leurs latitudes et leurs longitudes n'ont été conclues qu'à *posteriori* et par le calcul (2).

Pour se former une idée de la manière dont cette projection représente les espaces terrestres, il faut observer que les grands cercles perpendiculaires au méridien (en supposant la terre sphérique) se coupent tous aux pôles de ce méridien, et convergent par conséquent les uns vers les autres (n° 58); tandis que sur la carte, où le même méridien est une ligne droite, ils deviennent parallèles entre eux. Il résulte de là que les portions déterminées par deux cercles

(1) Mémoires de l'Acad. des Sciences, année 1733.

(2) *Voyez* le Traité analytique des mouvemens apparens des corps célestes, par Dusejour, tom. II, la Description géométrique de la France, par Cassini, et sur-tout le Traité de Géodésie, par M. Puissant.

perpendiculaires au méridien, sont représentées par des rectangles de même longueur, mais plus larges vers leurs extrémités. Ainsi les distances et les aires ne peuvent être mesurées immédiatement sur la carte de France, que par approximation, et à cause que l'étendue en longitude n'est pas assez considérable pour que la convergence des perpendiculaires au méridien entraîne une erreur de quelqu'importance, par rapport aux usages ordinaires des cartes géographiques.

85. Les *rumbs de vent*, ou les directions indiquées par la boussole, dont la propriété est de couper sous le même angle tous les méridiens qu'ils rencontrent, et qui, pour cette raison, ont, sur le globe, la forme d'une spirale, sont aussi représentés par des lignes courbes de ce genre, dans toutes les cartes où les méridiens ne sont pas parallèles. Les marins qui dirigent leurs courses sur ces lignes, ne peuvent rapporter commodément, dans cette espèce de carte, le chemin qu'ils ont fait, ni trouver celui qu'ils ont à faire, à cause de la difficulté de mesurer avec le compas les arcs d'une courbe : ils ont en conséquence cherché une projection de cartes, dans laquelle les méridiens fussent des lignes droites parallèles.

Lorsqu'il ne s'agit de représenter que de très-petits espaces, ou du moins peu étendus en latitude, on peut substituer à la zone sphérique le développement d'un cylindre, soit inscrit, soit circonscrit à cette zone, et dont l'axe coïncide avec celui du globe. Les méridiens, qui résultent des sections du cylindre par des plans passant par son axe, sont représentés par des lignes droites parallèles à cet axe; les plans des parallèles coupent le cylindre suivant des cercles parallèles à sa base, et qui deviennent des lignes droites dans le développement. Telle est la construction des *cartes plates* dont

on attribue l'invention à Don Henri, infant de Portugal. Leurs défauts sont analogues à ceux de la projection conique, et même plus considérables ; car dans celle-ci on peut donner à deux parallèles leur véritable longueur par rapport aux degrés de latitude, et à un seulement sur les cartes plates, savoir : à l'inférieur pour le développement du cylindre circonscrit, et au supérieur pour le développement du cylindre inscrit. On pourrait aussi employer le cylindre construit sur un des parallèles intermédiaires, et qui serait en partie intérieur et en partie extérieur à la sphère : de cette manière, l'étendue en longitude ne se trouverait exacte que vers le milieu, mais l'erreur serait partagée entre les deux extrémités. Il se présente ici des questions pareilles à celles qu'Euler a résolues pour la projection conique. Il est évident, par exemple, qu'on peut placer le parallèle qui sert de base au cylindre, de manière que l'aire du développement soit égale à celle de la zone sphérique.

Le tracé de ces cartes s'effectue sans peine, dès qu'on a fixé la position du parallèle terrestre qu'on développe : il n'est question que de donner aux degrés de longitude, sur ce parallèle, la grandeur qu'ils doivent avoir par rapport à celle qu'on assigne au degré de latitude.

La ligne H G, *fig.* 50, étant supposée parallèle à l'axe C P et égale au développement de l'arc B F, sera le méridien de la carte destinée à représenter la zone comprise entre les parallèles des points B et F. Le développement du parallèle moyen, dont le rayon est E *e*, donnera les degrés de longitude. On voit par cette figure le défaut de la carte sur les parallèles extrêmes, puisque le rayon G *g* est plus petit que B *b*, et le rayon H *h* plus grand que F *f*.

Ces cartes ne pouvant convenir qu'à de très-petites parties du globe, sont presqu'abandonnées aujourd'hui ; et dans la

plupart de celles qu'on rencontre encore, et qui sont hollandaises, on ne trouve point l'échelle des longitudes, mais seulement celle des latitudes, et les rumbs de vent.

85. L'usage que les marins font des cartes, se réduit à tracer exactement, d'après sa longueur et sa direction, le chemin qu'ils ont fait, et à déterminer la distance où ils sont des divers points des côtes, et la direction qu'ils doivent tenir pour y arriver ou pour les éviter. Il faut bien observer que par la direction qu'il faut suivre pour aller d'un point à un autre sur la terre, les marins n'entendent point celle qui donne le plus court chemin, qui, sur une sphère, est un cercle; car l'instrument dont ils se servent pour connaître leur direction, ou la boussole, ne leur indique pas immédiatement ce plus court chemin, mais celui qui coupe les divers méridiens sous des angles égaux (n.° 58).

Mercator et Edward Wright ont imaginé la projection des *cartes réduites*, qui satisfait parfaitement aux conditions ci-dessus. Les méridiens y sont des lignes droites parallèles, équidistantes et coupées à angle droit par les parallèles à l'équateur; mais les intervalles qui séparent ceux-ci croissent à mesure qu'on s'avance vers les pôles, dans un rapport précisément inverse de celui que suit sur le globe la diminution des degrés de longitude. Il résulte de là que les distances en longitude, mesurées sur chaque parallèle, ont, par rapport aux distances en latitude correspondantes, la même relation que sur le globe. *Voyez* la fig. 53.

Le tracé de ces cartes n'a d'autre difficulté que la construction de l'échelle des latitudes, pour laquelle on a depuis long-temps des tables calculées avec beaucoup de soin; et même en ayant égard à l'aplatissement de la terre. Elles portent le nom de tables des *latitudes croissantes*, à cause de l'augmentation que subit dans ces tables la longueur

de chaque degré de latitude, à mesure qu'il est plus près du pôle : j'indiquerai plus loin les principes de leur formation.

Il est évident qu'on ne doit point chercher sur les cartes réduites, ni les rapports d'étendue des pays, ni l'exactitude de leur configuration; car cette projection augmente considérablement les régions qui sont placées vers les pôles, quoique d'ailleurs elle partage avec la *projection stéréographique* la propriété de conserver aux portions infiniment petites du globe leur similitude; mais ces défauts n'ont aucun inconvénient pour des cartes, qu'on ne doit regarder que comme des instrumens destinés à résoudre graphiquement les principales questions du *pilotage*, ce qu'elles font avec la plus grande exactitude et la plus grande facilité.

86. C'est aux développemens du globe qu'il faut rapporter la construction des *fuseaux*, qu'on trace sur le papier, pour recouvrir les globes qui ne sont pas fort grands. On partage en douze ou en dix-huit parties, selon la grandeur de son diamètre, la surface du globe, en menant des méridiens de 30 en 30° ou de 20 en 20°. L'espace compris entre deux de ces méridiens ayant très-peu de courbure dans le sens de sa largeur, peut être regardé comme faisant partie d'une surface cylindrique, circonscrite à la sphère, suivant le méridien qui le divise en deux également. On développe ce méridien, et en portant perpendiculairement, (comme des ordonnées) de chaque côté, les demi-largeurs des portions de parallèles comprises entre les méridiens qui terminent le fuseau, on obtient la forme de son développement. Quelquefois on le tronque par les deux extrémités à 15 ou 20 deg. des pôles; et l'on trace à part ces deux zones sur le papier, comme si elles étaient plates. Ce procédé n'est, comme on le voit, qu'approximatif, et ne peut servir qu'à la fabrication des globes, à laquelle il permet d'appliquer les

avantages que procure la gravure pour la multiplication des exemplaires; car le tracé qu'on obtient ne présentant que des portions disjointes, ne peut servir comme carte. C'est pourquoi je ne dirai rien de plus sur ce sujet, qui appartient proprement aux détails de la construction des instrumens de géographie.

87. Je viens de parcourir les différentes espèces de cartes, d'en montrer les propriétés et les *défauts*; mais il faut bien prendre garde que le mot *défaut* n'est relatif qu'à la manière ordinaire d'envisager les cartes. En les considérant, avec Euler et Lagrange, comme une transformation des coordonnées, il est toujours *mathématiquement* possible de déterminer sur une carte, toutes les relations géographiques qu'on peut désirer de connaître (1). Seulement, comme nous l'avons déjà vu, certaines relations s'obtiennent plus facilement que les autres.

En effet, la position des différens points de la sphère étant déterminée par leur latitude et leur longitude, comme le sont par deux coordonnées les divers points du plan, si l'on prend sur la carte des lignes assujéties à une loi mathématique pour représenter ces coordonnées, on établira entre les points de la carte et ceux de la sphère, une relation telle, qu'on pourra assigner sur la carte l'équation des lignes qui correspondent aux cercles, ou même aux courbes quelconques *tracées* sur la sphère, et comparer les espaces relatifs aux unes et aux autres. Réciproquement, on peut demander quelle doit être la nature des coordonnées de la carte, c'est-à-dire, des lignes qui représentent les méridiens et les parallèles, pour que les parties de cette carte aient telle ou telle relation avec celles

(1) Mémoire d'Euler, *Acta Academ. Petropol.*, tom. 1, pag. 1. Mém. de M. Lagrange, Acad. de Berlin, année 1779. *Voyez* aussi le *Traité de topographie d'arpentage et de nivellement*, par M. Puissant

de la sphère. En appliquant à cette dernière question l'analyse la plus délicate, Euler et Lagrange ont déterminé, *à priori*, la construction des diverses espèces de cartes, d'après la propriété qu'elles devaient avoir.

Voilà tout ce qu'on peut dire ici de cette manière d'envisager les cartes. Dans cette circonstance, comme dans presque toutes les autres, le besoin a conduit par des voies particulières et indirectes, aux résultats immédiatement utiles, long-temps avant la découverte de la théorie générale.

De la construction des détails sur les cartes, d'après les plans.

88. Quand on a arrêté la projection de la carte qu'on veut construire, et qu'on a tracé les méridiens et les parallèles conformément à la loi de cette projection, l'espace que comprend le cadre de cette carte se trouve partagé en quadrilatères, dans lesquels on inscrit, conformément à leur longitude et à leur latitude, les points pour lesquels on a ces données. On sent que cette opération est d'autant plus facile, que les méridiens et les parallèles sont plus resserrés, et on les place en conséquence, de 10° en 10° ou de 5° en 5°, ou de degré en degré, selon l'étendue de pays que doit représenter la carte. Les marins appellent *cartes à grand point*, celles qui n'embrassent que peu de pays sous de grandes dimensions, et les autres, *cartes à petit point*. On distingue aussi les cartes en *générales* ou *géographiques*, comme sont les mappemondes, les quatre parties du monde, les grands états; en *particulières* ou *chorographiques*, celles qui représentent une province; et enfin, en *topographiques*, celles qui, n'embrassant qu'une très-petite étendue, comme les environs d'une ville, par exemple, présentent avec détail les villages, les hameaux, et où sont exprimés par des moyens pittoresques, dont je parlerai dans la suite, les accidens du terrain, comme les bois, les collines, les vallées, les ravins, etc.

Il est à propos de remarquer que, dans quelque projection que ce soit, les quadrilatères formés par les méridiens et les parallèles, près du centre de la carte, approchent d'autant plus d'être parallélogrammes rectangles, comme ils le sont sur la carte plate ou même sur le globe, dans un petit espace, que la carte est à plus grand point, ou qu'on y considère des méridiens et des parallèles plus rapprochés. C'est ainsi que toutes les projections viennent se confondre avec le plan levé géométriquement, toutes les fois qu'il s'agit d'une étendue dans laquelle la courbure de la terre est peu sensible. On y mesure alors les distances par des échelles rectilignes qui indiquent un certain nombre de mesures itinéraires en usage dans le pays qu'on représente, ou dans celui pour lequel on écrit.

Lorsque les effets de la projection commencent à devenir sensibles, la véritable manière de désigner la grandeur de la carte, ou son rapport avec l'espace qu'elle représente, est de fixer la grandeur qu'y occupe un degré de latitude. Il serait à désirer qu'on adoptât pour les différens ordres de cartes, des échelles, non-seulement aliquotes, mais suivant l'ordre décimal, comme le *Dépôt général de la guerre* l'a arrêté, pour les cartes qui y seront exécutées désormais. Par ce moyen, les cartes générales s'enchaînent parfaitement avec les cartes particulières, et avec les plans topographiques, en ce que les détails croissent d'un ordre à l'autre, par des rapports faciles à apprécier.

Le degré de latitude dans les cartes géographiques étant pris pour unité, celui de la carte chorographique doit être représenté par l'un des nombres 2, 5, ou 10, qui sont des diviseurs exacts dans le système décimal, et de même pour le degré résultant des dimensions du plan topographique, à l'égard du degré de la carte chorographique.

Un ensemble de cartes, soit sur une région, soit sur la terre entière, se nomme *Atlas*. Les plus commodes, sur-tout ceux qui doivent servir à faciliter la lecture d'un ouvrage, ne sont pas ceux dont les cartes sont du plus grand format, mais ceux qui conduisent aux détails par une succession bien graduée de cartes de plus en plus particulières. La vue n'embrasse souvent qu'avec peine l'espace considérable compris dans une feuille de papier *grand aigle*, sur-tout lorsqu'il faut la développer et y lire des noms très-multipliés. Il est quelques cas, cependant, où la nécessité de passer trop fréquemment d'une carte à une autre, devient un inconvénient qu'il faut éviter; et c'est alors que les cartes d'un grand format sont nécessaires.

89. D'après ces explications, on doit concevoir ce qui peut régler les dimensions à donner au cadre d'une carte, suivant le but qu'on s'est proposé dans sa construction; et on voit que les cartes doivent se construire dans l'ordre inverse de leurs détails, savoir : le plan topographique, réduit d'après les plans levés trigonométriquement sur le terrain; les cartes chorographiques, d'après l'assemblage et la réduction des plans topographiques; enfin les cartes géographiques proprement dites, d'après l'assemblage et la réduction des chorographiques.

Je n'exposerai point ici les méthodes qu'on emploie pour lever les plans sur le terrain; elles appartiennent à la géométrie et à la trigonométrie : je me contenterai d'indiquer comment on réunit plusieurs de ces opérations qu'on nomme *levés*, en un seul plan topographique.

Pour que deux plans particuliers se lient ou se rattachent, il faut qu'ils aient deux points communs, ou qu'une ligne de l'un doive s'appliquer sur une ligne de même dénomination dans l'autre. Alors, en tirant dans la feuille destinée à former

le plan topographique, cette ligne ou directrice, de manière qu'il y ait de chaque côté un espace propre à comprendre ce qu'on doit y tracer, il n'y a plus qu'à combiner par des triangles, soit avec les points de cette ligne, communs aux deux plans qu'on veut réunir, soit avec les points qui seront placés après, tous ceux que comprend chaque plan. En construisant ainsi des triangles égaux et semblablement situés à l'égard de la directrice sur le plan topographique, on y rapportera sans peine les deux plans particuliers.

S'il doit y avoir réduction, comme cela arrive le plus souvent, il faut faire les triangles sur le plan topographique, semblables à ceux qui sont formés sur les feuilles des levés, et de manière que les côtés des premiers soient à ceux des seconds dans le rapport qu'exige la réduction à faire.

Lorsque les feuilles des levés sont *orientées*, c'est-à-dire, lorsqu'on y a marqué la méridienne, soit vraie, soit magnétique, et que cette ligne est la même dans toutes les feuilles qu'on veut réunir, alors on rapporte les points de chaque feuille à la méridienne et à une perpendiculaire menée sur cette ligne par un point commun à deux feuilles contiguës. On mesure les distances de tous les points à chacune de ces droites, parallèlement à l'autre, et on porte ces distances, soit telles qu'on les a trouvées, soit réduites dans le rapport demandé, sur la méridienne et la perpendiculaire menées dans le plan topographique, pour représenter celles qui sont communes aux feuilles que l'on assemble. Ceci me conduit à parler du *treillis* qu'on emploie pour copier ou réduire tous les dessins, et qui est très-commode pour la construction des détails des cartes.

90. On divise les feuilles qu'on se propose de réunir, en carreaux, par des lignes parallèlles et perpendiculaires à celle qui est commune à ces feuilles; plus ils sont me-

pliés, plus on a de facilité à juger de la place qu'occupent dans chaque carreau les points et les contours qui y sont contenus, et à les inscrire semblablement dans les carreaux correspondans, qu'on a tracés sur le plan d'assemblage ou de réduction.

La *figure* 53 représente cette opération. Les feuilles ABCD, EFGH, ayant pour lignes communes les droites CD et EF, sont partagées en carreaux, dont les côtés sont parallèles et perpendiculaires à ces droites; le plan d'assemblage *abfe* est divisé de la même manière, par rapport à la ligne *cd*, qui représente la droite commune; mais les côtés de chaque carreau sont les moitiés de ceux des feuilles ABCD, EFGH, en sorte que les objets marqués sur ces feuilles sont réduits sur le plan d'assemblage à des dimensions moitié moindres, et à un espace qui n'est que le quart de celui qu'ils remplissaient d'abord. Pour copier le dessin tracé sur chacune des feuilles primitives, ou l'on imite à vue, dans les carreaux du plan *abfe*, ce que contiennent les carreaux correspondans des feuilles ABCD, EFGH; ou bien, pour plus d'exactitude, on prend des *repères* sur chacun des côtés de ceux-ci, qu'on transporte sur les autres. Quand on ne veut pas charger de lignes les dessins que l'on copie, on pose dessus une glace bien plane, et d'une transparence bien égale, sur laquelle sont tracés des carreaux avec le *diamant* du vitrier, et on fait coïncider deux lignes perpendiculaires entr'elles sur celles qui doivent servir à la réunion des feuilles qu'on assemble, ou sur les points qui les déterminent.

91. Lorsqu'on a formé ainsi les plans topographiques, en réunissant les *levés* de détail, pour passer aux cartes chorographiques, il faut non-seulement assembler les plans, mais les assujétir encore à la projection que l'on a adoptée. Pour cela, on trace sur ces plans, les méridiens et les paral-

lèles, en lignes droites respectivement parallèles et perpendiculaires, comme le sont ces cercles, lorsqu'on ne les considère que sur une très-petite portion de la surface terrestre. On trace aussi les quadrilatères correspondans sur le cadre de la carte qu'on se propose de construire, mais conformément aux lois de la projection; et il n'y a plus qu'à dessiner dans ces quadrilatères, ce qui est contenu dans les carreaux compris entre les méridiens et les parallèles des plans topographiques. *Voyez* la figure 54. Lorsqu'on veut atteindre à une extrême précision, comme ces carreaux ne sont pas tout-à-fait semblables aux quadrilatères, on prend, par rapport aux côtés des premiers, les distances des principaux points qui y sont renfermés; on convertit ces distances en subdivisions des degrés de latitude et de longitude, et on en prend de semblables, à partir du parallèle et du méridien contigus aux quadrilatères correspondans sur la carte.

En construisant ainsi par petites parties le dessin des cartes, on s'épargne l'embarras que causent les grandes ouvertures de compas, et on évite les fautes graves et leurs combinaisons, puisqu'on ne s'appuie jamais que sur les côtés d'un même carreau; d'ailleurs, cet espace étant toujours fort petit, un œil tant soit peu exercé, aperçoit sur-le-champ la moindre erreur qui pourrait avoir été commise dans la transposition des objets à représenter.

Pour mettre plus d'exactitude dans les exemplaires des cartes qu'ils composent, c'est sur le cuivre même que les Géographes du *Dépôt de la Marine*, exécutent leur tracé; et ils ont égard, dans les graduations de longitude et de latitude, aux altérations que subit dans chacune de ses dimensions, en séchant, le papier consacré aux cartes. On trouve dans le *Voyage de la Flore*, rédigé par M. de Fleurieu et à l'article CARTE du *Dictionnaire de marine*, de l'*Ency-*

clopédie méthodique, le détail des procédés suivis dans ces opérations.

Il peut arriver que le plan topographique ne soit point orienté, ou que l'étant par la direction de l'aiguille aimantée, on ne sache pas quelle était la variation de la boussole dans le temps qu'on a levé et réduit ce plan, ou bien dans le lieu où l'on a opéré; on supplée cet élément, lorsque le plan contient deux points dont la position respective est connue, puisqu'en joignant ces deux points par une droite, on a l'angle que fait cette droite avec la méridienne, et on peut par conséquent la placer, par rapport à la méridienne, ou construire, au moyen de l'angle donné, la méridienne du plan.

On détermine aussi par le même moyen, lorsqu'elle a été omise, l'échelle d'une carte topographique; car, connaissant la distance de deux points de cette carte, on n'a qu'à diviser en parties proportionnelles aux mesures itinéraires contenues dans cette distance, la droite qui joint les deux points dont il s'agit : elle devient l'échelle de la carte, et fait connaître la distance de tous les autres points pris deux à deux.

92. Le passage des cartes chorographiques à la carte générale ou géographique, est analogue au passage des cartes topographiques à la carte chorographique : on transporte dans les quadrilatères formés par les méridiens et les parallèles de la carte géographique, ce qui est contenu dans les quadrilatères correspondans des cartes chorographiques, qu'on assemble et qu'on réduit.

C'est dans cette dernière opération, que l'on conçoit surtout la nécessité des observations astronomiques, pour fixer la position des points un peu éloignés. Il peut arriver en effet que, dans les cartes topographiques qui servent à la construction des cartes chorographiques, il y ait des erreurs

communes à tous les points de la carte, comme des distances trop petites ou trop grandes dans le même sens, et que ces erreurs s'ajoutent sur les cartes chorographiques : en réunissant ces dernières sur la carte générale, les grands espaces qu'elle représente, se trouveraient alors, ou considérablement resserrés, ou considérablement dilatés, sans qu'on pût le reconnaître. Mais, lorsqu'on a placé immédiatement sur les cartes chorographiques, ou au moins sur les cartes géographiques, un certain nombre de points, par leurs latitudes et par leurs longitudes, ces points déterminent, sur la carte, des espaces dans lesquels doivent s'enchâsser les points et les détails intermédiaires; et si cela n'a pas lieu, l'excès ou le défaut qu'on trouve, étant dû aux erreurs des diverses cartes assemblées, se répartit entre tous les points de chacune, et devient par ce moyen presqu'insensible, à moins qu'on n'ait quelque raison d'attribuer cette inexactitude à certains points particuliers, auxquels on fait alors supporter toute la correction dont les observations astronomiques ont fait connaître la grandeur.

L'un des moyens les plus simples pour opérer cette répartition, serait de considérer séparément, dans le sens des latitudes et dans celui des longitudes, la différence entre la position conclue de l'assemblage des plans topographiques et celle que donnent les déterminations astronomiques. Si, par exemple, en partant du point A bien constaté, la première de ces opérations porte en C, *fig.* 55, un lieu que la seconde met en B, de manière qu'il soit trop élevé en latitude de la quantité CD, et pas assez avancé en longitude de la quantité BD, un lieu intermédiaire E doit être abaissé dans le sens des latitudes, d'une quantité EF, déterminée par la proportion

$$CH : EI :: CD : EF,$$

et avancé dans le sens des longitudes d'une quantité FG, déterminée par la proportion

AH : AI : : BD : FG.

On modifiera sans peine ce procédé pour les autres cas qui pourraient s'offrir.

93. Il n'est pas difficile de voir qu'on peut, par les moyens indiqués précédemment, transporter sur les globes les détails marqués sur les cartes chorographiques et géographiques. Cette opération, que j'ai annoncée dans le n° 55, se réduit à partager, par des méridiens et par des parallèles, la surface du globe en quadrilatères assez petits, pour que la courbure de cette surface y soit peu sensible, et à dessiner dans ces quadrilatères, ce que contiennent les quadrilatères correspondans des cartes relatives à chaque partie de la terre.

Voilà quels seraient les procédés de la construction des cartes, si l'on avait sur tous les pays, à partir des cartes topographiques, des matériaux réduits aux mêmes mesures, également sûrs, et parfaitement d'accord entr'eux; mais malheureusement il n'en est pas ainsi : il n'y a qu'un petit nombre de pays, la France seule en entier, qui soient levés trigonométriquement; pour les autres parties, on n'a le plus souvent que des cartes construites d'après des méthodes diverses et des renseignemens peu exacts. Ce n'est qu'en cherchant à concilier toutes celles qui représentent une même contrée, qu'on reconnaît le degré de confiance que chacune mérite, et qu'on parvient à approcher du véritable état des choses.

C'est déjà une assez grande difficulté, que de déterminer les rapports des mesures itinéraires, et d'établir celui des échelles employées dans les différens temps et dans les différens pays; et c'est par là que le géographe doit commencer.

94. Les mesures itinéraires les plus généralement adoptées par les nations européennes, chez lesquelles les sciences sont cultivées, présentent moins de difficultés, parce que depuis long-temps elles sont comparées, soit immédiatement au degré du méridien, soit entre elles, par le moyen de leurs composans; comme, par exemple, le mille anglais et le mille nautique; le degré du méridien contenant 69,2 des premiers et 60 des seconds. On sait aussi que le pied anglais étant égal à 0,9384 du pied français vaut 11 pouc. 3 lig., 1, et que la verge usitée en Angleterre pour mesurer les petites distances, vaut 3 pieds anglais; on en conclut, par conséquent, que la verge représente 33 pouc. 9 lig., 3 de France.

De semblables réductions donnent le moyen de convertir les unes dans les autres, les mesures généralement en usage dans les grands états; mais il y a en outre, dans les provinces qui composent ces états, des mesures locales peu connues, et à l'égard desquelles il faut faire des recherches assez multipliées pour obtenir leur rapport avec les autres, soit en comparant leurs composans aux unités les plus connues, soit en partant de quelque distance évaluée en mesure locale, et connue en mesures géographiques. En France, par exemple, rien ne variait plus que la grandeur de la lieue d'une province à une autre; la perche même qui sert à l'arpentage, avait tantôt 22 pieds, tantôt 18 seulement.

Les travaux entrepris pour l'établissement du nouveau système métrique, ont donné lieu à un grand nombre de comparaisons des mesures, tant nationales qu'étrangères; on est même revenu, à ce sujet, sur les mesures anciennes. Pour connaître ces mesures, on n'a que les évaluations rapportées dans les écrits des anciens, soit de monumens détruits ou altérés par le temps, soit des distances de lieux, ou entièrement effacés de la surface du globe, ou dont la position

est encore sujette à des discussions parmi les savans ; et quand on cherche à conclure ces distances des écrits des géographes, tels qu'Hypparque, Ptolémée, Strabon, on trouve d'autant plus de difficultés, qu'ils ont donné souvent le même nom, celui de *stade*, à des mesures très-différentes. M. Gosselin a montré, par exemple, que Ptolémée s'est servi alternativement de stades de 500 et de 700 au degré, qu'il a souvent employé, comme étant mesurées en ligne droite, des distances parcourues suivant les sinuosités des côtes et des grands chemins. On peut en voir un exemple frappant, sur l'Ecosse, dans l'*Appendice aux recherches sur l'origine et les divers établissemens des Scythes*, par M. Pinkerton. Cette partie de l'Europe, la plus défigurée dans les cartes de la géographie de Ptolémée, n'a été aussi altérée, que par le mauvais emploi des distances, dont M. Gosselin fait voir la conformité avec celles que donnent les cartes modernes. L'exactitude des distances rapportées par les anciens n'est pas très-étonnante, quand on réfléchit que lorsqu'elles ont été parcourues un très-grand nombre de fois, il a du s'établir entre toutes leurs mesures une valeur moyenne peu différente de la vraie, à cause des compensations qui ne manquent pas d'arriver entre les répétitions multipliées de la même épreuve ; mais la critique et l'érudition la plus profonde, peuvent seules jeter quelques lumières dans cette obscurité.

L'expédition des français en Egypte, pendant les années 6 et 7, en nous procurant des mesures exactes des monumens de ce pays, les plus anciens de tous ceux qui subsistent encore, et les mieux conservés, contribuera beaucoup à confirmer ou à rectifier les conjectures et les discussions établies à ce sujet. M. Girard, ingénieur en chef des ponts et chaussées, a rendu compte à l'Institut, de ses recherches sur la coudée du Nil ou *Dewalik*, conservée dans le *Nilo-*

mètre de l'île *Eléphantine*, édifice anciennement construit pour mesurer les crues du Nil, causes de la fertilité de l'Egypte, et régler en conséquence les impositions. On ne doit pas s'attendre à trouver ici de discussion sur une matière aussi épineuse ; mais la lecture des voyageurs et des historiens anciens et modernes, exigeant la connaissance des résultats les mieux constatés sur la comparaison des mesures des divers âges et des divers pays, je les réunirai dans une des tables placées à la fin de cette introduction.

Je ne crois pas néanmoins pouvoir omettre ici les principaux rapports des anciennes mesures géographiques françaises avec leurs correspondantes dans le nouveau système métrique, ainsi qu'un moyen de convertir presque à vue, dans les premières, les mesures anglaises qu'on rencontre si fréquemment dans la plupart des voyages de terre et de mer.

95. Le quart de cercle contenant..... 100 grades,
ou..... 90 degrés,
1 degré est les..... $\frac{10}{9}$ d'un grade.
1 minute sexagésimale est..... $\frac{1}{60}$ de $\frac{10}{9}$ ou $\frac{1}{54}$ de grade,
ou $\frac{100}{64}$ de mi. déc.
1 seconde sexagésimale est. $\frac{1}{60}$ de $\frac{100}{54}$ ou $\frac{10}{324}$ de mi. déc.

Avec ces rapports, on convertit les arcs de l'ancienne division dans ceux de la nouvelle : on trouve par exemple que l'observatoire de Paris,
situé à 48° 50′ 14″ de l'ancienne division,
est à 54^{gr} 26′ 56″ de la nouvelle.

Le grade contenant..... 100000 mètres,
le degré qui en est les $\frac{10}{9}$ vaut..... 111111 mètres,
nombre facile à retenir.

La minute sexagésimale vaut donc 1852 mètres,
et la seconde sexagésimale..... 31 mètres.

Pour avoir des rapports faciles à retenir, en commençant par le mètre, il faut se rappeler qu'il vaut 37 pouces (n° 48), et que la toise peut, à 2 pouces près, compter pour 2 mètres.

Il en résulte que, par approximation, 500 toises doivent compter pour un kilomètre.

On peut aussi compter 11 kilomètres pour 2 lieues marines, puisque, d'après les nombres ci-dessus, la 10e partie du degré contient 11111 mètres. On approchera encore davantage de la vérité, en ôtant un 37e du nombre de toises que l'on veut convertir en mètres, et le doublant ensuite.

Le mille géographique quarré contient environ $3\frac{1}{2}$ kilomètres quarrés, et la lieue marine quarrée vaut plus exactement 31 kilomètres quarrés. Ces nombres suffiront pour évaluer sur-le-champ, en nouvelles mesures, les distances et les superficies de médiocre étendue.

96. Le mille anglais étant au mille nautique ou géographique, comme 60 est à 69,2 on trouve par ce rapport qu'à $\frac{1}{135}$ près, le mille anglais est les $\frac{7}{8}$ du mille géographique. Il suit de là qu'en retranchant d'un nombre de mille anglais, le 8e de ce nombre, on aura, à très-peu près, le nombre correspondant de milles géographiques, que l'on convertira si l'on veut en lieues marines, en prenant le tiers.

Soit pour exemple 1156 milles anglais : le 8e de ce nombre est 144, en l'ôtant du premier, il vient 1012 milles géographiques, dont le tiers donne 337 lieues marines.

Il peut être utile d'observer qu'en augmentant de $\frac{1}{4}$ un nombre de lieues marines, on obtient le nombre correspondant de lieues de 25 au degré, assez fréquemment employées dans la géographie française.

Lorsqu'il s'agira de milles quarrés anglais, il faudra prendre le quart de leur nombre et le retrancher; on aura, à fort peu près, le nombre correspondant de milles géographiques quar-

rés, et le 9e de ce résultat exprimera des lieues marines quarrées, auxquelles, sur la page 58, j'ai rapporté la surface de la terre.

97. Lorsqu'on a établi la concordance des mesures ou des échelles employées dans les diverses cartes que l'on veut discuter, on est en état de construire une graduation à celles qui n'en ont pas, dès qu'on connaît, soit immédiatement, soit par ses distances à des points donnés, la latitude et la longitude d'un point quelconque de ces cartes. On peut, par conséquent, comparer, par les latitudes et les longitudes qu'elles assignent aux mêmes lieux, les cartes qui comprennent les mêmes régions; et cette manière est la plus commode parce qu'elle permet facilement d'avoir égard aux différences des projections auxquelles sont assujéties ces cartes.

Le même point étant ainsi placé sous des latitudes et des longitudes différentes dans plusieurs cartes, pour accorder à ces diverses données le degré de confiance qu'elles méritent, il faut voir comment ces cartes présentent d'autres circonstances, comme les situations respectives par rapport à des points bien déterminés, tels que les capitales des grands états ou de leurs provinces, les distances de ces villes à des lieux moins importans, les configurations des rivages, du cours des fleuves, des chaînes de montagnes, des grands chemins, des limites de territoire, et examiner en quoi elles s'accordent, et en quoi elles diffèrent sous chacun de ces rapports. Les latitudes, plus faciles à observer que les longitudes, sont généralement mieux établies sur les cartes dressées d'après les relations des voyageurs. Le défaut commun des anciennes cartes, est d'augmenter considérablement toutes les distances des lieux dans le sens *est* et *ouest*; et l'erreur devient d'autant plus grande, qu'il s'agit de points plus éloignés du méridien principal sur lequel ont été réglées les longitudes des autres.

C'est ce qu'on remarque dans les cartes de Ptolémée, par rapport aux différences de longitude entre Alexandrie et les autres villes des bords de la Méditerranée. Les cartes de Sanson, de Jaillot et autres, dressées à la fin du dix-septième siècle, dilatent aussi toutes les contrées, dans le sens des longitudes. De pareilles cartes fournissent encore des matériaux utiles, lorsqu'on en corrige les positions dans le sens *est* et *ouest*, en répartissant proportionnellement à la distance au méridien principal, les différences entre les longitudes que ces cartes donnent et celles qui résultent des nouvelles déterminations.

Par exemple, lorsque Chazelles, à la fin du dix-septième siècle, détermina par des observations astronomiques, la différence des méridiens, entre Paris et Alexandrette, ville située à l'extrémité orientale de la Méditerranée, il trouva environ 13 degrés à retrancher des 46 que les cartes mettaient entre ces deux méridiens, ce qui raccourcissait de plus d'un quart la longueur de la Méditerranée. Cependant, comme on devait retrouver, au moins à peu près, les distances données de proche en proche, entre les différens lieux qui bordent cette mer, sur lesquelles il ne pouvait y avoir par conséquent que de petites erreurs, il fallait répartir entre toutes ces distances, à proportion de leur longueur, la correction indiquée sur Alexandrette, ou mieux encore, suivant le rapport des différences de longitudes correspondantes à ces distances. Ainsi un lieu placé à 23° du méridien de Paris, intervalle qui est la moitié de celui des méridiens de Paris et d'Alexandrette, devait être reporté vers l'occident de la moitié de 13°, ou de 6° 30', en longitude.

Quand on n'a aucune raison pour choisir entre les différentes positions assignées au même lieu par plusieurs cartes, il ne reste qu'à prendre le milieu, suivant la règle arithmé-

tique donnée pour cela, entre les latitudes d'une part, et les longitudes de l'autre, assignées par les cartes. On place ensuite sur celle que l'on construit, les principaux points d'après les déterminations moyennes qu'on a obtenues, et on fait cadrer les détails avec les espaces intermédiaires, par une réduction semblable à celle qui a été indiquée n° 92.

98. Lorsqu'on veut comparer les cartes de détail par les distances qu'elles donnent entre les mêmes lieux, distances qui ont été le plus souvent les élémens de la construction de ces cartes, et que pour cette raison, il est bon de retrouver, on peut choisir sur chacune de celles que l'on compare, deux points correspondans, bien déterminés, desquels on mesure les distances à tous les autres. Ayant ramené toutes ces distances à la même échelle, on tire sur le papier, une ligne pour représenter la distance des deux points principaux, suivant l'échelle qu'on emploie, et on décrit sur cette ligne, comme base, avec les distances résultant de chaque carte en particulier, des triangles dont le sommet représente la place assignée par cette carte aux points que l'on considère. Deux déterminations diverses du même point étant jointes par une ligne, c'est sur le milieu de cette ligne que se trouve la position moyenne. Trois déterminations fournissent un triangle, et un plus grand nombre donne un polygone : on obtient alors la position moyenne, en cherchant le centre de gravité de l'aire de ce polygone, ses angles étant considérés comme des masses égales à l'unité. La démonstration de cette règle s'offrira facilement aux personnes qui connaissent les principes généraux de la statique, et la théorie des valeurs moyennes ; je me contenterai de rappeler ici, que lorsqu'il s'agit d'un triangle, le centre de gravité est placé à l'intersection des droites tirées des sommets de deux des angles sur les milieux des côtés opposés.

Cette construction facile suffira lorsqu'on n'aura que trois déterminations ; et la *fig.* 56 en offre l'exemple. On y suppose que, par diverses combinaisons, un même lieu est placé successivement aux points a, b, c ; sa situation moyenne sera en m, où se rencontrent les droites am, bm, qui divisent en deux parties égales les côtés bc, ac, opposés aux angles a et b.

Quand une fois on a fixé ainsi les distances moyennes d'un point à deux autres donnés de position, on en conclut aisément la latitude et la longitude de ce point, et on le place ensuite par leur moyen, sur la carte que l'on construit, quelque projection qu'elle ait. Si les points combinés n'embrassent qu'un petit espace dans lequel la projection ne soit pas sensible, on peut abréger le travail en employant le *treillis* (n° 90) pour transporter sur la carte les résultats des comparaisons qu'on a faites.

99. Je suis loin de prétendre avoir indiqué ici tous les moyens dont se servent les géographes pour construire des cartes, en réunissant les matériaux que leur offrent les plans et les cartes de détail, relatifs aux régions qu'ils ont à décrire ; mais je crois en avoir dit assez pour mettre un lecteur, familiarisé avec le tracé géométrique, en état de tirer parti de ces matériaux, et de concevoir la nature des opérations qu'exécutent les géographes, opérations dont le but est de combiner ensemble le plus grand nombre possible de déterminations particulières, qui probablement ne diffèrent pas toutes dans le même sens. Les erreurs au lieu de s'accumuler, se compensent, du moins en partie ; et ce qui reste, étant divisé également entre les résultats, est considérablement atténué : on sent d'ailleurs que les procédés pour faire le partage, ou conclure la position moyenne que l'on cherche, doivent varier suivant la nature des élémens qu'on fait entrer dans la discussion. J'ai déjà

indiqué dans les nos 97, 98, les méthodes à suivre, lorsque l'on considère soit des distances, soit des longitudes et des latitudes; on pourrait aussi employer des angles entre une ligne de direction connue, et une ligne dont la position peut varier autour d'un point déterminé.

J'ai supposé qu'on avait des matériaux différens des levés trigonométriques, et construits d'après les relations des voyageurs et des historiens; je dois, pour ne rien omettre, indiquer sommairement de quelle manière on peut transformer ces relations en cartes, d'autant plus que c'est le plus souvent ainsi que sont construites les cartes qui se rapportent à la géographie ancienne.

De la construction des cartes, d'après les relations.

100. Pour procéder avec ordre, il faut commencer par examiner la nature des données qu'on peut recueillir dans les récits des voyageurs et des historiens. Ces données sont de deux sortes; les unes sont l'indication de quelques phénomènes célestes, desquels on peut au moins conclure la latitude du lieu dont il est parlé, comme la durée du jour solsticial, la longueur des ombres; les autres sont l'énonciation plus ou moins précise du chemin à parcourir pour se rendre d'un lieu à un autre, accompagnée quelquefois de l'indication de la direction qu'affectent, par rapport à la ligne méridienne, les diverses routes ou parties de routes qui mènent à ce point. On verra plus loin, que ces derniers renseignemens, qu'on trouve presque toujours réunis dans les relations des marins, s'ils étaient exacts, suffiraient pour fixer la position des lieux.

Parmi les données de la première espèce, je citerai la remarque attribuée à Pythéas, voyageur qui vécut, à ce qu'on croit, trois cent vingt ans avant l'ère des chrétiens, dans la colonie grecque établie à Marseille.

Il rapporte que dans l'île de *Thulé*, située au nord des îles

britanniques, et la terre la plus septentrionale connue de son temps, il n'y avait point de nuit au solstice d'été, et point de jour au solstice d'hiver. Ce phénomène place sous le cercle polaire (n° 25) l'île dont parle Pythéas, et ne convient alors qu'à l'*Islande*. Ce qu'ont dit les anciens de la grandeur de Thulé, semblerait aussi confirmer l'indication précédente; cependant on n'est pas généralement d'accord sur ce point, soit à cause que l'Islande est séparée des îles britanniques par une étendue de mer qui paraît bien considérable par rapport à la navigation des anciens, dont les vaisseaux ne prenaient que rarement le large, sur-tout dans un climat presque toujours embrumé, soit parce que des auteurs postérieurs à Pythéas ont donné des renseignemens différens. On cite, par exemple, un passage d'Etienne de Bysance, d'après lequel le jour, au solstice d'été dans l'île de Thulé, durait vingt heures égales, la nuit seulement quatre, et l'inverse avait lieu au solstice d'hiver. Cette circonstance rapprocherait Thulé de quelques degrés des îles britanniques; mais des relations faites à Procope, l'un des historiens de l'empire grec, donneraient au contraire lieu de la reculer vers le nord. Sans entrer ici dans la discussion de ces diverses autorités, je ferai observer que les connaissances géographiques variant d'un siècle à l'autre, et certains pays se perdant lorsqu'on en découvrait d'autres, on a peut-être appliqué le nom de *Thulé* successivement à plusieurs contrées très-différentes, en le regardant comme celui de la contrée la plus septentrionale que l'on connût alors.

En s'en tenant au rapport de Pythéas, qui paraît d'ailleurs précis, qui porte sur un phénomène très-remarquable pour les habitans des parties méridionales de l'Europe, et qui met Thulé sous le cercle polaire, il faut, pour conclure la latitude de cette île, avoir égard au changement de l'obliquité de l'é-

cliptique depuis le temps du voyageur marseillais jusqu'à nos jours. En admettant, comme on le fait aujourd'hui, une diminution de 50″ par siècle, on trouve pour cet intervalle, qui comprend vingt-un siècles environ, une diminution de 1050″ ou de 17′ 30″; et l'obliquité actuelle étant de 23° 28′, on devait avoir, au temps de Pythéas, 23° 45′ 30″. Hypparque, postérieur de près de deux cents ans à Pythéas, supposait 23° 51′ 20″. Quelle que soit celle de ces déterminations qu'on adopte, il en résultera toujours que la Thulé de Pythéas était traversée par le parallèle de 66°.

Si on faisait usage de la durée du jour solsticial indiquée par Etienne de Bysance, on trouverait seulement 63° pour la latitude de l'île de Thulé.

Le même Pythéas rapporte aussi qu'à Marseille un gnomon divisé en cent vingt parties, jetait, à midi au solstice d'été, une ombre dont la longueur contenait 41 et $\frac{2}{5}$ de ces parties. En construisant un triangle rectangle dont les côtés soient dans ce rapport, on en conclut que le soleil s'élevait alors à 71°; et retranchant de ce nombre l'obliquité de l'écliptique qu'Hypparque fixait en nombre rond à 24°, on aura pour la hauteur de l'équateur à Marseille 47°, et pour la latitude de cette ville 43°.

Quelquefois encore les astronomes grecs ont indiqué immédiatement la hauteur du soleil en *coudées* valant 2 deg. Suivant Hypparque, le soleil au solstice d'hiver ne s'élevait pas tout-à-fait de 9 coudées sur le parallèle passant par l'embouchure du *Borysthènes* (aujourd'hui le *Dnieper*). Cette indication donne environ 18° pour la hauteur du soleil; en ajoutant les 24° d'obliquité de l'écliptique, il vient 42° pour la hauteur de l'équateur, et 48° pour la latitude, ce qui ne s'éloigne pas infiniment des connaissances actuelles.

C'est sur des remarques de cette nature qu'Hypparque avait

espacé les parallèles suivant lesquels il partageait du midi au nord, la surface connue de la terre. La *Table des climats* (n° 26) calculée par cet astronome, offrait, à ce qu'on croit aujourd'hui, l'indication des principaux phénomènes célestes sur tous les parallèles menés de degré en degré, et mettait par-là les voyageurs attentifs en état de rectifier et d'étendre ses déterminations géographiques.

101. On ne sait pas précisément comment Eratosthènes, et ensuite Hypparque, s'y sont pris pour fixer les longitudes, les ouvrages de ces premiers géographes ne nous étant point parvenus; il paraît cependant qu'ils les ont conclues, le plus souvent, des distances itinéraires, qui, pour les lieux situés dans la Méditerranée et le long de ses rivages, se présentaient successivement sur des routes peu différentes de la ligne *est* et *ouest*.

A l'égard des autres lieux, ils les plaçaient par la combinaison de plusieurs distances itinéraires assemblées en triangles, comme je vais le montrer par un exemple tiré, ainsi que ceux du n° précédent, des *Recherches sur la Géographie systématique et positive des anciens*, par M. Gosselin.

Du défilé, appelé *Portes Caspiennes*, jusqu'à Babylone, Hypparque supposait 6700 stades; de Babylone à Suze, 3400, dans la direction d'un parallèle à l'équateur, sur lequel il plaçait en même temps ces deux villes; et enfin, de Suze aux Portes-Caspiennes, 4900. Ces trois distances fournissent un triangle désigné dans la figure 57, par les lettres B, S, P, initiales des noms des lieux cités. En abaissant du sommet P de ce triangle, une perpendiculaire PA, sur le côté BS, qui représente le parallèle passant par Babylone et Suze, la longueur de cette perpendiculaire qui contient 4705 stades, donne la différence de latitude entre les Portes-Caspiennes et Suze. Ce nombre converti en degrés, à raison de 700

stades au degré, produit 6° 43′ dont il faut augmenter la latitude de Suze, fixée par Hypparque à 33° 54′, pour avoir celle des Portes-Caspiennes, qui se trouve alors de 40° 17′.

La distance SA, comprise entre le pied de la perpendiculaire PA et Suze, valant 1370 stades, donne la distance de Suze aux Portes-Caspiennes, mesurée de l'*est* à l'*ouest*.

Pour conclure avec quelque exactitude la différence de longitude de ces lieux, exprimée en degrés, il faudrait avoir égard à la diminution des degrés, sur les parallèles compris entre Suze et les Portes-Caspiennes, coupés tous par la ligne oblique qui joint ces deux points; mais cette correction serait peu de chose en comparaison de l'erreur que les observations modernes ont fait reconnaître dans la détermination précédente et qui tient non-seulement à ce que, dans ces mesures on a négligé la courbure de la terre; mais plus encore, à ce que les distances itinéraires, indiquées vaguement en journées de marche ou de navigation, en y comprenant les détours des routes, les sinuosités des rivages, étaient transformées en stades d'une manière peu précise, et appliquées quelquefois en ligne droite.

En effet, les historiens n'ayant le plus souvent pour but dans leurs descriptions, que de faire connaître la marche des armées, indiquaient les routes par la succession des lieux, sans marquer aucunement les détours et les *changemens* de direction; on avait même construit dans cet esprit des cartes militaires : telle est celle qu'on trouva en 1547, dans les papiers de Peutinger. Cette carte, qui n'a qu'un pied (d'Augsbourg) de hauteur, et plus de 22 de longueur, paraît avoir été construite du temps de Théodose-le-Grand; elle embrasse toute l'étendue du monde connu alors; mais rétrécie du nord au sud d'une manière qui la fait paraître absurde, quand on ne fait pas attention que les objets marqués de

part et d'autre de la route, n'y sont placés que comme des repères, pour indiquer les régions que traverse cette route, sans avoir aucun égard à leur configuration, que la forme de la carte destinée à être roulée ne permettait pas de conserver. Cependant cette carte devient très-précieuse, quand on n'a égard qu'à sa longueur, parce que les distances marquées entre les lieux qui se retrouvent dans les cartes modernes, étant très-exactes, font présumer qu'il en est de même pour ceux que le temps a détruits ou qu'il a fait oublier, et donnent les moyens d'en assigner la position. Non-seulement de pareils matériaux sont utiles pour la recherche de la position des villes anciennes; mais ils ont servi plus d'une fois à rectifier les cartes modernes. On sait que Danville a reconnu, par leur moyen, de graves erreurs dans les cartes d'Italie, qui assignaient trop de largeur à cette contrée, puisqu'elle embrassait plus d'espace que n'en exigeait la combinaison des distances respectives des lieux compris entre le golfe Adriatique et la mer Méditerranée. Les corrections qu'il a faites à ces cartes ont été pleinement justifiées par des opérations géodésiques qu'on a exécutées quelque temps après dans les mêmes lieux.

102. Le grand nombre de voyages faits dans ces derniers temps, par des hommes en état de se livrer aux observations astronomiques, et les belles opérations géodésiques entreprises dans plusieurs contrées de l'Europe et jusqu'en Egypte même, rendent chaque jour moins importans les secours que la géographie moderne peut retirer de la géographie ancienne; mais cette dernière a beaucoup gagné et peut acquérir encore par la perfection où sont arrivés sur nos cartes les détails de la configuration des pays; car ces détails offrent les moyens de reconnaître les circonstances locales, presque toujours bien décrites par les historiens et même par les poëtes. En

assujétissant d'abord au *plan* moderne, c'est-à-dire, aux configurations récemment reconnues, la carte qu'ils se proposent de dresser, nos géographes trouvent dans les formes mêmes du terrain, l'explication des auteurs anciens, le sens précis des indications qu'ils donnent de la position des lieux dont ils parlent, et reconnaissent par là cette position qui ne pouvait s'apercevoir lorsqu'on ignorait absolument la topographie des lieux, ou qu'on n'en avait que des notions vagues. C'est ainsi qu'une carte de la plaine de Troie, levée avec soin par M. Le Chevalier, et comparée par lui aux récits d'Homère, lui a fait retrouver l'emplacement de cette ville célèbre, qui jusque-là était demeuré inconnu. Les voyages de M. Choiseuil-Gouffier, dans la Grèce, les plans qu'il y a fait lever dans les lieux les plus importans par rapport aux faits historiques qui s'y étaient passés, ont mis M. Barbié du Bocage en état d'esquisser, d'après les historiens grecs, les plans des villes et même des batailles les plus mémorables de ce pays, et d'en perfectionner considérablement toute la géographie. C'est aussi d'après les connaissances géographiques et les cartes modernes, que M. Gosselin, dans l'ouvrage que j'ai déjà cité, a fixé l'étendue des navigations du carthaginois Hannon et de l'historien Polybe, sur les côtes de l'Afrique.

Cette manière d'envisager la géographie ancienne, produit une géographie systématique, et qui consiste à établir, soit d'après la convenance des lieux, soit d'après leurs rapports avec d'autres lieux adjacens, soit par des monumens historiques ou des traditions conservées, soit enfin par des rapprochemens de noms, des conformités dans le langage et les mœurs des habitans, l'identité entre des lieux anciennement connus et maintenant oubliés, et des lieux récemment découverts. Elle trouve même son application sur les résultats

des voyages de long cours, des navigateurs du seizième siècle, dont les relations sont perdues, ou seulement conservées comme des traditions confuses, ou enfin, rédigées avec une négligence qui ne nous a laissé aucun des élémens nécessaires pour constater avec quelqu'exactitude la position des lieux où ont abordé ces navigateurs.

De la direction des routes et des rumbs ou aires de vent.

103. J'ai déjà dit dans le n° 100, que pour compléter l'indication offerte par une distance itinéraire, il faut donner en outre la direction du chemin parcouru. Avant la découverte de la boussole, on ne pouvait guère connaître exactement cette direction. Les anciens, qui se dirigeaient, seulement à vue, sur les étoiles qui environnaient alors le pôle septentrional, principalement sur la constellation de la grande ourse, car l'étoile que nous nommons aujourd'hui polaire était éloignée du pôle de près de 12 degrés au temps de Pythéas, n'avaient divisé le tour de l'horizon qu'en un petit nombre de parties, déterminées souvent par les circonstances locales, ainsi que le montrent les noms assignés à plusieurs des vents qui soufflent de ces parties.

Les grecs, d'abord, n'imposèrent aux vents que quatre dénominations, correspondantes aux quatre points *nord*, *est*, *sud* et *ouest*, qu'on nomma depuis *points cardinaux*. Ces noms étaient :

Eurus	pour le vent d'est.
Zephyrus	d'ouest.
Boreas	du nord.
Notus	du midi.

Ils en ajoutèrent dans la suite quatre autres, correspondant aux points où le soleil paraît se lever et se coucher dans les solstices d'été et d'hiver. Sénèque, dans ses *Questions naturelles*, nous a transmis les dénominations ci-dessous :

Subsolanus ou	Apeliotes,	le vent d'est.
Vulturnus	*Eurus*,	du levant d'hiver.
	Euronotus,	d'entre ce dernier et le midi.
Auster	Notus,	du midi.
	Libonotus,	d'entre le midi et le couchant d'hiver.
Africus	*Libs*,	du couchant d'hiver.
Favonius	Zephyrus,	d'ouest.
Corus	*Argestes*,	du couchant d'été.
	Thrascias,	d'entre ce point et le nord.
Septentrio	Aparctias,	du nord.
Aquilo	*Meses*,	d'entre ce point et le levant d'été.
	Cæcias,	du levant d'été.

Il résulte de cette table douze divisions ; en les supposant toutes égales, chacune comprendrait 30° ; mais les points du levant ou du couchant *solsticial*, sont fixés par les amplitudes ortives et occases du soleil lorsqu'il est aux solstices (n° 40), arcs dont la grandeur dépend de l'obliquité de l'écliptique et de la latitude du lieu où l'on observe. Une semblable détermination des points *collatéraux* (ou intermédiaires aux quatre points cardinaux) était trop particulière pour rester long-temps en usage.

Vitruve nous a laissé une division de l'horizon, plus régulière, composée de 24 parties, comprenant chacune 15° : voici les noms qu'il assigne en conséquence à chaque vent.

Solanus. vent d'est.	Favonius. vent d'ouest.
Ornithiæ.	*Etesiæ.*
Cæcias.	*Circius.*
Eurus.	*Caurus.*
Vulturnus.	*Corus.*
Euronotus.	*Thrascias.*

AUSTER. vent du midi.	SEPTENTRIO. vent du nord.
Altanus.	*Gallicus.*
Libonotus.	*Supernas.*
Africus.	*Aquilo.*
Subvesperus.	*Boreas.*
Argestes.	*Carbas.*

D'après cette dernière distribution, rien n'est plus facile que de connaître l'angle que fait avec la méridienne, la direction des vents qui y sont désignés. On voit sur-le-champ, par exemple, que la direction du vent appelé *Boreas*, se trouvant la quatrième après le septentrion, fait avec la ligne *nord* et *sud*, un angle comprenant quatre fois 15°, ou de 60°.

Ceux qui désireraient de plus grands détails sur les dénominations des vents, employées par les anciens, et sur la comparaison des diverses divisions de l'horizon, pourront consulter l'introduction placée par M. Gosselin, à la tête de la nouvelle traduction française de la Géographie de Strabon. (In-4°, Paris, 1805) Ils y trouveront aussi, sur les mesures itinéraires des anciens, une savante dissertation, qu'ils pourront rapprocher de l'écrit de Danville, sur le même sujet.

104. Les navigateurs divisent maintenant la circonférence de l'horizon en trente-deux parties appelées *quarts de vent*, *aires vent* (1) ou *rhumbs*, huit pour chaque quart de l'horizon. Les noms de ces parties, adoptés sur l'Océan, sont composés avec ceux des points cardinaux; mais sur la

(1) Je dis *aires* et non pas *airs*, car cette dernière expression est tout-à-fait vide de sens, puisque le vent n'est que le mouvement de l'air; au lieu que le mot *aire* désigne la surface de la portion de l'horizon d'où souffle le vent, qui d'ailleurs ne suit pas une ligne constante, mais varie toujours un peu, à droite ou à gauche de sa principale direction. M. de Fleurieu et d'autres marins instruits écrivent aussi *aire*.

Méditerranée, on emploie des dénominations spéciales : voici le tableau comparatif des uns et des autres, en commençant par l'orient, afin qu'on puisse rapprocher plus aisément cette division des précédentes.

Sur l'Océan.	Sur la Méditerranée.
EST.	LEVANTE.
Est ¼ Sud-Est.	*Quarta di levante sirocco.*
Est-Sud-Est.	*Levante sirocco.*
Sud-Est ¼ Est.	*Quarta di sirocco levante.*
SUD-EST.	SIROCCO.
Sud-Est ¼ Sud.	*Quarta di sirocco ostro.*
Sud-Sud-Est.	*Ostro sirocco.*
Sud ¼ Sud-Est.	*Quarta dell' ostro sirocco.*
SUD.	OSTRO.
Sud ¼ Sud-Ouest.	*Quarta dell' ostro garbino.*
Sud-Sud-Ouest.	*Ostro garbino.*
Sud-Ouest ¼ Sud.	*Quarta di garbino ostro.*
SUD-OUEST.	GARBINO.
Sud-Ouest ¼ Ouest.	*Quarta di garbino ponente.*
Ouest Sud-Ouest.	*Ponente garbino.*
Ouest ¼ Sud-Ouest.	*Quarta di ponente garbino.*
OUEST.	PONENTE.
Ouest ¼ Nord-Ouest.	*Quarta di ponente maestro.*
Ouest-Nord-Ouest.	*Ponente maestro.*
Nord-Ouest ¼ Ouest.	*Quarta di maestro ponente.*
NORD-OUEST.	MAESTRO.
Nord-Ouest ¼ Nord.	*Quarta di maestro tramontana.*
Nord-Nord-Ouest.	*Tramontana maestro.*
Nord ¼ Nord-Ouest.	*Quarta di tramontana maestro.*

Sur l'Océan.	Sur la Méditerranée.
NORD.	TRAMONTANA.
Nord ¼ Nord-Est.	*Quarta di tramontana greco.*
Nord-Nord-Est.	*Tramontana greco.*
Nord-Est ¼ Nord.	*Quarta di greco tramontana.*
NORD-EST.	GRECO.
Nord-Est ¼ Est.	*Quarta di greco levante.*
Est-Nord-Est.	*Greco levante.*
Est ¼ Nord-Est.	*Quarta di levante greco.*

Chacune de ces divisions, comprenant la trente-deuxième partie de la circonférence, vaut 11° 15′. Ainsi, lorsqu'on a suivi le *nord-est ¼ est*, par exemple, ce rumb étant le cinquième après le *nord*, l'angle qu'il fait avec celui-ci, est composé de cinq fois 11° 15′, ou 56° 15′. On obtiendra de même tous les autres angles; mais on doit avoir soin de marquer s'ils sont pris à l'*est* ou à l'*ouest* de la ligne méridienne. Quand ils tiennent du *sud*, on évite, en partant de ce point, les angles obtus que donnerait la réduction précédente. Le *sud-ouest ¼ sud*, par exemple, étant le troisième rumb, à partir du *sud* en allant vers l'*ouest*, répond à un angle de trois fois 11° 15′, ou 33° 45′ du *sud* à l'*ouest*. Quoiqu'il soit très-facile d'évaluer en degrés l'angle compris entre le nord et un rumb de vent quelconque, il eût été encore plus commode de s'en tenir aux quatre points cardinaux, et d'indiquer, par les degrés du cercle, les divisions intermédiaires. C'est aussi ce qu'on commence à faire, depuis qu'ayant apporté dans les opérations du pilotage une plus grande précision, on a reconnu que l'indication du rumb de vent ne suffisait pas, qu'il fallait encore avoir égard aux degrés compris entre deux rumbs consécutifs. En général, les divisions, de quelqu'es-

pèce de mesures que ce soit, indiquent toujours l'état de l'art ou de la science, au moment où elles ont été établies; et les premiers marins qui se servirent de la boussole, crurent sans doute avoir beaucoup fait de partager le cercle en trente-deux parties. Ils choisirent cette division, vraisemblablement parce que, pouvant s'effectuer sans tatonnement, au moyen des premières opérations de la géométrie élémentaire, elle était facile à tracer sur les boussoles et les cartes que les pilotes construisaient alors eux-mêmes. Ils ont nommé *rose des vents*, l'ensemble de ces divisions, dont chacune a été désignée sous le nom de *pointe* du compas, parce qu'elles sont marquées par des pointes, et que la boussole s'appelle aussi *compas* de mer. *Voyez* la fig. 58.

105. Quand on a la longueur et la direction d'une route partant d'un point dont la position est donnée, on trouve bien aisément celle du point où cette route se termine.

D'abord, lorsque la route n'est pas considérable, on peut, dans l'espace qu'elle traverse, négliger la courbure de la terre, regarder les méridiens comme parallèles entre eux, et par conséquent les rumbs de vent comme des lignes droites. Pour construire cette route sur une carte plate (pag. 120), il suffit alors de tirer par le *point de départ* A, *fig.* 59, une ligne qui fasse avec le méridien de ce point, un angle égal à celui que donne le rumb de vent qui a été suivi; et de porter sur cette ligne un nombre de parties de l'échelle, égal à celui des mesures itinéraires parcourues : le point B, où se terminent ces parties, est le *point d'arrivée*.

On substitue le calcul à la construction, en observant que, si de l'extrémité B de la route parcourue on abaisse sur le méridien qui passe par l'autre extrémité A, une perpendiculaire BC, on formera un triangle rectangle ABC, dans lequel la partie AC du méridien, interceptée entre le point de dé-

part et la perpendiculaire menée du point d'arrivée, donnera la distance de ces points, prise sur la ligne *nord* et *sud*, ou la différence de latitude, exprimée en mesures itinéraires, qu'on réduira ensuite, d'après leur valeur, en degrés du méridien; et la perpendiculaire BC sera la distance de ces mêmes points, prise sur la ligne *est* et *ouest*, distance qui se confond dans ce cas avec la différence de longitude, exprimée en mesures itinéraires.

Pour la convertir en degrés, il faut la diviser par le nombre de ces mesures que doit contenir un degré du parallèle du point de départ, ou, si l'on veut plus d'exactitude encore, par le nombre des mêmes mesures comprises dans un degré du parallèle qui tient le milieu entre celui du point de départ et celui du point d'arrivée. On voit, sans peine, que cette opération revient à diviser le nombre des mesures itinéraires, par le cosinus de la latitude du parallèle moyen (n° 57), puis à convertir le résultat en degrés.

Les géographes peuvent avoir encore à résoudre une seconde question, dans laquelle la direction de la route n'est pas connue; mais on la remplace par la latitude du point d'arrivée. La construction sur la carte plate se réduit alors à tirer, par sa latitude, le parallèle BC du point d'arrivée B, à prendre sur l'échelle de la carte, le nombre de mesures assigné à la distance parcourue, et à décrire, avec cette distance comme rayon et du point de départ A comme centre, un cercle qui coupera, dans le point d'arrivée, le parallèle BC tiré précédemment.

Pour appliquer le calcul à cette question, il faut convertir en mesures itinéraires, la différence de latitude entre le point d'arrivée et le point de départ; on connaît alors dans le triangle rectangle ABC, formé par le méridien du point de départ, la perpendiculaire BC abaissée du point d'arrivée et la

route, deux côtés, savoir, la longueur de la route, ou l'hypothénuse AB, et la partie AC du méridien, comprise entre le point A et la perpendiculaire BC : en calculant la longueur de cette perpendiculaire, on a la distance des points de départ et d'arrivée, prise sur la ligne *est* et *ouest*, d'où on déduit, comme ci-dessus, la différence de longitude.

106. Lorsque la route parcourue est assez longue pour qu'il soit nécessaire d'avoir égard à la courbure de la terre, la construction des deux problèmes précédens demande, par rapport à la réduction des lieues parcourues dans le sens *est* et *ouest*, en degrés de longitude, une opération qui ne peut s'effectuer commodément que sur la carte réduite, ou par les procédés de calcul que je vais indiquer.

Si l'on fait attention que les rumbs coupent tous les méridiens sous le même angle, que l'on conçoive la route parcourue, partagée en parties assez petites pour pouvoir être regardées comme droites, et qu'on mène par les extrémités de toutes ces parties, des méridiens et des parallèles, on formera sur chacune, prise pour hypothénuse, un triangle rectangle dont les côtés de l'angle droit seront les différences de latitude et de longitude, exprimées en mesures itinéraires. Soit AM, *fig.* 60, la route proposée, A le point de départ, AP et PB deux méridiens très-proches; en considérant le triangle ABC, rectangle en C, comme s'il était rectiligne, on aura, par les principes de la trigonométrie, AB : AC :: 1 : cos. BAC, d'où AC = AB cos. BAC. Mais l'angle BAC étant le même à l'égard de tous les méridiens que traverse la route AM, la différence de latitude propre à chaque petit triangle comprendra le même facteur; et la somme de toutes ces différences, composant la différence AN des latitudes des points de départ et d'arrivée, sera égale à la somme des portions de la route parcourue, ou à la longueur

de cette route, multipliée par le cosinus de l'angle que sa direction avec le méridien, comme on le trouverait en supposant la terre plate (n° 105) : la réduction en degrés aura par conséquent lieu de la même manière.

C'est au moyen de la différence en latitude AC que l'on va maintenant calculer la différence en longitude, correspondante à BC : on a d'abord la proportion

$$AC : BC :: 1 : \text{tang. } BAC,$$

de laquelle il résulte

$$BC = AC, \text{tang. } BAC.$$

Mais pour connaître l'arc EG qui, sur l'équateur EF, répond à l'arc BC, il faut observer que si on désigne par L la latitude du parallèle qui passe par le point A, on aura (n° 57) cette proportion

$$\text{Cos. } L : 1 :: BC : EG;$$

$$\text{et par conséquent } EG = \frac{BC}{\text{cos. } L};$$

remettant au lieu de BC sa valeur trouvée ci-dessus, il viendra

$$EG = \frac{AC}{\text{cos. } L} \times \text{tang. } BAC.$$

Telle est l'expression de la différence en longitude, correspondant à la partie AB de la route.

La somme de toutes les petites différences de longitude, fournies ainsi par chaque partie de la route, s'obtiendra donc, en multipliant, par le facteur constant tang. BAC, la somme de toutes les valeurs que reçoit le facteur $\frac{AC}{\text{cos. } L}$ qui change pour chaque portion de route.

Si on conçoit ces portions telles, que la différence AC soit égale à 1′ du méridien ou de l'équateur, et qu'on observe que $\frac{1}{\text{cos. } L} = \text{sec. } L$, on changera l'expression ci-dessus en

$EG = 1' \times \text{sec. L tang. BAC}$, et la somme des facteurs $1' \times$ sec. L s'obtiendra en ajoutant toutes les sécantes, de minute en minute, depuis la latitude du point de départ jusqu'à celle du point d'arrivée.

Ce procédé n'est qu'une approximation, puisque l'arc d'une minute n'est pas encore rigoureusement une ligne droite : on le rendrait plus exact en prenant les sécantes de 10″ en 10″, ou même de seconde en seconde ; mais l'opération deviendrait excessivement longue, tandis que le calcul intégral fournit l'expression rigoureuse de cette somme, en supposant la différence totale de latitude, ou l'arc AN du méridien, partagé en un nombre infini de parties. On a par ce moyen, calculé pour tous les arcs possibles, ces sommes qui ne sont autre chose que les *latitudes croissantes* dont j'ai parlé pag. 122.

En effet, pour conserver sur chaque parallèle, entre la minute de longitude, supposée constante à cause du parallélisme des méridiens, et la minute de latitude, leur rapport qui est celui du cosinus de la latitude à l'unité, il faut que l'on ait.

$$1' \textit{ du mérid.} : 1' \textit{ du parallèle} :: 1 : \cos. L,$$

$$\text{ou, } 1' \textit{ du mérid.} = \frac{1' \textit{ du parallèle}}{\cos. L.}$$

$$= 1' \textit{ du parallèle} \times \text{sec. L.}$$

Calculant ainsi depuis 0°, les minutes successives du méridien, en prenant toujours celle du parallèle égale à celle de l'équateur, on sera conduit à chaque parallèle, par la somme des sécantes faites de minute en minute, depuis 0° jusqu'à la latitude de ce parallèle.

Le procédé rigoureux par lequel on a formé la table des latitudes croissantes, se déduit facilement de ce qui précède ; quant à l'objet que j'ai en vue, on a cette règle :

laissant la latitude du point d'arrivée, on prendra dans des latitudes croissantes, la différence des nombres qui répondent à cette latitude et à celle du point de départ; on la mutipliera par la tangente de l'angle correspondant au rumb de vent, et le résultat sera la différence de longitude, exprimée en minutes de degré.

Dans la seconde question (n° 105) l'angle du rumb n'est pas connu; mais il peut se calculer par la différence de latitude, réduite en lieues, et par le chemin, qui sont alors les données: on conclut ensuite la différence de longitude, par la règle rapportée ci-dessus.

Supposons pour exemple, qu'un vaisseau, parti d'un point situé à 42° 3′ de latitude boréale, ait couru 252 lieues marines au *nord est* $\frac{1}{4}$ *est* : on trouve d'abord que ce rumb fait avec le méridien, du côté de l'*est*, un angle de 56° 15′; et on en conclut que la route répond sur la ligne *nord* et *sud*, à 140 lieues, ce qui donne 7° de différence en latitude vers le *nord*. Cette différence étant de même dénomination que la latitude du point de départ, doit s'ajouter avec celle-ci pour obtenir celle du point d'arrivée, qui est par conséquent de 49° 3′.

On cherche ensuite, dans une table de latitudes croissantes, le nombre qui répond à 49° 3′, savoir : 3386′, 7
puis celui qui répond à 42° 3′, 2785, 8
et on en prend la différence, 600′, 9;
on ajoute au logarithme de cette différence, celui de la tangente de 56° 15′, angle du rumb, et le résultat qui répond à 899′ ou à 14° 59′, est la différence de longitude vers l'*est*.

107. Il est facile d'exécuter sur la carte réduite (pag. 122), les opérations numériques décrites ci-dessus. Le point A, *fig.* 61, étant celui de départ, on prend sur l'échelle EF des lon-

gitudes de la carte, un nombre de parties égales à 252 lieues, c'est-à-dire, 12° 36′ que l'on porte sur la ligne AB, tirée parallèlement au *nord-est* $\frac{1}{4}$ *est* de la rose des vents. Ayant ainsi trouvé le point B, on tirera BC parallèlement à la ligne *est* et *ouest;* et la ligne AC, portée sur l'échelle des longitudes, donnera, en degrés, la valeur du chemin parcouru vers le *nord.* Prenant ce nombre de degrés sur l'échelle EG des latitudes croissantes, en partant du point L correspondant au point A, on trouvera la distance LK, que l'on portera sur AC, de A en N; et tirant NM parallèle à BC, le point M sera celui d'arrivée; car il est évident que AC=AB cos. BAC, que NM = AN tangente BAC, et que AN est la différence des latitudes croissantes d'arrivée et de départ.

Si l'on ne connaissait que la différence de ces latitudes et le chemin parcouru, on construirait d'abord le triangle rectangle BAC, par ses côtés AB et AC, comme dans le n° 105, et on déterminerait ensuite le point M, ainsi qu'il vient d'être dit.

Je terminerai cet article en faisant remarquer que, si les points A et M étaient tous deux donnés sur la carte, on chercherait la différence de leurs latitudes LK, exprimée en degrés, d'où l'on conclurait AC, en prenant ce nombre de degrés sur l'échelle des longitudes; tirant ensuite BC, on déterminerait la droite AB, qui, portée sur l'échelle des longitudes, donnerait, en degrés, la distance des points A et M. L'angle NAM ferait connaître le rumb de vent qu'il faut suivre pour se rendre de l'un de ces lieux à l'autre.

On peut déjà, d'après ce qui précède, juger de l'utilité des cartes réduites; et plus loin on verra qu'elles ont encore, sous d'autres rapports, des avantages sur les cartes géographiques ordinaires.

108. Les règles que je viens de rapporter, fondées sur les

rincipes de la géométrie, conduiraient à des résultats rigoureusement exacts, si l'on partait de données qui le fussent aussi; mais la direction des routes, indiquée par la bousole, est souvent affectée de la variation de l'aiguille aimantée qu'on n'a pas toujours observée. Sur mer, il s'y mêle encore une autre cause d'erreur : c'est la *dérive*, ou l'angle que fait la véritable route que suit le navire, avec la direction de sa quille, lorsque, recevant par le travers l'impulsion du vent, une partie de cette force tend à l'écarter de sa route, sur laquelle l'action du gouvernail et la grande résistance que le fluide oppose à ses côtés, le maintiennent à peu près. Cet angle, assez difficile à déterminer, est rarement indiqué par les navigateurs des siècles précédens.

La mesure du chemin parcouru, offre aussi de grandes incertitudes. Les anciens, le plus souvent, l'exprimaient par le nombre des journées de marche ou de navigation; et c'est une discussion assez délicate, que de fixer la valeur de ces journées, qui varient suivant les temps, les mesures adoptées, les régions parcourues, la manière de voyager, la forme et la grandeur des bâtimens.

On ne parvient, après la discussion de toutes ces circonstances, qu'à des valeurs moyennes d'autant plus probables, qu'on a combiné plus de faits particuliers. En étudiant aussi la forme des sinuosités des routes, dans les pays coupés par des montagnes ou par des cours d'eaux considérables, et dans les pays de plaines, on peut arriver à des résultats généraux, sur l'augmentation que les détours occasionnés par ces obstacles, apportent dans la longueur des routes, et dont il faut par conséquent diminuer celles-ci, pour en conclure les distances sur un même alignement.

L'évaluation du chemin parcouru par un navire, exige la connaissance de l'effet des courans, qui agissent à la fois sur

le vaisseau et sur le morceau de bois, ou *bateau* du *loch*, que les marins jettent à la mer pour en faire un point fixe, et pour compter de combien ils s'en éloignent dans un temps donné, ordinairement une demi-minute. Une corde divisée par des nœuds, dont la distance est la cent vingtième partie du mille nautique, parce que la demi-minute est la cent vingtième partie de l'heure, sert à mesurer cet éloignement; mais si le vaisseau et le bateau sont soumis à l'action du même courant, la distance à laquelle le vaisseau se trouve du loch, ne fait connaître que la vîtesse relative du vaisseau à l'égard du courant; et il reste encore à déterminer la vîtesse que ce courant imprime en même temps au bateau du loch et au vaisseau. C'est de là que viennent en partie les différences, souvent très-considérables, entre le lieu où les pilotes s'*estiment* suivant le calcul de leurs routes, et celui où le bâtiment est réellement parvenu. De là vient aussi que les terres découvertes par les Magellan, les Mendana, les Quiros, ont été si mal placées en longitude, qu'on a eu de la peine à les retrouver. On a promené pour ainsi dire dans près d'un huitième de la circonférence du globe, les îles *Salomon*, si remarquables par leur étendue et par la description circonstanciée que nous en ont laissée les compagnons de Mendana, qui les a découvertes. Tous les navigateurs qui ont parcouru ces parages après lui, en commençant par Quiros qui l'y avait accompagné, et qui le suivit immédiatement, ne purent y parvenir. On révoqua même en doute leur existence; mais M. Buache a enfin prouvé qu'elles n'étaient autres que la terre des *Arsacides* et les îles adjacentes, découvertes par MM. de Bougainville et de Surville. La latitude qu'on leur avait d'abord assignée se trouvait assez exacte; mais les courans qui ont lieu de l'*est* à l'*ouest*, dans la mer du sud, avaient augmenté de beaucoup, sans qu'il pût l'apercevoir,

chemin fait par Mendana, qui ne s'estima qu'à 1500 lieues pagnoles ou environ 1700 lieues marines de France, des côtes du Pérou, lorsqu'il en était réellement à près de 2400 lieues.

Les navigations autour du globe, sur-tout les dernières, pendant lesquelles l'observation fréquente des longitudes a permis de comparer dans beaucoup de points, le chemin estimé avec celui qui avait été réellement parcouru, ont procuré des données très-multipliées et très-importantes sur la vîtesse des courans dans les diverses parties de l'Océan.

En effet, si l'on prend la différence entre la latitude conclue de l'estime et celle que donne l'observation, que l'on opère de même à l'égard des longitudes, et que l'on convertisse ces différences en mesures itinéraires, on aura les quantités dont le navire aurait été porté, tant dans la direction *nord* et *sud*, que dans la direction *est* et *ouest*, par l'effet seul des courans. Ces deux directions étant perpendiculaires entr'elles, peuvent être représentées par les côtés AC et BC, du triangle ABC, *fig.* 59; et si on a pris AC et BC, égaux respectivement aux chemins occasionnés par le courant, il est évident, d'après le n° 105, que AB représentera en grandeur et en direction, le chemin unique, dû à ce même courant, et qui avait été d'abord décomposé dans le sens du méridien et dans le sens perpendiculaire.

C'est ainsi que M. de Fleurieu a discuté les observations faites dans le *Voyage du capitaine Marchand*, dont il est le rédacteur, et qu'il a enrichi de beaucoup de remarques intéressantes.

109. Quand on a adopté pour l'évaluation des distances en ligne droite un résultat, l'application du procédé du n° 105 suffira presque toujours pour construire le plan *figuratif* des données, déduites des relations historiques ou itinéraires; car ces distances ne peuvent être exactes que lorsqu'elles sont

petites, auquel cas, on peut (n° 88) négliger la projection, et lorsqu'elles sont grandes, l'incertitude dont elles sont affectées surpasse le plus souvent les réductions qu'exigeraient les lois de la projection, qu'on peut donc encore négliger dans la confection de cette espèce de carte, sauf à y avoir égard ensuite, lorsqu'on appliquera ces matériaux (n° 91) sur les cartes géographiques assujéties à une projection et aux observations astronomiques.

110. En résumant tout ce qui précède, on peut juger de l'étendue et de la variété des connaissances que doit posséder un géographe, des lectures auxquelles il doit se livrer assiduement, des notes qu'il doit recueillir, et sur-tout classer et discuter d'après les règles de la saine critique. J'ai dû, dans une Introduction, me borner aux notions générales, et renvoyer aux traités particuliers les exemples spéciaux. C'est dans les écrits des Deslisle, des Danville, des Buache, des Gosselin, des Barbié du Boccage, qu'il faut chercher les élémens nécessaires aux combinaisons géographiques. On y verra comment, en compulsant dans les auteurs anciens tous les passages qui ont rapport aux mêmes lieux, en traçant toutes les configurations qui résultent des indications contenues dans ces passages, et en balançant par une critique éclairée, le poids des diverses autorités, on est parvenu à rectifier les unes par les autres. On a le plus souvent réussi dans ces recherches, par une circonstance qu'offrent presque toujours les travaux et l'opinion des hommes, qui, après avoir reconnu qu'ils se sont trompés dans un sens, se trompent ensuite en sens contraire, dans la crainte de retomber encore dans la première faute. Alors les esprits judicieux, en s'écartant des opinions extrêmes, opèrent la compensation de ces erreurs, et arrivent à la vérité, en s'appuyant sur des données très-défectueuses.

A la suite des voyages faits dans l'intérieur de l'Afrique par MM. Mungo-Park et Hornmann, on trouve aussi des notes du savant M. Rennell, qui présentent une suite de discussions aussi propres à faire comprendre la nature et le but des méthodes de la géographie critique, qu'importantes pour fixer l'état de nos connaissances sur l'intérieur de l'Afrique.

Des usages des diverses sortes de cartes.

111. Après avoir sommairement exposé les principes de *la construction* des cartes, il ne reste à parler de leurs usages.

La plupart se présentent d'eux-mêmes, ou n'exigent que l'intelligence d'un petit nombre de signes faciles à reconnaître, et qu'autrefois on avait soin d'expliquer dans une légende placée à l'un des côtés de la carte.

Ces signes marquent l'emplacement des lieux, et sont modifiés suivant l'importance de ces lieux, le rang qu'ils occupent dans le gouvernement civil, militaire ou ecclésiastique du pays. Il faut remarquer toujours le très-petit cercle, qui est, ou adjacent ou incorporé à chacun de ces signes, parce que c'est le centre de ce cercle qui fixe la position du lieu correspondant.

Lorsque la carte descend dans un détail assez grand, on y exprime les principaux traits du plan des villes un peu étendues; et il convient alors d'indiquer dans ce plan, celui de ses points auquel se rapporte la position géographique.

Un simple trait marque les cours d'eau de peu d'importance; et l'on n'indique séparément les deux rives, que lorsque la largeur du fleuve ou de la rivière peut être appréciée par l'échelle de la carte, ce qui a lieu le plus souvent aux embouchures.

C'est par un trait bien net, bordé de hachures, que l'on indique les rivages de la mer. Dans les cartes géographiques, ces hachures sont extérieures par rapport aux terres, et sem-

blent désigner les ondulations de la mer sur les côtes, tandis que dans les cartes marines, les hachures sont portées sur la terre, comme pour faire sentir l'escarpement des côtes; et, à cet égard, le dessin de ces cartes a été considérablement perfectionné au *Dépôt de la marine*, dans ces derniers temps.

Les canaux de navigation, tracés sur une suite d'alignemens, sont représentés par des lignes brisées, qui les distinguent suffisamment des cours d'eau naturels indiqués par une ligne ondulée.

Les routes sont souvent marquées par deux traits fins et parallèles, quelquefois par de simples lignes, soit pleines, soit ponctuées; cependant, on réserve le plus ordinairement ces dernières pour marquer les limites des états et de leurs provinces, et on varie, à cet effet, la grandeur et la forme des points. Pour les rendre encore plus sensibles, on les enlumine de diverses couleurs. Dans quelques pays, particulièrement en Allemagne, on place une même teinte sur toute l'étendue de la région qu'on veut distinguer des autres. Cette manière d'enluminer a peut-être moins de grâce que celle qui est usitée en France, mais elle a aussi l'avantage de faire mieux apercevoir la grandeur des régions et les formes de leurs limites.

On joint à ces marques beaucoup d'autres signes particuliers au but auquel la carte est destinée. Les uns, en partie pittoresques et en partie conventionnels, servent à faire connaître les formes de la surface terrestre dans ces régions, ou ce que l'on entend par le ton du pays, c'est-à-dire, s'il est plat ou montueux, nud ou boisé, sec ou marécageux. L'étendue des forêts ayant considérablement diminué dans les pays très-peuplés, elles ont dû disparaître de presque toutes les cartes à petit point; il n'en est pas de même des divers ordres

d'inégalités de la surface terrestre, objet très-important qui sera traité plus bas avec quelque détail.

Les autres signes, purement conventionnels, ont rapport aux formes de l'administration, civile, militaire, aux productions naturelles du pays, etc. Il serait bien à désirer, à l'égard de ces derniers, qu'il s'établit un usage général et relatif à la grandeur de l'échelle; de manière que les signes géographiques fussent une sorte d'écriture universelle; et dans cette vue, le *Dépôt de la guerre* a publié, dans le n° 5 de son *Mémorial*, un procès-verbal des séances où des commissaires, pris dans les divers services publics, ont arrêté le nombre et la forme des signes qui seraient employés sur les cartes rédigées pour ces services. Rien ne serait plus utile à la géographie que l'adoption de la plus grande partie de ce travail, et notamment de la progression régulière des échelles, qui assujétit à un rapport exact, les divers ordres de cartes.

Les cartes sont orientées par l'indication des points cardinaux qu'on inscrit sur les bords, à moins que la forme de la projection, en distinguant les méridiens des parallèles, ne rende cette indication superflue : dans le premier cas, les mots *nord* ou *septentrion*, *midi* ou *sud*, *orient* ou *est*, *occident* ou *ouest*, écrits sur les quatre bords du cadre, font connaître le sens dans lequel la carte répond aux pôles terrestres. Plus communément, c'est le haut de la carte qui répond au *nord*, le bas au *midi* (1), le côté droit à l'*orient* et le côté gauche à l'*occident*. Cependant, les dimensions de la carte exigent quelquefois que l'on change cet ordre; mais

(1) Le mot *sud* paraîtrait dans ce cas préférable à celui de *midi*, qui rappelle la position du soleil au milieu du jour, position qui, pour les pays situés au delà du tropique, dans l'hémisphère austral, répond constamment au *nord*.

alors on a toujours soin d'en avertir, en inscrivant sur chaque bord sa dénomination particulière, ou en traçant sur la carte une rose de vents, dont la pointe principale indique toujours le *nord*.

Ce n'est guère que sur les plans topographiques, ou sur les cartes plates, que les signes précédents sont absolument nécessaires; car, lorsque la projection est bien marquée, la convergence des méridiens fait connaître suffisamment de quel côté se trouve le pôle le plus voisin des régions que représente la carte. Je ferai remarquer que ce but n'est pas le seul pour lequel il soit utile de considérer, avec quelque attention, le cours des lignes qui représentent les méridiens et les parallèles. Si l'on a gravé dans sa mémoire les formes des diverses projections dont il est parlé dans cet écrit, on pourra reconnaître sans peine celle qui a été employée dans la carte qu'on examine, et juger ainsi de ses propriétés et des opérations dont elle est susceptible. On reconnaîtra, par exemple, la projection conique; lorsque les méridiens seront des lignes droites convergentes; les parallèles des cercles concentriques et équidistans; et la projection du n° 81, presque toujours employée par Danville, se distingue en observant que les parallèles y sont des cercles concentriques, que les méridiens sont courbes; mais comprennent toujours sur le même parallèle, des espaces égaux.

Les principaux usages auxquels on fait servir une carte, sont de trouver la latitude et la longitude d'un lieu, de déterminer la distance qui le sépare d'un autre, et de calculer l'étendue d'une région. Je vais parcourir successivement les procédés que ces usages exigent.

112. La latitude et la longitude d'un lieu placé sur une carte, seraient bien aisées à déterminer, s'il se trouvait exactement sur l'un des parallèles et sur l'un des méridiens tracés.

sur la carte, puisqu'il n'y aurait qu'à lire dans les graduations marquées sur ses bords, les nombres correspondant à ce parallèle et à ce méridien ; mais lorsque cette circonstance n'a pas lieu, il faut avoir égard à la projection de la carte.

Si les méridiens y sont des lignes parallèles, comme dans les cartes plates ou les cartes réduites, la latitude d'un lieu quelconque se trouvera en prenant sa distance au parallèle le plus voisin, dans le sens du méridien; et portant cette distance sur le méridien gradué, on aura la latitude de ce point : sa longitude s'obtiendra par la mesure de sa distance au méridien le plus proche, prise dans le sens du parallèle.

Les graduations marquées sur les bords de la carte, devenant obliques à l'égard des parallèles, quand ceux-ci sont des lignes courbes (voyez *fig.* 43 et 46), les distances prises comme on vient de le dire, et portées sur ces graduations, ne donneraient pas exactement la différence de latitude entre le point proposé et le parallèle le plus voisin. De plus, les intervalles entre les méridiens changeant d'un parallèle à l'autre, les graduations de longitude ne sauraient convenir aux points situés au milieu de la carte, en sorte qu'il faudrait, à la rigueur, décrire le parallèle et le méridien qui passent par le lieu proposé, et les prolonger jusqu'aux bords de la carte, ce qui n'est guère praticable que sur la projection polaire, dans laquelle les méridiens sont des lignes droites, et les parallèles des cercles dont le centre coïncide avec celui de la carte. On se borne donc en général à trouver immédiatement le rapport que les distances du lieu proposé, au parallèle et au méridien les plus proches, ont avec celles des deux parallèles et des deux méridiens entre lesquels tombe ce lieu. Il est visible que cette estimation sera d'autant plus facile, que les parallèles et les méridiens seront plus serrés sur la carte, parce que leur courbure et l'inégalité de leurs parties

seront moins sensibles à raison de la petitesse des intervalles.

Sur la projection conique, où les méridiens sont des lignes droites perpendiculaires aux parallèles, on peut prendre la plus courte distance entre le point proposé et le parallèle qui en est le plus voisin, pour la porter sur l'échelle de la carte, qui donne la valeur de cette distance exprimée en lieues, que l'on convertira en degrés. On voit par là qu'il est très-commode que la carte porte une échelle divisée au moins en lieues marines, parce que leurs divisions se convertissent plus aisément en degrés et minutes ; mais ce qui serait le mieux, se serait de diviser l'un des méridiens même de la carte, parce qu'il rencontre les parallèles à angle droit, et que l'on y trouverait immédiatement la mesure des différences de latitude pour toutes les parties de la carte.

Il reste toujours un peu de difficulté dans la détermination précise de la longitude; car il faut encore décrire ou au moins concevoir le parallèle qui passe par le point proposé, pour estimer, dans le sens de ce cercle, le rapport entre la distance de deux méridiens, et celle du point proposé au méridien qui en est le plus proche. Aussi pour ces sortes d'opérations et pour plusieurs autres encore, les cartes dont les méridiens et les parallèles sont des lignes droites, offrent-elles beaucoup d'avantages.

113. L'usage des échelles pour mesurer la plus courte distance entre deux points sur une carte, n'a guère besoin d'explication puisqu'il suffit de mesurer la droite qui joint ces points ; mais la plus importante à connaître étant la distance itinéraire, on doit, lorsque les routes sont marquées, mesurer le long de ces lignes, en prenant en particulier, par une ouverture de compas, chacune des parties comprises entre leurs détours ; et c'est ce qu'on ne pourrait pratiquer, au plus, que sur les cartes chorographiques, la projection

MAPPEMONDE,
SUR L'HORISON DE PARIS,
Dressée par P. LAPIE, Géographe.

Nord

Ouest

Est

Sud

empêchant, dans le plus grand nombre de cas, les cartes générales d'admettre des échelles.

14. Les mappemondes en sont encore moins susceptibles; et on ne doit les regarder que comme des tableaux qui représentent, autant bien qu'il est possible, sous une forme portative, l'ensemble et les connexions des principales régions du globe : voilà pourquoi, comme je l'ai déjà dit, il est à propos et même nécessaire d'en avoir de construites par rapport à divers points de vue, afin de rapprocher dans les unes, ce que les autres ont séparé (n° 66). A la vérité la projection stéréographique ou orthographique d'un hémisphère entier, sorte de carte que l'on nomme *planisphère*, peut servir à résoudre, par des procédés géométriques, exposés dans plusieurs traités d'astronomie et de trigonométrie sphérique, les problèmes relatifs au globe; mais ces questions, plus curieuses qu'utiles, n'intéressent guère que les astronomes qui, pour les résoudre, préfèrent les méthodes de calcul comme beaucoup plus exactes. La projection stéréographique horizontale, est à peu près la seule qui soit susceptible d'opérations assez simples pour trouver place ici.

1° On y trouve sur-le-champ la distance entre le lieu placé au centre de la carte et tous les autres, ainsi que la direction du plus court chemin qui tend à chacun de ces lieux. En prenant dans un planisphère construit sur l'horizon de Paris, la distance de cette ville à Pekin, par exemple, et la portant sur le rayon divisé en degrés à partir du centre, on en trouvera 74 comme sur le globe (n° 63). Si l'on tire ensuite la ligne qui joint Paris à Pékin, ou si l'on place le bord d'une règle sur ces deux villes, il ira rencontrer la circonférence de la carte, à 43 degrés de l'*est* vers le *nord*

Si le lieu dont on cherche la distance, se trouvait dans

l'hémisphère opposé à celui dont Paris occupe le centre, il faudrait mesurer celle du premier, au centre de son hémisphère qui répond aux antipodes de Paris, et retrancher cette distance de la demi-circonférence du globe, qui mesure l'éloignement entre Paris et ses antipodes. Quant à la direction des deux distances, celle qui part de Paris est l'opposée de celle qui part de ses antipodes.

2° Le même planisphère fait trouver pour l'horizon sur lequel il est construit, l'heure à laquelle le soleil se lève et se couche. La différence de longitude entre le méridien du centre et celui qui termine le parallèle décrit par le soleil, étant convertie en temps, à raison d'une heure pour 15 degrés, donne l'intervalle qui s'écoule entre le passage du soleil au méridien et son arrivée à l'horizon. Il suffit donc de connaître la déclinaison du soleil pour le jour proposé, et de chercher le parallèle qui est éloigné de l'équateur d'un nombre de degrés égal à cette déclinaison, et placé du même côté.

Le jour du solstice d'été, par exemple, la déclinaison du soleil étant de 23° 28′, on suivra ce parallèle qui est le tropique du cancer, jusqu'à ce qu'il rencontre l'horizon; on trouvera que le méridien passant par ce point est à 120° de celui de Paris, ce qui répond à 8 heures. Telle est l'heure du couché du soleil; et on voit en même temps qu'il a lieu au point de l'horizon qui est à 37° de l'*ouest* vers le *nord*.

3° On détermine avec autant de facilité la hauteur du soleil et son azimuth à un instant quelconque, car si l'on convertit en degrés l'intervalle entre cet instant et midi, on aura la différence de longitude entre le méridien du centre de la la carte et celui qui passe par le soleil. L'intersection de ce méridien avec le parallèle correspondant à la déclinaison du soleil, donnera la projection du lieu apparent de cet astre.

MAPPEMONDE,
SUR L'HORISON DES ANTIPODES DE PARIS,
Dressée par P. LAPIE, Géographe.

Prenant la distance de ce point au centre de la carte, et la portant sur le rayon gradué, on aura la distance du soleil au zénith; joignant ensuite ces deux points par une droite ou par le bord d'une règle, elle marquera sur la circonférence de la carte l'azimuth du soleil.

Veut-on savoir quels sont la hauteur du soleil et son azimuth à trois heures après-midi le jour du solstice d'été? On convertira trois heures en degrés, ce qui en donnera 45, et prenant la distance entre le centre de la carte et le point où le tropique du cancer est rencontré par le méridien qui fait un angle de 45° avec celui du milieu du planisphère, pour la porter sur ce dernier, on obtiendra 43° environ, pour la distance du soleil au zénith, et par conséquent 47 pour sa hauteur. La droite qui passe par la projection du lieu de cet astre et par le centre de la carte, répond à 19° $\frac{1}{2}$ de *l'ouest:* c'est l'azimuth cherché.

On opérerait de même avec une autre déclinaison, et pour un autre astre que le soleil, mais alors les intervalles de temps devraient être comptés à partir de l'instant du passage de cet astre par le méridien, instant dont la détermination dépend d'un calcul purement astronomique.

4° Si, du centre de l'hémisphère opposé à celui qu'occupe le point auquel se rapporte la carte, on décrit un cercle passant à 18° de l'horizon, ce sera le *cercle des crépuscules*, c'est-à-dire, celui sur lequel se trouve la projection du lieu apparent du soleil lorsqu'il est à 18° au-dessous de l'horizon (n° 41).

En remarquant l'un des points où ce cercle coupe le parallèle correspondant à la déclinaison du soleil, et prenant la différence de longitude entre ce point et celui où le parallèle rencontre, de ce côté, l'horizon, puis convertissant cette différence en temps, on aura la durée du crépuscule.

Lorsque le soleil se trouve sur le tropique du Capricorne,

par exemple, la différence dont il s'agit est d'environ 31°, pour l'horizon de Paris, et répond par conséquent à plus de 2 heures, qui est en effet la durée du crépuscule, au solstice d'hiver; mais le tropique du Cancer ne descendant pas au-dessous de l'horizon assez pour atteindre le cercle crépusculaire, il en résulte qu'à proprement parler, il n'y a pas de nuit à Paris ce jour là.

La durée des crépuscules variant d'un jour à l'autre, on peut désirer de connaître le temps où elle est la plus courte, qui se découvre aisément à l'inspection du planisphère horizontal, car on voit que c'est vers le 7° de déclinaison australe que se trouve la plus petite différence de longitude entre les intersections des parallèles avec le cercle crépusculaire et l'horizon. Cette déclinaison du soleil a lieu à peu près au 10 octobre.

Je ne me suis autant étendu sur ces problèmes, quoiqu'ils appartiennent plutôt à l'astronomie qu'à la géographie, que parce que, dépendant de circonstances physiques un peu variables et même incertaines, il suffit d'en avoir des solutions approchées, et que sous ce rapport l'usage du planisphère est beaucoup plus prompt que celui du calcul, sur-tout si l'on se sert des mappemondes que M. André (connu alors sous le nom de *Père Chrysologue de Gy*) a construites sur l'horizon de Paris; il y a apporté beaucoup de soin, et les a fait monter d'une manière commode pour résoudre beaucoup de problèmes, soit géographiques soit astronomiques, expliqués dans l'instruction dont elles sont accompagnées. Depuis, il a encore perfectionné ce travail, et construit de nouveaux planisphères, sur une échelle beaucoup plus grande.

Je terminerai cet article, en faisant remarquer que si on prenait pour plan de projection un cercle d'illumination, par exemple, celui qui répond à notre solstice d'été, et qui se

confond avec l'horizon pour la latitude de 23° 28′, la mappemonde qui en résulterait, indiquerait la durée du jour solsticial pour toutes les latitudes, en convertissant en temps, la différence de longitude des méridiens qui terminent les parallèles de ces latitudes, sur chaque hémisphère.

115. Je reviens aux usages purement géographiques des cartes; et je vais développer les procédés propres à déterminer l'étendue superficielle, ou l'aire d'une région quelconque. Il faut ici distinguer deux cas : celui dans lequel la projection de la carte représente par des superficies égales, les régions d'égale étendue sur le globe, et le cas contraire. Dans le premier, l'aire des régions s'obtient comme celle des figures planes, soit en inscrivant des rectangles dans l'espace compris entre les lignes qui les terminent; soit en les ramenant, du moins par approximation, à des figures rectilignes.

Dans le second, au contraire, il faut nécessairement employer le procédé indiqué dans le n° 59, à l'égard du globe, et qui convient également à toutes les espèces de cartes.

Pour l'appliquer commodément, il faut déterminer l'étendue en longitude de la région proposée, sur chacun des parallèle qui la traversent, soit de degré en degré, soit de demi-degré en demi-degré, soit enfin à de plus petits intervalles encore, si l'on veut mettre plus de soin dans l'opération, ou que la région ait moins d'étendue. On évaluera ensuite directement, ou par la table qu'on trouve à la fin de cet ouvrage, chacune de ces bandes.

La figure 63 représente un contour très-irrégulier, décomposé ainsi en plusieurs bandes. Afin d'avoir égard à l'obliquité de ce contour, par rapport aux méridiens, on choisit sur chaque bande les points extrêmes, tels que A et B, de manière que la partie E de la figure qui est hors de la bande, soit à peu près égale à la partie E′ dont la bande excède de

l'autre côté la figure proposée, et qu'il en soit de même des parties F et F′. Ce choix ne peut guère se faire qu'à vue; mais il est aisé de sentir qu'il sera d'autant moins susceptible d'erreur, que l'on descendra à de plus petites divisions, et que d'ailleurs la question qui nous occupe ne peut admettre qu'une solution approchée, dans laquelle l'importance des petites erreurs diminue à mesure que l'on embrasse de plus grands espaces.

Si donc on a trouvé que la différence de longitude, des méridiens passant par les points A et B, est de 5° 45′, le parallèle inférieur étant à 40° de latitude, on cherchera dans la table la valeur du quadrilatère sphérique correspondant à cette latitude, et on trouvera le nombre 152,64 qu'il faut multiplier par $5° \frac{3}{4}$; ce qui produit 887 lieues carrées et $\frac{68}{100}$ pour l'espace entier.

Lorsque les deux parallèles qui terminent la zone, rencontrent plusieurs fois le contour de la région proposée, comme dans la partie supérieure de la figure, il faut réunir d'abord les différences de longitude des méridiens qui comprennent ces diverses portions, telles que G, H, et multiplier par la somme de ces différences, la valeur du quadrilatère sur la zone dont il s'agit. Ayant obtenu l'étendue que la région proposée a sur chaque zone, il ne reste plus qu'à faire la somme de tous ces résultats, pour parvenir à la mesure totale de son étendue. Ces détails me paraissent suffisans pour opérer sur quelque région et sur quelque carte que ce soit; on trouvera d'ailleurs à la fin de cet ouvrage le tableau du calcul approximatif de l'étendue de la mer Méditerranée.

Il est visible que l'opération décrite plus haut est d'autant plus facile, que les méridiens et les parallèles sont plus rapprochés sur la carte qu'on emploie; et ce n'est pas le seul cas où cette construction soit utile (n° 112) : cependant dans la

TABLEAU DU CALCUL DE L'ÉTENDUE SUPERFICIELLE DE LA MÉDITERRANÉE,

Dressé d'après une nouvelle carte manuscrite de M. Lapie, qu'il a bien voulu me communiquer.

INDICATION des parallèles.	LIMITES DES BANDES, EN LONGITUDE.	Étendue en long.	Superficie de chaque bande en y comprenant les petites îles.	Superficie des îles de chaque bande.	Superficie occupée par la mer.
		lieues car.	lieues car.	lieues car.	lieues car.
De 30°,75 à 31°	Depuis 13°,925 jusqu'à 16°,500.	2°,575	221,868	»	221,868
De 31 à 32	13,210 — 16,530. Dep. 23,666 jusq. 28,540. Dep. 29,380 jusq. 32,200.	11,014	3756,325	»	3756,325
De 32 à 33	12,000 — 17,570. Dep. 20,700 jusqu'à 29,620.	17,490	5900,252	»	5900,252
De 33 à 34	9,305 — 32,965.	23,660	7891,793	»	7891,793
De 34 à 35	9,333 — 22,600. Dep. 22,660 jusq. 30,340. Dep. 30,791 jusq. 33,460.	23,616	7783,014	7,326	7777,688
De 35 à 36	7,166 — 3,833. Dep. 8,800 jusq. 22,063. Dep. 23,000 jusq. 30,420. Dep. 31,000 jusq. 33,470.	26,487	8625,227	26,232	8598,995
De 36 à 37	6,500 — 0,333. Dep. 8,720 jusq. 12,280. Dep. 12,709 jusq. 19,300. D. 20,275 j. 26,666. D. 28,000 j. 31,000.	26,943	8864,295	125,044	8539,251
De 37 à 38	3,380 — 7,000. Dep. 8,000 jusq. 10,428. Dep. 13,000 jusq. 19,090. Dep. 20,650 jusq. 25,050.	23,493	7455,903	116,358	7339,545
De 38 à 39	2,480 — 1,000. Dep. 0,937 jusq. 14,000. Dep. 15,000 jusq. 19,350. Dep. 21,000 jusq. 24,500.	24,266	7596,541	286,953	7309,588
De 39 à 40	0,520 — 0,500. Dep. 0,930 jusq. 6,100. Dep. 7,300 jusq. 13,800. D. 14,900 jusq. 17,900. D. 20,600 j. 24,000.	20,970	6472,391	85,736	6386,655
De 40 à 41	1,750 — 6,000. Dep. 7,335 jusq. 12,338. Dep. 15,833 jusq. 17,300. 21,333 j. 23,833. D. 25,000 j. 26,277.	18,047	5489,176	26,292	5462,884
De 41 à 42	0,056 — 6,450. Dep. 7,000 jusq. 10,472. Dep. 14,100 jusq. 17,080.	12,958	3881,692	»	3881,692
De 42 à 43	0,810 — 6,450. Dep. 7,061 jusq. 8,948. Dep. 12,000 jusq. 16,000.	11,849	3397,068	16,384	3380,684
De 43 à 44	3,870 — 8,000. Dep. 11,030 jusq. 14,200.	7,240	2100,686	36,269	2064,417
De 44 à 45	6,000 — 6,500. Dep. 10,000 jusq. 12,820.	3,320	947,196	36,455	910,741
De 45 à 45,666	10,000 — 11,580.	1,580	295,313	18,691	276,622
		TOTAL. . . .			79699,000

INDICATION des parallèles.	ÉTENDUE des îles en lat.	ÉTENDUE des îles en long.
De 34 à 35	10′	0°,133
De 35 à 36	10′	0,483
De 36 à 37	10′	2,333
De 37 à 38	10′	2,200
De 38 à 39	10′	5°,500
De 39 à 40	10′	1,666
De 40 à 41	10′	0,516
De 41 à 42	10′	0,333
De 43 à 44	10′	0,750
De 44 à 45	10′	0,766
De 45 à 45,666	10′	0,400

Nota. Pour faciliter l'évaluation des îles qui n'embrassent pas un degré en latitude, on les a partagées en quadrilatères ayant 10′ de hauteur en latitude, ce qui fait ⅙ de degré ; on les a réunies sur chaque bande, pour les retrancher de l'étendue de cette bande, ce qui a fourni la colonne intitulée *superficie occupée par la mer*, et l'addition des nombres de cette colonne a donné 79699 ou, en nombre rond, 80000 lieues marines carrées pour la superficie totale de la mer Méditerranée.

vue, probablement, d'éviter la confusion, on diminue chaque jour sur les cartes le nombre des méridiens et des parallèles, au point de rendre très-difficile l'estimation de la latitude et de la longitude d'un lieu. Je crois cette précaution superflue, pour ce qui regarde la clarté dans les cartes géographiques, parce que la symétrie des méridiens et des parallèles, les distingue suffisamment des contours tracés en lignes irrégulières et ondulées, auxquelles on peut donner d'ailleurs plus de fermeté. Il ne me paraît donc pas nécessaire de sacrifier à cette prétendue clarté un ensemble de lignes propre à justifier l'exactitude de la carte, en même temps qu'à multiplier ses usages.

Il existe une carte de France de M. Rizzi-Zannoni, publiée en 1767, sous le titre de *projection géo-sphérique ou plan trigonographique de la France*, où les méridiens et les parallèles sont tracés de 5 en 5′, et sur laquelle on aurait pu marquer beaucoup plus de lieux qu'elle n'en contient, sans qu'elle parut trop confuse, sur-tout si on avait eu le soin de ne pas écrire tous les noms dans le sens des parallèles. Il aurait été à désirer aussi que la gravure eût été dirigée avec plus d'exactitude, mais cet exemple prouve qu'une carte de cette étendue devrait au moins contenir les méridiens et les parallèles tracés de 30 en 30′.

Le parallélisme des lignes qui représentent les méridiens et les parallèles dans les cartes marines, a permis sans beaucoup d'inconvénient d'en diminuer le nombre, parce qu'on peut prendre immédiatement avec un compas la distance de chaque point au méridien et au parallèle les plus voisins, pour la porter sur le côté correspondant du cadre de la carte, ou bien placer sur le point que l'on considère et parallèlement à l'un des côtés du cadre de la carte, le bord d'une règle qui marquera, sur l'autre côté, le degré du méridien ou du paral-

lèle passant par ce point : aussi ces cartes sont elles les plus commodes pour calculer l'étendue des régions comme pour trouver la latitude et la longitude des points qu'elles renferment.

De l'expression du nivellement sur les cartes.

116. Ce n'est pas assez d'avoir sous les yeux, dans les cartes, la situation des lieux, la connexion des régions, leur étendue, leurs divisions, leurs limites, circonstances qui appartiennent à la géographie mathématique et politique; on voudrait aussi connaître les formes de la surface terrestre dans ces régions, c'est-à-dire, son élévation ou son abaissement, par rapport à celle de la sphère qui coïnciderait avec la surface de la mer, supposée calme; de laquelle on part pour mesurer les inégalités de la terre. J'ai déjà dit que, pour faire connaître ces inégalités, les dessinateurs ont imaginé des moyens soit pittoresques, soit de convention, qu'ils appliquent principalement aux plans topographiques. Il suffit de jeter les yeux sur des plans de ce genre, pour reconnaître les signes qu'on y emploie, et pour sentir que les parties ombrées plus ou moins fortement, représentent des pentes plus ou moins roides, sur lesquelles la lumière se perd, d'autant plus qu'elles sont plus près d'être à pic. Mais, à cet égard, le dessin des cartes géographiques est resté long-temps bien en arrière de celui de la topographie.

En effet, les inégalités du terrain, depuis les plus hautes chaînes de montagnes jusqu'aux collines du dernier ordre, peuvent se graduer d'une manière correspondante à toutes les autres circonstances géographiques, et par conséquent trouver place dans les détails proportionnés à leur grandeur. Les pics, ou pointes isolées, reposent en général sur des élévations plus ou moins considérables, mais dont l'étendue offre des contours qui déterminent la forme des vallées, et qui sont susceptibles d'être exprimés, comme les sinuosités des côtes, qui ne sont pareillement, à l'égard du fond

de la mer, que des crêtes de montagnes. On sent, d'après ces remarques, combien sont vagues et insignifiantes ces montagnes marquées en pointes isolées, dans la plupart des cartes; on n'y voit autre chose, sinon que le pays qu'elles occupent est montueux : autant vaudrait-il écrire, *là il y a des montagnes;* rien n'indiquant le cours des chaînes, leurs divers abaissemens et leurs connexions, soit entr'elles, soit avec les îles qui sont les sommets des chaînes de *montagnes sous-marines*, c'est-à-dire traversant le bassin des mers.

Philippe Buache est le premier qui se soit spécialement attaché à la géographie physique, et qui ait cherché à donner une idée précise des embranchemens des diverses chaînes de montagnes du globe, liées aux inégalités du fond des mers, par le moyen des profondeurs d'eau ou *sondes*, marquées sur les cartes marines. Il construisit, avec beaucoup de soin, un globe sur lequel ces formes étaient exprimées en relief, à la vérité d'une manière exagérée par rapport au diamètre de ce globe; car sans cela il eût été impossible d'en faire sentir aucune (n° 50). Dans les cartes qu'il composa sur cette matière, il employa, pour indiquer les chaînes de montagnes, les moyens affectés à la topographie, et traça en conséquence les contours de la ligne de leurs sommités. Il y joignit aussi des *profils* ou *coupes*, suivant des lignes données, sur lesquelles il construisit, d'après une échelle convenable, les hauteurs des différens points du terrain : on en verra des exemples dans les planches de cet ouvrage.

Divers auteurs profitant de cette première idée, et s'aidant de connaissances acquises depuis, ont publié des mappemondes et des cartes très-bonnes à consulter, pour connaître les grandes inégalités de la surface terrestre; mais on manquait encore de moyens précis pour les représenter, et pour faire juger de leurs hauteurs respectives.

117. Les *profils* ne laissaient rien à désirer quant à la précision; mais il n'était guère possible de les multiplier assez pour faire connaître, dans tous les sens, la forme d'une portion quelconque de la surface terrestre.

En observant que, si l'on joignait sur une carte marine, par une ligne, tous les points auxquels sont marqués des sondes égales, le contour de cette ligne serait celui d'une section faite au fond de la mer, par un plan horizontal abaissé au-dessous de la surface du fluide, d'une quantité égale au nombre de mesures ou *brasses* contenues dans la sonde, M. Ducarla conçut un moyen aussi ingénieux que satisfaisant, pour représenter *géométriquement* la configuration de la surface d'un pays. Ce moyen, publié par M. Dupain-Triel, consiste à tracer sur la carte que l'on construit, les lignes qui passent par des points placés au même niveau, ou à la même hauteur au-dessus de la surface de la mer; lignes qui deviendraient successivement ses rivages, si elle s'élevait, par une cause quelconque, à la hauteur où elles sont situées; comme les lignes qui joignent des sondes égales, deviendraient à leur tour les rivages de la mer, si elle s'abaissait du nombre de brasses marqué sur ces sondes.

On gradue les hauteurs de ces lignes ou *sections horizontales du terrain*, suivant l'échelle de la carte et la rapidité des pentes. Sur le projet de carte de la France, qu'il a publié, M. Dupain-Triel trace, dans les pays presque plats et vers les bords de la mer, la ligne qui passe par les points élevés de 10 toises; puis, celle qui passe par les points élevés de 20; et ainsi de suite, de 10 en 10 toises : on voit bientôt ces lignes, d'abord assez espacées, se resserrer à mesure que le pays s'élève plus rapidement. A l'entour des montagnes isolées, les lignes de niveau, marquées seulement par des différences de 50 toises et même de 100, se resserrent d'autant

plus que les pentes sont plus roides, ce qu'il est facile de concevoir en observant que les mêmes changemens de hauteurs répondent à un espace horizontal d'autant plus petit que l'on s'élève plus rapidement. L'explication de quelques figures achèvera d'éclaircir ceci. Pour plus de simplicité, je ne considérerai d'abord sur la surface terrestre qu'une portion assez petite, pour qu'il ne soit pas nécessaire d'avoir égard à sa sphéricité.

La figure 64 représente la coupe faite par un plan passant par le centre de la terre, dans une portion irrégulière de sa surface. Les droites parallèles et équidistantes marquent des lignes de niveau, qui ne sont autre chose que les intersections de la surface terrestre par des plans horizontaux également éloignés. Dans les endroits où le contour du terrain s'élève lentement, les intersections de ce contour avec les lignes de niveau sont très-écartées, et elles se rapprochent de plus en plus à mesure que la pente du terrain s'augmente.

On ne peut représenter sur une coupe, que deux points opposés d'une ligne de niveau; mais il est visible que ces lignes doivent tourner tout autour des hauteurs isolées, et rentrer en elles-mêmes; et comme elles sont toutes dans des plans parallèles à celui de la base A B, sur lequel on suppose la carte dessinée, on peut concevoir qu'elles descendent sur ce plan sans changer de forme. C'est ainsi qu'on a construit la figure 65. Cette figure peut donner une idée de la carte de M. Dupain-Triel; les courbes qu'on y voit tracées sont les projections des lignes de niveau, correspondantes à des hauteurs exprimées par les nombres écrits sur chaque courbe en particulier. Dans la partie qui répond à la montagne C, ces courbes sont très-resserrées, sur-tout du côté où elle est le plus escarpée. Sur l'espace occupé par la montagne D, plus arrondie comme on peut le voir par sa coupe, dans la figure

précédente, les lignes de niveau sont plus distantes entre elles, et l'espace renfermé dans la dernière indique bien évidemment le plateau qui couronne cette montagne. Si l'on descend suivant l'ordre des numéros, on voit les courbes relatives à chaque montagne se rapprocher et finir par se rencontrer deux à deux, en des points qui sont communs aux deux pentes opposées, et marquent par conséquent le fond de la vallée qui sépare les deux montagnes.

En général, l'ensemble des points où des lignes du même niveau se rencontrent, ou du moins forment des angles rentrans bien marqués, indiquent nécessairement un pli dans le terrain; ce pli sera une gorge ou une arrête, suivant la loi du décroissement des hauteurs, et on verra bientôt comment l'un de ces cas se distingue de l'autre.

Si les numéros des lignes de niveau vont toujours en décroissant, et que ces lignes soient rentrantes, comme en G, il y aura évidemment là un enfoncement ou entonnoir, puisque le terrain s'élève tout autour.

Toutes les lignes de niveau marquées sur cette carte ne sont point rentrantes, parce qu'elles parcourent un espace plus étendu que celui de la carte; mais néanmoins, elles finissent par revenir sur elles-mêmes, puisqu'on doit trouver au-dessous d'elles le rivage de la mer, qui rentre sur lui-même, lorsqu'on l'embrasse dans son entier.

Ce n'est donc pas sur une ligne seulement que la figure que nous examinons fait connaître la forme du terrain. Dans quelque direction que l'on y mène une ligne droite ou courbe, on verra par le n° des lignes de niveau, qu'elle rencontre, la hauteur du terrain sur chacun de ses points; et il serait par conséquent facile d'en construire la coupe ou le profil.

En marquant la suite de points dans lesquels les lignes consécutives de niveau se rapprochent le plus, on formera

la projection de la *ligne de plus grande pente* de la surface du terrain; ligne qui se réduit à un point quand il y a un escarpement vertical; car alors toutes les lignes de niveau, dans cet espace, étant placées directement les unes au-dessous des autres, se confondent dans leurs projections. Outre cette ligne de plus grande pente, que l'on pourrait nommer *absolue*, il en existe une infinité d'autres qui partent de chaque point du terrain, en se dirigeant perpendiculairement aux lignes de niveau; et ce sont celles que suivent dans leur chûte les eaux répandues sur le flanc des montagnes. Elles pourraient se tracer aisément à vue, sur la figure, en les dirigeant à angle droit sur toutes les lignes de niveau. J'en ai indiqué une sur la pente gauche de la montagne C.

118. On a proposé d'employer les projections des lignes de plus grande pente pour exprimer les formes du terrain; mais il est aisé de prouver qu'elles ne sauraient le faire d'une manière aussi complète et aussi bien déterminée, que les lignes de niveau.

Si on conçoit que le triangle rectangle C A B, *fig.* 66, le quart de cercle C′ A′ B′, l'espace C″ A B″ E″ tournent respectivement autour des axes verticaux A B, A′ B′, A″ B″, ils engendreront trois corps, de formes bien différentes, et dont les lignes de plus grandes pentes auront cependant les mêmes projections (1); car ces lignes, étant le plus court chemin pour descendre au plan de la base du corps auquel elles appartiennent, ne sont autres que les diverses positions de la ligne génératrice de sa surface, et se projettent par conséquent sur les rayons des cercles décrits par les droites AC, A′C′, A″C″, ce qui produirait

(1) Il en serait ainsi de toute autre surface de révolution, décrite autour d'un axe vertical.

pour les trois corps le même tracé, ainsi qu'on le voit dans la figure, en F, F′, F″.

Rien ne faisant distinguer sur ces projections, de quelle forme elles dérivent, il faut y appliquer des moyens pittoresques, c'est-à-dire, renforcer ou adoucir suivant le jeu de la lumière, sur la surface proposée, le trait des projections des lignes de plus grandes pentes; et dès lors l'arbitraire du goût prend la place de la précision géométrique. Que l'on jette au contraire les yeux sur les projections G, G′, G″, formées de lignes de niveau, les cercles équidistans produits par le premier corps, feront connaître que l'inclinaison de sa surface, par rapport au plan de sa base, est partout la même. Pour le second corps, les cercles se rapprochant de plus en plus, en allant du centre vers la circonférence, montrent que la pente de sa surface augmente à mesure qu'on descend vers sa base, et que par conséquent cette surface est convexe. Le contraire a lieu à l'égard du troisième corps, pour lequel les cercles concentriques s'éloignent en allant du centre vers la circonférence; aussi la surface de ce corps est concave, et sa pente diminue en s'approchant de la base.

On jugera donc par la progression des distances des lignes de niveau consécutives, dans une direction donnée, si la surface du terrain est convexe ou concave sur cette direction; et l'on distinguera par ce moyen les arêtes ou parties saillantes des montagnes, des gorges ou parties rentrantes (n° 117).

119. On opposa d'abord à l'adoption des lignes de niveau, sur les cartes, la difficulté de les déterminer sur le terrain; mais M. Clerc, capitaine au corps des ingénieurs géographes, s'est assuré, par des épreuves faites dans les levés d'un terrain très-irrégulier, que les lignes de niveau s'obtiennent avec promptitude en circulant autour de la

surface à représenter. Il a même fait pratiquer cette opération aux élèves de l'Ecole polytechnique, dont il dirige avec beaucoup de succès l'instruction topographique. Son expérience, d'accord avec le raisonnement, l'a convaincu qu'il était plus facile de saisir de proche en proche, la section faite dans une surface par un plan horizontal, que de suivre du sommet au pied d'une hauteur, les sinuosités bizarres des lignes de plus grande pente ; et que même on ne pouvait reconnaître celles-ci, qu'après avoir conçu la forme des lignes de niveau.

On se tromperait beaucoup si l'on pensait qu'il faut niveler en détail tous les points d'un terrain pour en trouver sensiblement toutes les coupes horizontales. Quand on a des repères bien déterminés, on peut le plus souvent supposer dans leur intervalle la pente uniforme, parce que la réduction que souffrent les dimensions du terrain, en passant sur la carte, force de négliger les petites inégalités dont la base ne peut s'apprécier par l'échelle. C'est ainsi que des pics isolés, des montagnes de peu d'étendue, s'effacent dans les cartes générales ou ne peuvent y être indiqués que par un point accompagné du nombre qui exprime leur hauteur, si elle est considérable. Pour le reste, on se borne à faire sentir les grands plateaux, les longues chaînes de montagnes, en ne traçant les lignes de niveau que pour de grandes différences, comme on n'y marque les méridiens et les parallèles qu'à des intervalles considérables. Il est à propos pour la justesse des notions, de remarquer que dans ce cas les lignes de niveau ne résultent plus des intersections du terrain par des plans parallèles, mais par des sphères concentriques, qui sont les surfaces parallèles à celles de la mer, quand on a égard à sa courbure.

Une dernière objection qu'on élève contre la construction

des lignes de niveau, sur les cartes, c'est que la multiplicité de ces lignes rendrait les cartes confuses; mais cet inconvénient tout réel qu'il peut être, ne saurait entrer en balance avec les propriétés utiles qu'elles acquerraient par-là. On y remédierait d'ailleurs en partie, en distinguant, par une couleur ou un tracé particulier, les lignes de niveau; j'observerai même à cet égard, que les circonstances topographiques, lorsqu'elles sont fortement exprimées par le burin, à la manière actuelle, ne permettent pas non plus qu'on insère beaucoup de positions dans la carte, et forcent à prendre une plus grande échelle; mais, si l'on ne pouvait faire autrement, on représenterait chaque pays par deux cartes dressées sur le même *plan*; l'une contiendrait le détail des positions; l'autre, ne renfermant que les points remarquables, serait chargée des lignes de niveau.

120. Je ne vois donc pas pourquoi, dans l'état actuel de la géographie, on ne commencerait pas à tracer sur les cartes, les lignes de niveau. Cette innovation, outre l'avantage de donner prise aux méthodes de la *géométrie des plans et des surfaces*, (*géométrie descriptive*) pour résoudre, sur la succession et l'intersection des pentes et des plateaux, sur la rencontre des bassins, des problèmes très-intéressans dans la construction des chemins et des canaux, offrirait le moyen de recueillir et de mettre à l'usage de tout le monde, une foule de nivellemens et d'observations faites par les ingénieurs militaires et civils, sur les hauteurs des montagnes, observations dont les résultats vont s'ensevelir dans les cartons des administrations (1): enfin le parti qu'on en pourrait

(1) M. Girard, ingénieur des ponts et chaussés, a présenté, dans le n° 100 du journal des mines (nivôse, an 13, pag. 297), des moyens simples, d'après lesquels le Corps dont il fait partie, nous procure-

tirer, exciterait alors les voyageurs et les savans résidant dans toutes les grandes villes, à multiplier les observations barométriques qui donnent les hauteurs respectives des lieux où elles sont faites. Il n'est pas même nécessaire d'avoir, de proche en proche, des observations correspondantes; il suffit de se procurer dans chaque lieu une suite d'observations, assez longue, pour qu'on puisse en conclure avec quelque certitude, la hauteur moyenne du baromètre dans ce lieu : la comparaison des hauteurs moyennes propres à divers points, fait connaître, par les règles prescrites pour cela dans les traités de physique, la différence de niveau de ces points. Cette méthode, qui ne serait pas assez exacte, s'il s'agissait de comparer des points peu élevés l'un au-dessus de l'autre, devient très-importante à l'égard des points trop éloignés, pour qu'on puisse entreprendre de les lier par des opérations consécutives de nivellement, sur-tout si l'on met à profit les remarques de M. Ramond, sur l'influence des vents et de la chaleur dans la marche du baromètre.

Au défaut de cartes construites, ainsi que je viens de le dire, on peut, de l'examen des cours d'eau et de leurs embranchemens, marqués sur les autres, tirer quelques indications générales sur la forme des terrains dans les diverses contrées du globe, comme on le verra dans la partie physique de cette Introduction, où je rapporterai aussi les principales mesures obtenues avec le secours du baromètre.

121. Ayant indiqué les bases que l'astronomie fournit à

---

rait, en assez peu de temps, le nivellement exact des bassins, des fleuves et des rivières qui parcourent le sol de la France. Depuis, M. Girard a fait exécuter en détail le nivellement des rues de Paris, et en a tracé les résultats sur les feuilles du grand plan de cette capitale, levé par M. Verniquet.

la géographie, pour déterminer la situation des lieux un peu éloignés, les moyens d'ordonner ces lieux sur une représentation en relief, ou plane, c'est-à-dire la construction du globe et du cannevas des cartes; ayant montré comment on peut remplir ce cannevas, en combinant les plans levés trigonométriquement, ou les renseignemens transmis par les voyageurs et les historiens, quel usage on peut faire de ces diverses représentations, et les inductions qu'on peut en tirer pour la connaissance des inégalités de la surface terrestre, j'ai rempli le but que je m'étais proposé dans cette Introduction. Elle ne contient, à la vérité, que les rudimens des matières importantes que j'y ai traitées; mais c'est la première fois qu'elles sont réunies et assujéties à un enchaînement méthodique : j'ose me croire, par cette raison, quelques droits à l'indulgence des lecteurs, qui, mis sur la voie de cette étude, ne manqueront pas de sources dans lesquelles ils pourront puiser une instruction plus détaillée. Les écrits originaux sont bien connus; le mouvement que la géographie a reçu par la mesure de l'arc du méridien, par les grandes opérations militaires, et par les travaux récens du Dépôt de la guerre, multiplient chaque jour les méthodes et les résultats (1).

(1) Le *Mémorial topographique et militaire*, rédigé au Dépôt de la guerre, en offre l'exposition méthodique; il existe aussi en Allemagne un journal consacré spécialement à la géographie, rédigé par M. de Zach; et nous avons maintenant en France les *Annales de la Géographie et de l'Histoire*, publiées par M. Malte-Brun, où il rassemble beaucoup de matériaux, pour la description physique, commerciale et politique des diverses régions de la terre.

INTRODUCTION

A LA GÉOGRAPHIE.

DEUXIÈME PARTIE.

GÉOGRAPHIE PHYSIQUE.

INTRODUCTION

A LA GÉOGRAPHIE PHYSIQUE.

OBJET DE CETTE INTRODUCTION.

PARMI les diverses parties de la *géographie*, que j'ai nommée *narrative*, on doit distinguer celle qui décrit les circonstances physiques de la surface du globe, comme la configuration des mers, des grands cours d'eau et des chaînes de montagnes. Par la difficulté qu'ils opposent aux communications, ces accidens partagent la surface terrestre en régions, dont les limites, ouvrage de la nature, ont une importance bien supérieure à toutes les circonscriptions politiques, soumises aux vicissitudes d'abaissement et d'élévation des gouvernemens. Le climat, les productions, en un mot tout ce qui tient à la physique de la terre, a des connexions très-étroites avec ces limites.

Après les bornes tirées des formes de la surface terrestre, les circonstances les plus permanentes, malgré les nombreuses causes de destruction qui les attaquent sans cesse, sont les grandes villes. Les habitudes que la réunion des hommes dans un même lieu pendant long-temps, leur fait contracter, prolongent l'existence d'une grande ville bien au-delà de l'époque de sa prospérité, tandis que les frontières des états éprouvent souvent, dans un petit nombre d'années, les plus grands changemens.

Il paraît donc plus conforme aux progrès de la science et même à sa conservation, de ne placer qu'après la description des régions naturelles et la désignation physique de l'emplacement des grandes villes, l'indication des divisions politiques. En effet, c'est toujours le même plan mathématique et physique qui représente l'état d'un pays, tant que la nature n'a point altéré le cours des fleuves, n'a point aplani les mon-

tagnes, et que la fureur des hommes n'a point transformé en déserts des habitations populeuses. Les plus importans traités ne font changer sur ce plan que quelques enluminures; et les grands accidens du terrain demeurent toujours la seule base solide sur laquelle on puisse appuyer les autres détails géographiques. Tels sont les motifs qui m'ont engagé à donner un essai de la division de la terre en régions naturelles, avant d'exposer les phénomènes généraux et les observations locales qui naissent des accidens de sa surface, et qui sont le principal objet de la *géographie physique*. Ce que j'aurai à dire sur ce sujet, se bornant à cette surface, est bien distinct des recherches propres exclusivement à la *minéralogie* et à la *géologie*, qui toutes deux pénètrent dans l'intérieur du globe, l'une pour en tirer les substances utiles à nos besoins, l'autre pour y chercher les monumens historiques des bouleversemens qu'il a subis, et les causes de son état actuel.

Je ferai encore observer que la géographie est en elle-même une science purement descriptive, afin que, lorsque je parlerai des diverses natures de sols, des variations du climat, de l'ordre des phénomènes météorologiques, des mouvemens de l'air, de ceux de l'océan, on ne s'attende pas à trouver des explications qui, le plus souvent, ne seraient que des systèmes; je ne veux offrir ici que des faits.

Si je ne me trompe, cette manière de traiter la géographie pourrait être à l'égard des autres, ce que, dans la description des productions de la nature, les *méthodes naturelles* sont à l'égard des *méthodes artificielles*. Les matériaux qui doivent composer un ouvrage adapté à ces vues, existent depuis long-temps et sont connus, sans doute, de la plupart des hommes instruits; mais je ne sache pas qu'ils aient encore été rapprochés dans l'ordre où je me propose de les présenter au public. En me bornant à ce qu'un si vaste sujet peut offrir de plus important, j'ai tâché de me procurer les résultats des derniers voyages entrepris pour la perfection des sciences physiques, et j'ai trouvé dans M. de Humboldt autant de générosité pour communiquer le fruit de ses recherches, qu'il a mis de zèle et de constance à les poursuivre.

PREMIÈRE SECTION.

Description des régions naturelles de la surface terrestre.

Des formes générales de cette surface

1. Lorsqu'on a parcouru avec attention un paysage varié qui présente, au moins en petit, les accidens les plus ordinaires du terrain, comme des ruisseaux, des étangs, des collines s'élevant les unes au-dessus des autres, séparées par des vallons plus ou moins étroits, et même par des ravins; quand on a remarqué quelques rochers perçant au travers du sol, quelques escarpemens, soit naturels, soit résultant d'excavations faites de main d'homme, on peut, en amplifiant ces circonstances, se représenter les formes générales de la surface terrestre (1).

Elle nous offre un assemblage d'élévations et d'enfoncemens, qui se combinent d'une infinité de manières. Les premières, désignées en général sous le nom de *montagnes*, se composent de *plateaux* et de *pics* assemblés en *chaînes*. Les intervalles qui séparent, soit les pics entr'eux, soit les plateaux, sont des vallées quelquefois très-profondes, mais qui ne descendent pas jusqu'au niveau du sol général sur lequel prend naissance la masse entière des montagnes qui composent une même chaîne.

Le plus souvent une chaîne de montagnes renferme plu-

(1) Je n'ai pas cru devoir hérisser ce commencement, de définitions que presque tout le monde connaît, parce que les termes qu'elles expliquent se trouvent dans le dictionnaire même du langage ordinaire. Cependant, si le lecteur en ignorait quelqu'une, il la trouverait en cherchant le mot dans la table des matières.

sieurs étages qui s'élèvent graduellement les uns sur les autres jusqu'à une crête intérieure qui dessine la ligne la plus haute du terrain compris dans la chaîne, et au delà de laquelle, il redescend par des ressauts plus ou moins marqués.

Quelquefois entre plusieurs chaînes de montagnes, on rencontre des espaces qui n'offrent que des inégalités peu considérables; et comme ils sont presque toujours beaucoup plus élevés que la surface de la mer, on leur donne généralement le nom de plateaux, soit qu'ils couronnent des montagnes très-vastes, soit que placés au milieu d'une chaîne, ils participent à sa hauteur.

Les enfoncemens remarquables sont indiqués par la réunion des eaux qu'il faut distinguer en *eaux courantes* et en *eaux stagnantes*. Les bassins de celles-ci, qui reçoivent les premières, occupent un espace relevé de tous côtés, forment des étangs, des lacs dont quelques-uns sont assez grands pour porter le nom de *mer*, et enfin l'*Océan*, qui n'est lui-même qu'un immense lac, occupant la majeure partie du globe.

Les *îles* dont il est parsemé, les *bancs* sur lesquels sa profondeur est peu considérable, montrent que la portion du globe, qu'il recouvre, a aussi ses montagnes et ses vallées.

2. Si l'on avait, pour les différentes parties de la terre, des cartes construites suivant les principes exposés dans le n° 117 de la première partie de cet ouvrage, il serait facile de reconnaître les lignes qui circonscrivent les différens plateaux, et de les employer, conjointement avec le rivage des mers, pour partager la surface terrestre en contrées ou régions déterminées par des limites naturelles, très-permanentes, et soulager ainsi la mémoire en classant les détails propres à chaque localité. Pour suppléer à ces cartes, on s'est servi, d'après les vues proposées au milieu du siècle dernier par Philippe Buache, de l'examen des cours d'eau et de leurs embranche-

Longitude du Méridien de Paris.

Gravé par J. B. Tardieu.

meus, qui donnent quelques indications générales sur la forme du terrain dans les diverses parties du globe.

L'eau qui tombe sur le flanc des montagnes et des collines, se réunissant en torrens et en rivières, trace sur la surface terrestre, des lignes de plus grande pente, qui s'approchent de plus en plus de la mer, à mesure que les eaux prolongent leur cours.

Les plus grands fleuves marquent le fond d'un *bassin* principal, de chaque côté duquel, à une distance plus ou moins grande, s'élèvent des hauteurs qui sont sillonnées elles-mêmes par des bassins secondaires, contenant des cours d'eau moins considérables que les premiers, dans lesquels ils viennent se jeter, et dont ils sont les *affluens*. Les bords du bassin de chaque affluent sont aussi bornés de bassins du troisième ordre, ou tertiaires, dont les pentes peuvent contenir encore des cours d'eau, mais moins considérables que les précédens, auxquels ils viennent se rendre; et ainsi de suite jusqu'aux plus petits ravins, de manière que l'ensemble des cours d'eau, forme sur la surface terrestre une sorte de rézeau dont tous les filets se rencontrent sous des angles très-ouverts.

Si l'on remonte jusqu'aux sources des grands fleuves, et jusqu'à celles de leurs premiers affluens, vers leur origine, on trouvera généralement les parties les plus élevées de la surface terrestre, et, sauf peut-être un petit nombre d'exceptions, on pourra conclure la rapidité des pentes de la plus ou moins grande rectitude du lit du fleuve; mais ce qui est sur-tout digne d'attention, ce sont les régions desquelles partent des cours d'eau dirigés dans des sens opposés, et se rendant à des mers ou à des bassins différens.

Pour éclaircir ces notions générales, je vais les particulariser. Que l'on jette les yeux sur la carte qui représente le bassin de la Seine, en partant de son embouchure dans la

Afriq.

mer, et remontant vers sa source, on rencontre sur la droite les rivières d'Eure, de Loing, de l'Yonne, qui forment ses principaux affluens, et dont le cours est dirigé, à peu près, du midi au nord. En remontant vers la source de ceux-ci, on en trouve d'autres, comme la Sarthe, l'Huisne, le Loir, la Nièvre qui coulent dans le sens opposé, et qui indiquent par conséquent dans le terrain une pente contraire à celle que suivent les premiers. Si l'on trace sur la carte une ligne courbe qui passe entre les origines de ces cours d'eau, elle séparera nécessairement la première pente de la seconde, et donnera de ce côté les limites du bassin de la Seine. Ce que je viens d'indiquer sur ses premiers affluens, on peut le faire sur les affluens de ceux-ci, et trouver les limites du bassin dans lesquels ils coulent. Je prendrai pour exemple le Loing et l'Yonne. En remontant le premier vers sa source, on voit à gauche l'Orvanne, le Biez, l'Ouanne qui naissent très-près de l'Yonne et s'en éloignent, tandis que celle-ci reçoit dans le sens opposé la Beaulches et le Tholon. Entre le Loing et l'Yonne, le terrain offre donc deux pentes dont l'une est dirigée vers la première de ces rivières, et l'autre vers la seconde.

Partout où les cours d'eau seront marqués avec quelque soin, il sera donc possible de circonscrire l'espace qui fournit les eaux à un grand fleuve ou à une grande portion de mer.

L'espace compris entre les sources des cours d'eau qui suivent des directions opposées, ne peut-être qu'un plateau ou une chaîne de montagnes. La carte déjà citée montre en A, un espace qui est en effet plat et plus élevé que les bassins des rivières environnantes.

C'est sur la combinaison de ces remarques avec la considération des grandes sinuosités des rivages de l'Océan, que j'établirai la division de la surface terrestre.

3. En jetant les yeux sur un globe terrestre ou sur une mappemonde qui en représente toute la surface, on est frappé d'abord de l'espace occupé par la masse d'eau continue, dont se compose l'*Océan*, et au milieu de laquelle se montrent différentes portions de terre, toutes séparées les unes des autres. Parmi ces portions, deux se font remarquer au premier coup-d'œil par leur grandeur : la plus considérable, dont les limites sont tracées dans tous les sens avec assez de précision, est appelée *ancien continent*, parce que c'est le premier dont nous ayons eu connaissance : l'autre appelée *nouveau continent* ou *Amérique*, n'a été découverte que depuis environ trois siècles ; et ses limites septentrionales sont encore fort incertaines, quoiqu'on ne puisse plus douter qu'elle ne soit entièrement séparée de l'ancien continent par des portions de mer dont on ignore l'étendue. Ce n'est donc qu'eu égard à leur grandeur, que l'on doit aujourd'hui laisser à ces espaces le nom de *continent*, puisqu'à proprement parler, ce ne sont que de très-grandes îles, après lesquelles se présente naturellement celle qui porte le nom de *Nouvelle-Hollande*, et qui est placée dans le sud-est de l'ancien continent. Depuis cette dernière île jusqu'aux plus petites, il s'en trouve de toutes les grandeurs, c'est pourquoi nous ne nous en occuperons que lorsque nous traiterons en particulier des parties de l'Océan dans lesquelles elles se trouvent comprises.

Des principales divisions de terre et de l'eau.

La plus légère inspection de la mappemonde nous offre encore deux grandes divisions bien faciles à saisir. On remarque d'abord que la partie de l'ancien continent, qui s'avance le plus vers le midi, forme une grande presqu'île qui ne tient au reste de ce continent que vers le nord-est, par un isthme, large d'environ 22 lieues, et nommé *isthme de Suez*, parce qu'on y trouve la ville qui s'appelle ainsi ; cette grande presqu'île est l'*Afrique*.

L'Amérique forme aussi deux grandes presqu'îles, mais moins inégales, savoir : *l'Amérique septentrionale* et *l'Amérique méridionale*, jointes par l'isthme de *Panama*, où se trouve la ville de ce nom, et dont la moindre largeur est d'environ 8 lieues.

4. Les deux grands espaces de terre que je viens d'indiquer partagent l'Océan en deux bassins principaux, savoir : l'*Océan Atlantique*, compris entre les côtes occidentales de l'ancien continent et les côtes orientales du nouveau, et le *grand Océan*, nommé, très-improprement, *mer du Sud*, *mer Pacifique*, et compris entre les côtes occidentales du nouveau continent, et les côtes orientales de l'ancien.

Les parties de ces bassins qui sont situées vers les pôles, et dont on ne juge bien la forme que sur les cartes de la projection polaire, prennent le nom d'*Océan glacial arctique*, et d'*Océan glacial antarctique*.

On ajoute aux dénominations d'*Océan Atlantique* et de *grand Océan*, les épithètes de *Boréal*, d'*Equinoxial* et d'*Austral*, pour en désigner les parties comprises entre le cercle polaire arctique et le tropique du Cancer, entre les deux tropiques, et entre le tropique du Capricorne et le cercle polaire antarctique.

Je dois prévenir que ces dénominations simples et précises ne se trouvent pas sur toutes les cartes. Elles ont été proposées par M. de Fleurieu, à la suite du *Voyage du capitaine Marchand*, dans un projet de nomenclature méthodique des mers, dont l'adoption ne saurait manquer d'être utile, et que pour cette raison j'indiquerai le plus souvent.

Des mers intérieures, golfes, baies et détroits de l'ancien continent.

5. Après les grandes divisions de l'Océan, énoncées ci-dessus, se présentent naturellement les portions où il entre très-avant dans l'intérieur des terres, et qui portent les noms de *mers*, de *golfes* et de *baies*, suivant leur étendue et aussi

d'après des usages qu'il serait assez difficile de changer. (*Voyez* d'ailleurs ces mots dans la table des matières). Je ne m'attacherai d'abord qu'à celles qui sont placées à la circonférence de l'ancien continent, dont je me propose de former les divisions principales avant de m'occuper du nouveau.

Sur le rivage occidental de l'ancien continent, vers 36° degrés de latitude nord, un enfoncement très-remarquable conduit au *détroit de Gibraltar*, par lequel on entre dans la *mer Méditerranée*, la plus étendue des mers intérieures. Elle forme deux golfes principaux, savoir : le *golfe de Venise* au fond duquel est la ville de ce nom; la *mer Egée*, appelée aussi *Archipel* à cause de la quantité d'îles qu'elle renferme. Celle-ci communique par le *détroit des Dardanelles*, à la *mer de Marmara*; de cette dernière, on entre dans la *mer Noire* par le *canal de Constantinople*, sur lequel est située la ville de ce nom. Enfin, de la mer Noire, on entre dans la *mer d'Azof*, par le *détroit de Zabache* ou de *Ienikalé*.

Reprenant ensuite les rivages de l'Océan, à partir du détroit de Gibraltar, en remontant vers le nord, on trouve le *golfe de Biscaye* ou *de Gascogne*, contrées dont il baigne les côtes; puis resserré entre le continent et les *îles Britanniques*, l'Océan forme la *Manche*, ensuite le détroit appelé *pas de Calais*, par lequel on entre dans la *mer d'Allemagne*, ainsi nommée à cause du pays dont elle baigne les côtes.

Plus au nord, l'Océan entre dans les terres par le *Cattégat* pour former la *mer Baltique*, qui se termine par deux grands golfes; l'un, dont la direction est de l'ouest à l'est, s'appelle *golfe de Finlande*, et l'autre, qui s'étend du midi au nord, s'appelle *golfe de Bothnie*.

Dans l'Océan Glacial Arctique, qui limite du côté du nord l'ancien continent, en allant de l'ouest à l'est, on trouve

d'abord la *mer Blanche*, qu'on pourrait appeler *golfe de Laponie*, du nom de la contrée qu'elle baigne; puis le *détroit de Waigatz*, entre le continent et une grande île appelée *Nouvelle Zemble*; on rencontre ensuite la *mer de Kara*, ou *Karskoé*, puis le *golfe de l'Oby*, où se décharge le grand fleuve de ce nom, et le *golfe de Témura*, nommé *golfe du Nord*, comme le plus septentrional de l'ancien continent.

En tournant à la partie orientale des rivages de ce même continent, on passe dans le *détroit de Beerings*, qui le sépare du nouveau, et dont la plus petite largeur est de 12 lieues; puis on rencontre, en allant vers le midi, le *golfe d'Anadir*, où se jette le fleuve de ce nom, la *mer d'Ochotsk*, un détroit nommé *manche de Tartarie*, qui sépare du continent, la grande *île de Tchoka*, et par lequel on passe dans une portion de l'Océan nommée *mer de Tartarie*, parce qu'elle baigne les côtes de cette contrée, et *mer du Japon*, parce que ces îles la séparent du grand Océan. Cette mer communique par le *détroit de Corée*, placé à l'extrémité de la contrée de ce nom, dans la *mer Jaune* ou *de Corée*, terminée par le *golfe de Pékin*.

Plus au sud, on rencontre la *mer de la Chine*, qui borde la contrée ainsi nommée, et qui est séparée de l'Océan par une longue suite d'îles. On y trouve le *golfe de Tonkin*, puis le *golfe de Siam*; de là, par le *détroit de Malacca*, bornant au sud-ouest la presqu'île de ce nom, on entre dans un grand espace qui s'étend de la côte occidentale de la Nouvelle-Hollande et des îles adjacentes, jusqu'à la côte orientale de l'Afrique. On l'appelle *mer des Indes*, parce qu'il enveloppe une très-grande saillie, nommée aujourd'hui l'*Indoustan* et faisant partie des pays que l'on désigne sous le nom des *Indes orientales*.

L'angle nord-est de ce bassin forme le *golfe de Bengale*

ou *du Gange*, parce qu'il reçoit les eaux de ce fleuve. L'angle nord-ouest, connu sous le nom de *baie d'Oman*, pourrait s'appeler *golfe du Sind*, parce qu'il reçoit le fleuve de ce nom (l'*Indus* des anciens); il communique par le *détroit d'Ormus* au *golfe Persique*, et par le *détroit de Bab-el-mandel* au *golfe Arabique* ou *mer Rouge*, qui s'étend du sud-est au nord-ouest.

En suivant la côte d'Afrique, vers le midi, on passe dans le *canal de Mozambique*, compris entre le continent et la grande île de *Madagascar*.

La côte occidentale de l'Afrique ne présente d'autres enfoncemens bien remarquables que le *golfe de Guinée*, situé au nord de l'équateur.

Des presqu'îles de l'ancien continent, et de ses principaux caps.

6. Les mers intérieures, les golfes et les baies énoncés ci-dessus, en découpant, pour ainsi dire, les rivages de l'ancien continent, séparent à sa circonférence, des portions qu'on peut mettre au premier rang des divisions naturelles de la surface terrestre; car on ne tardera pas à voir que la plupart ont aussi, du côté du continent, des limites physiques très-prononcées; mais quoique beaucoup de ces portions tiennent sur une grande largeur au continent, on leur a cependant appliqué le nom de *presqu'îles*.

Les saillies des contours des presqu'îles sont les *caps* qui marquent les points les plus avancés du continent, c'est pourquoi j'en indiquerai les principaux, en faisant l'énumération des presqu'îles, dans l'ordre des portions de mer qui les circonscrivent.

En s'élevant vers le nord, jusqu'à la mer d'Azof, dernier des bassins qui communiquent à la mer Méditerranée, on se rapproche beaucoup de l'Océan Glacial Arctique, qui, par la mer Blanche, pénètre assez avant vers le midi : on peut donc regarder comme une presqu'île, l'espace limité au midi

par la mer d'Azof, la mer Noire et la Méditerranée; à l'occident, par l'Océan Atlantique boréal, et au nord, par l'Océan glacial arctique, jusqu'à la mer Blanche inclusivement.

Cette presqu'île est, après l'Afrique, la plus considérable de l'ancien continent : elle en comprend à peu près la partie que l'on appelle *Europe;* mais les limites orientales de la contrée à laquelle s'applique ce dernier nom, sont assez vagues, même en ne les considérant que comme des limites politiques, puisqu'elles partagent des provinces soumises à une seule domination. Je tracerai dans la suite les bornes purement physiques, que l'on pourrait assigner à cette contrée, qui à la vérité ne me paraît pas former une division bien convenable dans la géographie physique; mais comme elle embrasse les pays où les sciences ont été portées le plus loin, elle est rappelée trop souvent pour n'en pas faire mention dans quelque traité de géographie que ce soit.

Je ferai observer qu'après avoir séparé de l'ancien continent, l'Afrique et l'Europe, ce qui reste porte le nom d'*Asie*, qui n'a d'abord été appliqué qu'à la presqu'île terminée au nord par la mer Noire, à l'occident par l'Archipel, au midi par la mer Méditerranée, et appelée encore quelquefois *Asie mineure*, quoique sa dénomination moderne soit *Anatolie*.

Rentrons maintenant en Europe. En suivant d'abord les rivages septentrionaux de la mer Méditerranée et des mers qui lui sont adjacentes, nous trouverons des presqu'îles dénommées ci-dessous :

1° La *Crimée*, entre la mer Noire et la mer d'Azof.

2° La *Grèce*, entre l'Archipel et la Méditerranée; elle se termine au midi par la *Morée*, autrefois le *Péloponèse*, qui forme une seconde presqu'île liée à la première par l'*isthme*

de Corinthe, dans lequel est située la ville de ce nom. Les principaux caps de la Grèce sont : *Monte-Santo* et le cap *Colonne* dans l'Archipel, le cap *Matapan* dans la Méditerranée.

3° L'*Italie*, entre la mer Méditerranée et le golfe de Venise. Ses caps principaux sont : *Leucate* et *Sparti-Vento*.

4° L'*Espagne*, en y comprenant le *Portugal*, entre la mer Méditerranée, l'Océan Atlantique et la baie de Biscaye. Ses caps principaux sont : le cap *Creus* dans la Méditerranée ; le cap *Saint-Vincent*, le cap *de la Rocca* et le cap *Finistère*, dans l'Océan Atlantique. Le second est le point le plus occidental de l'Europe.

5° Le *Jutland*, entre la mer d'Allemagne et le Cattégat, et projetant au nord le cap *Skagen*.

6° La contrée qui comprend la *Suède*, la *Norwège* et la *Laponie*, entre la mer Baltique, le Cattégat, l'Océan Atlantique-Boréal, l'Océan Glacial arctique et le golfe de Laponie (ou mer Blanche). Ses caps principaux sont : *Lindes-Ness*, à l'entrée du Cattégat ; *Nord-Kin*, le point le plus septentrional de l'Europe. On cite ordinairement pour cette circonstance le *Cap-Nord* ; mais celui-ci est dans une île adjacente appelée *Maggeroé*.

7° Une grande presqu'île faisant partie du pays des *Samoièdes*, entourée de l'Océan Glacial Arctique. Elle est terminée par le cap *Severo-Vostochnoï*, le point le plus septentrional de l'ancien continent.

8° Le pays des *Tschuski*. Ses caps principaux sont : le cap *Szalaginskoi* ou *Chalatskoï*, le cap *Oriental* ainsi nommé parce qu'il est le plus avancé de l'ancien continent vers l'est, et le cap *Tschuski*.

9° Le *Kamtschatka*, entre le grand Océan Boréal et la mer d'Ochotsk ; sa pointe méridionale est le cap *Lopatka*.

10° La *Corée*, entre la mer de Tartarie et la mer de Corée ou mer Jaune.

11° La *presqu'île orientale des Indes*, ou l'*Inde* au delà du Gange, entre la mer de la Chine, le détroit de Malacca et le golfe de Bengale; elle se termine par la presqu'île de *Malacca* ou *Malaya*. Ses principaux caps sont : la *pointe de Camboje* et le cap *Romania*, à la pointe de la presqu'île de Malaya.

12° La *presqu'île occidentale des Indes*, ou l'*Inde* en deçà du Gange, ou enfin l'*Indoustan*, entre le golfe de Bengale et la baie d'Oman; elle se termine au midi par le cap *Comorin*.

13° L'*Arabie*, entre le golfe Persique, la baie d'Oman et le golfe Arabique (ou mer Rouge). Ses caps principaux sont: le *cap Moçandon*, le *Raz-algate* et le cap *Bab-el-mandel*.

14° Enfin l'*Afrique*, entre le golfe Arabique, la mer des Indes, l'Océan Atlantique Austral, Equinoxial, Boréal et la mer Méditerranée. Ses caps principaux sont : le cap *Guardafui*, le cap *des Aiguilles* qui est le point le plus méridional de l'ancien continent, et à l'occident duquel se trouve le cap *de Bonne-Espérance*, plus connu à cause de la relâche qu'il offre aux navigateurs; le cap *Vert* qui est le point le plus occidental de l'Afrique et de l'ancien continent; le cap *Spartel*, à l'entrée du détroit de Gibraltar; dans la Méditerranée le cap *Serrat*, point le plus septentrional de l'Afrique, et près duquel est le cap *Bon* plus généralement connu.

Des pentes vers l'Océan et les mers intérieures.

7. C'est maintenant, avec le secours des diverses pentes marquées par le cours des fleuves, que je vais essayer de former de grandes divisions dans l'intérieur de l'ancien continent dont je viens de parcourir les rivages. Je distinguerai deux classes de pentes : les unes qui sont tournées vers l'extérieur du continent, les autres qui tendent, au contraire, vers les mers intérieures; et si l'on regarde avec tant soit peu d'attention, l'ensemble des cours d'eau marqués sur le globe

ou sur la mappemonde, on ne manquera pas d'en trouver de très-considérables qui ne se rendent ni dans l'Océan, ni dans aucune des mers auxquelles il communique. Ces derniers vont se perdre dans deux grands bassins d'eau stagnante, entièrement isolés, dont l'un s'appelle *mer Caspienne*, et l'autre *mer* ou *lac d'Aral*.

Ce que je viens de faire remarquer n'est que l'exemple le plus frappant d'un grand nombre de rivières dont le cours se termine de même dans un lac, ou qui se perdent dans des sables. J'aurai occasion de revenir sur ce sujet, lorsque j'entrerai dans le détail des particularités remarquables qu'offre le cours des eaux, sur la surface du globe.

Les pentes de la première classe, qui tendent vers l'extérieur du continent, et sur lesquelles coulent par conséquent les fleuves dont l'embouchure est dans l'Océan, se distinguent par la direction générale de ces fleuves. En laissant de côté l'Afrique pour la considérer à part, tant parce qu'elle est bien séparée de l'Europe et de l'Asie, que parce que son intérieur n'est pas connu, l'inspection de la carte montre que l'on peut distribuer, suivant les quatre points cardinaux, les directions générales des fleuves du reste de l'ancien continent, en allant du détroit de Gibraltar au Nord-Kin, de celui-ci au cap Oriental, du cap Oriental au cap *Sinkel-Jasque* (situé vers 124° ½ de longit., et 10° ½ de lat. boréale), et de celui-ci au cap Bab-el-mandel.

Ces quatre directions fourniront autant de pentes de la première classe qu'on pourra désigner ainsi:

1° La *pente occidentale*, indiquée par les rivières et les fleuves qui se jettent dans l'Océan Atlantique Boréal et l'Océan Glacial Arctique, depuis le détroit de Gibraltar jusqu'au cap Nord-Kin. Il est à propos d'observer que le Cattégat la sépare en deux parties, l'une méridionale et l'autre septentrionale.

2° La *pente septentrionale*, comprenant les rivières et les fleuves qui se jettent dans l'Océan Glacial Arctique, entre le cap Nord-Kin et le cap Oriental.

3° La *pente orientale* sur laquelle coulent les rivières et les fleuves dont l'embouchure est dans le grand Océan Boréal et Equinoxial, entre le cap Oriental et le cap Sinkel-Jasque.

4° La *pente méridionale*, comprenant les rivières et les fleuves qui se jettent dans la mer des Indes et le golfe Persique, entre le cap Sinkel-Jasque et le cap Bab-el-mandel.

Les pentes de la seconde classe, c'est-à-dire, celles qui tendent vers l'intérieur du continent, sont dirigées :

1° Vers la Méditerranée et les mers adjacentes ;

2° Vers la mer Baltique et ses golfes ;

3° Vers la mer Caspienne ;

4° Vers la mer d'Aral.

En circonscrivant avec soin et de près, les origines des divers cours d'eau placés sur les pentes que je viens d'indiquer, on dessinera, entre les pentes septentrionale, orientale et méridionale, dirigées vers l'Océan, et les bassins du lac d'Aral et de la mer Caspienne, un assez grand espace, où l'on ne voit qu'un petit nombre de rivières qui se perdent dans des lacs ou dans un terrain sablonneux. La posision de cet espace, entre les fleuves qui coulent d'une part vers l'Océan Glacial Arctique, et de l'autre vers la mer des Indes, fait juger avec raison que c'est la partie la plus élevée de l'ancien continent ; on en doutera d'autant moins que l'on fera plus d'attention à la longueur du cours des fleuves qui partent de ses limites, et au grand développement de tous leurs affluens. Cet espace, remarqué depuis long-temps par les géographes et les naturalistes, est désigné sous le nom de *plateau central de l'Asie*.

Les considérations précédentes partagent la surface de

l'Europe et de l'Asie en dix grandes régions, savoir : cinq à l'extérieur, en comptant pour deux la pente occidentale vers l'Océan, et cinq à l'intérieur, en joignant aux quatre bassins des mers intérieures, le plateau central d'Asie. Les bassins des fleuves, ou grandes rivières, compris dans chacune de ces régions, en fournissent de moins étendues, que l'on peut embrasser dans une description particulière. Je ne parle point ici des rivières peu considérables qui se jettent immédiatement dans la mer, après un cours très-borné, et que Philippe Buache avait pour cette raison nommées *côtières*; mais on sent qu'elles trouveraient leur place entre les descriptions des bassins des deux fleuves dont elles séparent les embouchures.

Des bassins des fleuves et des rivières.

8. La partie méridionale de la pente occidentale sur l'océan, à partir du détroit de Gibraltar, en remontant vers le nord, jusqu'au Cattegat, comprend :

Le *Guadalquivir*,
La *Guadiana*,
Le *Tage*,
Le *Douro*,
} Dont le cours est renfermé en Espagne, et dont l'embouchure est dans l'Océan Atlantique Boréal;

La *Garonne*,
La *Loire*,
} Qui se jettent dans le golfe de Biscaye;

La *Seine*, qui se jette dans la Manche;

Le *Rhin*, traversant le *lac de Constance*,
Le *Veser*,
L'*Elbe*,
} Qui se jettent dans la mer d'Allemagne.

La partie septentrionale de cette pente, comprise depuis le Cattegat jusqu'au cap Nord-Kin, resserrée par une chaîne de montagnes très-voisine de la mer, ne renferme aucun cours d'eau remarquable; mais la côte y est très-découpée par des baies, des bras de mer, et bordée de beaucoup d'îles.

La pente septentrionale sur l'océan, qui s'étend du cap Nord-Kin au cap oriental, ne présente aucune rivière remarquable, depuis le premier de ces caps, jusqu'au golfe de Laponie ou mer Blanche. On trouve alors :

La *Dwina*, qui se jette dans le golfe de Laponie ;
La *Petchora*, ... dans l'Océan Glacial Arctique ;
L'*Oby*, ... dans le golfe de ce nom ;
L'*Yéniséi*, communiquant avec le *lac Baikal*, } Qui se jettent dans l'Océan Glacial Arctique.
La *Léna*, }
L'*Indigirka*, }
La *Kowima*, }

Sur la pente orientale, commençant au cap Oriental, et finissant au cap Sinkel-Jasque, on rencontre :

L'*Anadir*, qui se jette dans le golfe de ce nom ;
L'*Amur* ou *Ségalien*, ... dans la mer d'Ochostk ;
Le *Hoang-ho* ou *fleuve jaune*, } Qui se jettent dans la mer de Corée ou mer Jaune ;
L'*Yang-tse-Kiang*, }
La *rivière de Canton*, qui se jette dans la mer de la Chine ;
L'*Holi-Kiang*, ... dans le golfe de Tonkin.

La quatrième pente sur l'Océan, dirigée vers le midi, entre le cap Sinkel-Jasque et le cap Bab-el-mandel, embrasse :

Le *Maykong* ou rivière *Japonnaise*, } Qui se jette dans la mer de la Chine ;
Le *Maygue* ou rivière de *Juthia*, ... dans le golfe de Siam ;
Le *Thaluayn*, }
L'*Irrawady*, }
Le *Burrampouter*, } Qui se jettent dans le golfe de Bengale ;
Le *Gange*, }

N. B. La presqu'île occidentale de l'Inde renferme plusieurs grandes rivières, dont la direction générale est de l'ouest à l'est, et dont l'énumération se placerait naturellement après la description du bassin du Gange.

Le *Sind* ou *Indus*, qui se jette au fond de la baie d'Oman.

Le *Tigre* et l'*Euphrate* réunis, forment le *fleuve des Arabes*, qui se jette au fond du golfe Persique.

N. B. La presqu'île de l'Arabie ne contient qu'un petit nombre de rivières peu considérables, qui se déchargent, soit dans le golfe Persique, soit dans l'Océan, près du détroit de Bab-el-Mandel.

9. Je passe au bassin de la Méditerranée, en observant que la partie méridionale de ce bassin, étant comprise dans l'Afrique, sera détaillée lorsque je parlerai de cette grande presqu'île. Je ferai encore remarquer que la mer Noire et la mer d'Azof composent un système particulier, qu'on sépare aisément du bassin de la Méditerranée proprement dite qui, sur ses rivages septentrionaux, ne reçoit aucun fleuve comparable à ceux qui parcourent le bassin de la mer Noire, et n'en reçoit aucun sur ses rivages orientaux qui soit digne d'attention.

En commençant donc au détroit de Gibraltar, et remontant vers le nord, on trouve :

L'*Ebre*, dans la presqu'île d'Espagne.

Le *Rhône*, qui traverse le *lac de Genève*, et se jette dans un enfoncement nommé *golfe de Lyon*.

Le *Pô*, qui se jette dans le golfe de Venise.

N. B. Le peu de largeur de l'Italie, qui d'ailleurs a deux pentes, l'une vers la Méditerranée, l'autre vers le golfe de

Venise, ne permet pas qu'il s'y trouve aucun cours d'eau considérable.

La *Marissa*, qui se jette au fond de l'Archipel.

Dans le bassin de la mer Noire, en allant de l'ouest à l'est par le nord, on rencontre :

Le *Danube*,
Le *Dniester*,
Le *Bog*,
Le *Dnieper*,
} Qui se jettent dans la mer Noire.

Le *Don*, qui se jette dans la mer d'Azof.

Le *Kuban*, dans la mer d'Azof et dans la mer Noire.

Le *Kisil-Irmak*, en Asie mineure et se jetant dans la mer Noire.

En remontant vers le nord, pour atteindre le bassin de la Baltique, j'en considérerai d'abord la partie méridionale; et en allant de l'ouest à l'est, j'y trouverai :

L'*Oder*.

La *Vistule*.

Dans la partie orientale :

Le *Niémen*, prenant à sa partie inférieure le nom de *Mémel*.

La *Duna*, Qui se jette dans un enfoncement nommé *golfe de Riga*.

La *Narva*,
La *Neva*,
} Qui se jettent dans le golfe de Finlande.

N. B. Ces deux rivières ont un cours peu étendu; mais elles doivent être remarquées néanmoins; la Narva, parce qu'elle fait communiquer au golfe de Finlande le *lac Peypus*, qui reçoit plusieurs cours d'eau assez considérables; et la Neva, parce qu'elle fait communiquer au même golfe le *lac Ladoga*, dans lequel se jette *le Svir*, qui sort du *lac Onéga*.

L'un et l'autre de ces lacs sont très-considérables, et reçoivent un assez grand nombre de cours d'eau.

On trouve encore beaucoup de lacs, mais moins importans, entre les golfes de Finlande et de Bothnie.

Dans la partie septentrionale du bassin de la Baltique, on trouve :

Le *Kemi*,
La *Tornea*, } qui se jettent au fond du golfe de Bothnie.

La partie occidentale du même bassin renferme plusieurs cours d'eau d'une moindre étendue que les précédens, et beaucoup de lacs dont les plus considérables sont : le *Wener*, le *Weter* et le *Meler*.

Du bassin de la Baltique, on passe à celui de la mer Caspienne, qu'il touche au sud-est. Dans ce dernier coulent :

Le *Volga*.
L'*Oural* ou *Jaik*.
L'*Iemba*.
Le *Tedzen*.
L'*Aras* et le *Kur* réunis.

A l'est du bassin de la mer Caspienne, se présente celui de la mer d'Aral, où coulent :

Le *Sihon*,
Le *Gihon* ou *Amu*,

qui viennent l'un du sud-est, et l'autre du sud.

Entre les bassins de la mer Caspienne, du Tigre et de l'Euphrate, le terrain étant hérissé de montagnes dans tous les sens, renferme des rivières qui n'ont d'issue que dans des lacs dont les plus considérables sont ceux de *Van* et d'*Urmia*.

Au midi de la mer Caspienne, il existe une région élevée

qui ne verse ses eaux ni dans cette mer, ni dans l'Océan; mais elles se perdent dans des sables ou dans des lacs, parmi lesquels on remarque celui de *Durrah*, recevant la *rivière d'Hindmend*.

Le grand plateau d'Asie renferme aussi quelques cours d'eau et beaucoup de lacs dont la dénomination et la place sont fort incertaines; j'en citerai cependant deux : le *lac Balkash* ou *Palkati-Nor*, au nord-ouest, près du bassin de la mer d'Aral, et le *Lop-Nor*, recevant la *rivière d'Yarkend*, qui, d'après tous les géographes, paraît très-considérable, tant par la longueur de son cours que par le nombre de ses affluens.

Principales chaînes des montagnes de l'Europe et de l'Asie.

9. En enveloppant d'une ligne les espaces parcourus par les fleuves énoncés ci-dessus, et par leurs affluens, on formera un assez grand nombre de divisions, pour qu'il soit possible de s'occuper, sans confusion, de chacune en particulier; mais avant d'entrer dans ces détails, il est à propos d'analyser les lignes qui séparent, tant les bassins des mers que ceux de fleuves et des rivières, afin de connaître les crêtes de montagnes et les bandes élevées du relief de la surface terrestre.

Ces bandes, comme nous l'avons déjà dit, se manifestent d'abord par des cours d'eau dirigés dans des sens opposés; et, d'après ces considérations, on ne peut s'empêcher de remarquer l'espace où se rencontrent le bassin particulier de la mer Noire, celui de la Méditerranée, et la pente occidentale vers l'Océan, puisqu'on en voit partir, le Rhin vers le nord, le Rhône vers le midi, le Pô vers le sud-est, et le Danube vers l'est, fleuves très-considérables et d'un cours assez long, sur-tout le dernier. Cet espace est, pour ainsi dire, une espèce de *nœud* qui contient les points les plus élevés de l'Europe. C'est là qu'on rencontre ce groupe de montagnes nommées *Alpes*, qui jettent dans divers sens des ramifications que nous allons suivre.

D'abord, vers le midi, une branche assez courte qui sépare le bassin du Rhône de celui du Pô, et se termine à la Méditerranée, auprès de la ville de *Nice*, d'où part une autre chaîne secondaire qui enveloppe l'extrémité septentrionale de l'Italie, et jette dans cette presqu'île un rameau qui la traverse dans toute la longueur, et qu'on nomme *Apennin*.

La première chaîne des Alpes dont je viens de parler, en embrassant le cours du Pô et ses affluens septentrionaux, sépare le bassin du Danube de ceux des rivières qui tombent dans le golfe de Venise ou dans l'Archipel, et se termine à la mer Noire.

Au nord du Rhône, à l'endroit où il sort du lac de Genève, se présente une chaîne de montagnes appelée *Jura*, qui se rattache aux Alpes vers l'orient, puis va se joindre aux *Vosges*, pour séparer conjointement le bassin du Rhin de celui du Rhône.

Les Vosges viennent ensuite se réunir à une chaîne de montagnes dont le cours, du nord au midi, serre, de très-près, la rive occidentale du Rhône, et sépare le bassin de la Méditerranée de la partie de celui de l'Océan, où coulent la Loire et la Seine.

Cette dernière chaîne, dont les points les plus élevés se trouvent dans les *Cévennes*, jette des branches qui séparent les parties supérieures du bassin de la Loire, des affluens septentrionaux de la Garonne. Elle continue ensuite à séparer le bassin de la Méditerranée de celui de l'Océan, et vient se rattacher à la grande chaîne nommée *Pyrénées*, qui traverse de l'Océan à la Méditerranée, ferme, pour ainsi dire, du côté du continent, la presqu'île d'Espagne, et se prolonge, dans cette presqu'île, parallèlement aux rivages du golfe de Biscaye.

Au midi des Pyrénées, la ligne de démarcation entre la

pente dirigée vers l'Océan, et celle, qui tombe sur la Méditerranée, est indiquée d'abord par une chaîne de montagnes, séparant le bassin de l'Ebre de ceux du Douro et du Tage. Elle envoie plusieurs rameaux vers l'Océan, entre le Tage, la Guadiana et le Guadalquivir. C'est entre ces deux derniers que se trouve la *Sierra-Morena*, dont il passe quelques branches entre les sources de la Guadiana, du Guadalquivir et les rivières qui tombent dans la Méditerranée, au midi de l'Ebre, jusqu'à la *Sierra-Nevada* (montagnes neigeuses), qui fait la limite méridionale et orientale du bassin du Guadalquivir.

Retournons maintenant à la ligne qui sépare le bassin de la mer Noire, de celui de la mer Baltique; nous trouverons, entre les sources de la Vistule, de l'Oder, et celles des affluens septentrionaux du Danube, les monts *Krapacs*.

L'origine du bassin de l'Elbe est comme entourée par une chaîne continue formée du *Boehmer-Wald*, de l'*Erzgeberg* et du *Sudétic* au nord. Ce dernier se continuant sur la limite méridionale du bassin de l'Oder, va se joindre aux monts Krapacs.

Le bassin de la mer Caspienne, dans sa partie nord-ouest, par laquelle il est contigu à ceux de la mer Noire et de la mer Baltique, ne présente aucune montagne bien remarquable. On voit pourtant la Duna, le Volga, le Dnieper partir de points assez peu éloignés dans des directions très-différentes. On trouve à la vérité, dans les livres, l'indication de monts appelés *Valday*, et Gmelin, qui en a parcouru une grande partie, dit qu'ils s'étendent sur plus de 80 lieues en longueur, et de 16 en largeur; cependant on n'en fait aucune mention sur la plupart des cartes modernes, parce que cet espace n'est qu'un plateau très-peu incliné, parsemé de hautes collines.

En continuant de s'élever au nord, on rencontre les monts

Olonetz, faisant la limite orientale du bassin de la Baltique, et la limite occidentale de la pente vers la mer Blanche et l'Océan Glacial Arctique.

En tournant autour du golfe de Bothnie, ces monts prennent la dénomination de *Kemi*, et viennent presque joindre ceux qui séparent la partie occidentale du bassin de la Baltique, de la pente occidentale vers l'Océan, qui sont désignés quelquefois sous le nom de monts *Ophrines*, et parmi lesquels, en allant du nord au midi, on trouve les monts *Kolen*, *Dofre-Fiell*, *Lang-Fiell*. Ils jettent vers le sud-est une branche dans l'espace compris entre la mer Baltique et le Cattegat.

Les affluens du Volga, situés dans la partie nord-est de son bassin, sont séparés de ceux de l'Oby par la chaîne des monts *Ourals* ou *Kaménoïpoyas*, qui se prolongent vers le nord, entre les bassins de la Petchora et de l'Oby.

Les limites qui séparent le bassin de la mer Caspienne de celui de la mer Noire, dans la partie occidentale de l'un, orientale de l'autre, sont des montagnes très-étendues, très-élevées et fortement indiquées par les cours d'eau qui se rendent à chacune de ces mers. Ces montagnes, célèbres dans l'antiquité sous le nom de *Caucase*, remplissent l'intervalle d'une mer à l'autre, en partant du midi de l'embouchure du Kuban dans la mer Noire, et se terminant au nord de celle du Kur, dans la mer Caspienne, de manière à former une barrière très-naturelle et très-prononcée entre les régions qui sont au nord et celles qui sont au midi. Si de là, on suit le rivage de la mer Caspienne, en allant vers le nord, jusqu'à la ligne la plus élevée du terrain situé entre le Volga et l'Oural ou Jaïk, on rencontrera bientôt une chaîne de montagnes qui se joint aux monts Ourals, sur le revers desquels prend naissance le fleuve de ce nom; et, suivant toujours

la même chaîne, on se rendra à l'Océan glacial arctique, à peu près au détroit de Waigatz.

Telles sont les limites physiques que l'on peut donner à l'Europe, pour ne pas trop s'éloigner de celles qui lui ont été assignées jusqu'à présent. Ces dernières sont moins orientales dans la partie du sud; mais si, pour s'en rapprocher, on voulait prendre la ligne qui sépare le Volga du Don, en excluant ainsi de l'Europe le bassin du premier de ces fleuves on ôterait une très-grande région qui en a toujours fait partie et comprenant des villes considérables, comme *Moscou*, *Nizney-Novogorod*, *Kasan*.

Revenons maintenant au *Caucase*; nous le verrons se joindre, par l'Asie mineure, à une grande chaîne de montagnes, qui enveloppe la partie supérieure du cours de l'Euphrate, et sépare les rivières qui tombent dans la mer Noire, de celles qui se jettent dans la mer Méditerranée. Cette dernière chaîne, connue autrefois sous le nom de *Taurus*, traverse toute l'Anatolie, jusqu'à l'Archipel; on peut aussi trouver dans ses ramifications un embranchement qui, tournant autour de la Méditerranée pour passer à ses rivages orientaux, se joigne aux montagnes célèbres du *Liban* et de l'*Anti-Liban*, qui se continuent presque jusqu'à la mer Rouge, et conjointement avec la limite occidentale du bassin de l'Euphrate, forment les limites septentrionales de la presqu'île d'Arabie, où l'on indique deux chaînes principales, l'une dirigée parallèlement à la mer Rouge, l'autre vers le golfe Persique.

Le bassin de la mer Caspienne est très-resserré au midi, par une chaîne de montagnes dans laquelle se trouve le défilé que les anciens nommaient *Portes Caspiennes*. On pourrait regarder cette chaîne comme se rattachant au Caucase, en se prolongeant à l'est du bassin du Tigre, jusqu'au *mont Elvend*, nœud duquel partent des branches en divers sens. Celles

qui vont au sud-est, s'approchent du golfe Persique, de manière à laisser entre ce golfe et la mer Caspienne la région élevée dont nous avons parlé page 211. Son étendue est considérable; elle a plusieurs chaînes de montagnes, au nombre desquelles se trouvent le *Soliman-Kho*, ou *le Caucase de Soliman*, situé sur la limite occidentale du bassin du Sind, et se rattachant aux monts *Gaur*, placés sur la limite méridionale du bassin de la mer d'Aral, autour des origines du Gihon.

Les monts Gaur prennent à l'orient le nom d'*Hindou-Kho* ou *Caucase Indien*, et se joignent à d'autres qui enveloppent l'origine du Sind, en se prolongeant sur une grande partie de la limite qui sépare de la pente méridionale sur l'Océan, le grand plateau d'Asie. Il en part des branches qui se jettent entre le Sind et le Gange, entre celui-ci et le Burampouter. C'est parmi ces dernières que se trouve le mont *Himla* ou *Himaleck*, et le mont *Kelasch* ou *Kentaisse*. Enfin, sur la ligne qui sépare, dans la presqu'île de l'Inde en deçà du Gange, les cours d'eau qui se rendent à la côte orientale appelée de *Coromandel*, de ceux qui tombent sur la côte occidentale, nommée de *Malabar*, sont les *Gates*, qui jettent aussi des branches entre les rivières dirigées vers la côte de Coromandel.

La pente méridionale sur l'Océan, est séparée de la pente orientale, par une longue chaîne de montagnes comprises entre le Maykong et le golfe de Tonkin, et allant se rattacher à la limite méridionale du grand plateau d'Asie.

Les points les plus élevés de sa limite septentrionale paraissent devoir se trouver entre les origines de l'Oby, de l'Yeniséi, de l'Amur, de l'Hoang-Ho. Dans cette région, Pallas (1) indique le *mont Bogdo*, comme un nœud duquel

(1) *Acta Acad. Petrop.* année 1777, tom. 1.

partent quatre chaînes, suivant une distribution qui ne s'accorde pas tout à fait avec la carte d'Asie de M. Arrowsmith, que j'ai prise en général pour guide, comme la plus récente. D'après cette carte, le Bogdo se portant au nord, vers la chaîne Altaïque, traversée par les premiers affluens de l'Oby, concourt avec elle à envelopper l'origine de ces affluens. Au midi, il jette vers l'ouest la branche des *monts Chamars*, qui font exactement la séparation de la pente septentrionale vers l'Océan et du plateau. Cette branche, en remontant au nord, va rejoindre la chaîne occidentale des Altaïs, qui de là semble se prolonger, par divers rameaux, jusqu'aux monts Ourals. Quelques cartes placent dans cette direction les monts *Ulug-Tag* (peut-être l'*Oulou-taou* de Pallas) et *Algini* ou *Algydin*. Vers l'est, en tirant un peu au sud, le Bogdo envoie la branche des *monts Changay*; de là il faut concevoir au moins une bande élevée, qui enveloppe les cours d'eau tombant dans le lac Baikal, et gagne les montagnes de *la Daourie*, dirigées au nord-est pour se joindre aux *monts Jablonoï* ou *Stanovoï*, qui jettent des ramifications dans la Corée, côtoyent le fond du bassin de la mer d'Ochotsk, traversent le Kamtschatka, et vont se terminer dans la presqu'île des Tschuskis.

Il faut remarquer que la plus grande partie des chaînes Altaïques appartient à la pente septentrionale vers l'Océan, qu'elle est traversée par beaucoup de cours d'eau dirigés sur cette pente; et on pourrait mettre au nombre des branches qu'elle jette entre ces rivières, les *monts Sayansk*, traversés par les premiers affluens de l'Yéniséi.

Sur les limites orientales du bassin de la mer d'Aral, est indiqué le *Belur-tag*, qui paraît être, au moins en partie, l'*Imaüs* des anciens. Il se rattache aux monts *Gaur* vers le midi, aux monts *Argiun* vers le nord, et envoie au sud-est

une branche nommée *Mus-tag*, qui va rencontrer le mont *Kentel*, près d'un nœud remarquable, entre le Gange et le Sind, aux environs de *Sirinagur* ou *Cachemire*.

Dans l'intérieur du plateau, on marque la chaîne *Ungandaga*, à peu près parallèle à celle de Changay, et celle du *Moussart* de Pallas.

On joint aussi le Belur-tag avec le Bogdo, par une longue chaîne nommée *Mlack*, et l'extrémité septentrionale du Belur-tag doit par cette chaîne former un nœud près du *Mont Tereke*; mais tout cet espace est encore trop peu connu, et la diversité des langues, ou seulement des prononciations des peuples qui l'habitent, et des voyageurs qui l'ont parcouru, jette une grande confusion sur les noms appliqués aux élévations qu'il renferme.

Division générale de l'Afrique.

10. Les notions que l'on a sur cette grande presqu'île, s'étendant très-peu dans l'intérieur, il est impossible de pousser bien loin sa division en bassins. Le premier coup-d'œil sur la carte, fait remarquer trois pentes vers l'extérieur, savoir: la pente septentrionale, formant la partie méridionale du bassin de la Méditerranée, et les pentes occidentale et orientale vers l'Océan. Il faut en ajouter une quatrième, qui est méridionale, et bien moins étendue, puisqu'elle ne répond qu'à la pointe de la presqu'île, mais dont l'existence est bien indiquée par plusieurs rivières assez considérables, qui coulent du nord au midi.

La première de ces pentes, qui s'étend de l'ouest à l'est, depuis le cap Spartel jusqu'à l'isthme de Suez, ne présente que des cours d'eau peu importans, jusqu'au cap Bon; et depuis ce cap, on n'en trouve plus aucun jusqu'au *Nil*, dont les embouchures orientales sont très-près de l'isthme de Suez, et dont l'un des premiers affluens sort du lac *Dembéa*,

Les principaux fleuves qui coulent sur la pente occidentale de l'Afrique, sont:

Le *Sénégal*, La *Gambie*, Le *Zahir* ou *Zaïre*, } Qui se jettent dans l'Océan atlantique équinoxial; les deux premiers au nord de l'équateur, le troisième au sud;

Le fleuve des *Poissons*, La rivière d'*Orange*, La rivière des *Eléphans*, } Qui se jettent dans l'Océan atlantique austral.

Sur la pente méridionale, c'est-à-dire, dans une étendue d'environ 10° de longitude, en allant de l'ouest à l'est, à partir du cap de Bonne-Espérance, et comprenant la colonie de ce nom, on trouve un assez grand nombre de cours d'eau, dont les principaux sont :

La rivière de *Gauritz* ou *Gourils* ou *Goud*, La *grande rivière* des *Poissons*, } Qui se jettent dans l'Océan atlantique, austral.

En suivant la pente orientale du midi au nord, on rencontre :

La rivière du *Saint-Esprit* ou *Manica*, } Qui se jette dans la mer des Indes;

La rivière de *Sofala*, La *Cuama*, } Qui se jettent dans le canal de Mozambique.

Plus au nord, la *Zébée*, grande rivière, dont le cours n'est que soupçonné, et dont les embouchures seraient celle de la rivière de *Quilimanci* et celle de *Rio-Grande*.

Enfin la rivière de *Hawash*, } Qui se jette dans la mer des Indes, près du détroit de Bab-el-Mandel, ou se perd dans les sables.

Les bassins intérieurs de l'Afrique sont entièrement incon-

nus; on conjecture cependant qu'il doit y avoir des mers intérieures ou de grands lacs dans lesquels se perdent des cours d'eau dirigés dans un sens opposé à ceux que je viens de nommer. Parmi les premiers, le seul dont on ait quelques notions est le *Joliba*, le Niger des anciens, qui, partant d'assez près du Sénégal, coule de l'ouest à l'est, et finit, dit-on, par se perdre dans un grand lac ou peut-être un terrain marécageux, appelé *Wangara*. Au sud de l'équateur est indiqué vaguement le *lac Maravi*.

11. Le cours des fleuves et des rivières que je viens de nommer, n'est pas assez connu pour qu'on puisse mettre aucune précision dans la description des lignes qui séparent leurs bassins, et encore moins indiquer sûrement les formes du terrain sur ces lignes. On n'a donc que des notions très-vagues sur la direction des grandes chaînes de montagnes que renferme l'Afrique.

Sur la limite méridionale de la pente vers la Méditerranée, est le mont *Atlas*, dont la direction générale est de l'ouest à l'est, en partant du *cap Géer*, sur l'Océan atlantique boréal, et qui ne s'étend pas tout-à-fait jusqu'au méridien du cap Serrat. Il jette des branches au nord et au sud : l'une des premières s'avance jusqu'au détroit de Gibraltar, et sépare le bassin de la Méditerranée de la pente vers l'Océan atlantique boréal.

Au midi de l'Atlas, plusieurs cours d'eau qui se perdent dans des lacs ou dans des sables, indiquent vers l'intérieur une pente dont les autres limites sont absolument inconnues.

Le reste de la limite méridionale du bassin de la Méditerranée, jusqu'aux embouchures du Nil, se trouve sur des terrains arides peu connus, et où sont éparses quelques montagnes, dont les premières notions se trouvent dans le *voyage d'Hornemann*, et sont encore très-imparfaites.

Le Nil, pendant une grande partie de son cours, est ren-

fermé dans une vallée très-étroite, comprenant la *haute Egypte;* en sorte que son bassin est terminé à l'ouest par une chaîne de montagnes qui s'étend depuis le 30e degré de latitude, jusque vers le 22e; et les montagnes qui le séparent à l'est de la pente vers le golfe Arabique, se prolongent jusqu'au 17e degré.

Plus au sud, on a quelques notions de plusieurs chaînes de montagnes qui se jettent entre les affluens que ce fleuve reçoit dans la partie supérieure de son cours, car il est remarquable qu'on n'en rencontre plus au nord du 18e degré de latitude; mais on ignore absolument ceux qui sont les plus proches de sa source, et le cours d'eau qui en dérive immédiatement; cependant la grande longueur du cours de ce fleuve, le volume d'eau qu'il roule dans ses crues, sont de fortes raisons pour croire qu'il prend sa source dans un pays très-élevé, et qu'il doit par conséquent y avoir un grand plateau ou des chaînes de montagnes très-considérables dans le voisinage de l'équateur, et qui terminent vers le midi ce long appendice par lequel le bassin de la Méditerranée pénètre, pour ainsi dire, jusqu'au cœur de l'Afrique. C'est là qu'on place le plus souvent les *montagnes de la Lune*, dont la position est à peu près inconnue; et au sud du lac Maravi, on indique les monts de *Lupata*.

Le voyage de Mungo-Park nous a donné connaissance des montagnes de *Kong*, qui font la limite méridionale du bassin de la Gambie, et de celui du Joliba. Je ne m'arrête point aux montagnes que les cartes indiquent entre les branches du cours du Zahir, parce qu'elles sont trop peu connues, et je passe aux grandes chaînes qui séparent de l'intérieur de l'Afrique, sa pente méridionale vers l'Océan; elles sont bien indiquées par le cours des rivières qui se jettent dans l'Océan Atlantique Austral, après avoir coulé du nord au sud, et par celui des

rivières qui, coulant d'abord du sud au nord, se dirigent ensuite sur les pentes occidentales et orientales vers l'Océan. La direction générale de ces montagnes est de l'ouest à l'est; les plus élevées se nomment montagnes de *Nieuweldt*, et occupent à peu près le centre de la limite des deux pentes contiguës. Toute cette partie de l'Afrique est en général très-montueuse, et l'on y trouve un assez grand nombre de chaînes dont la direction est de l'ouest à l'est.

Des îles adjacentes à l'ancien continent.

12. A l'indication des grandes régions de l'ancien continent, je fais succéder celle des principales îles adjacentes, c'est-à-dire, les îles qui sont peu distantes des côtes, ou qui, groupées en archipels ou en chaînes, limitent quelques-uns des bassins que l'Océan forme dans les terres, ou enfin, qui se trouvent éparses dans les mers intérieures. Pour en faire l'énumération, je suivrai l'ordre dans lequel j'ai fait parcourir les mers, golfes et baies formées par l'Océan.

Dans la Méditerranée, en la parcourant de l'ouest à l'est, on rencontre, vis-à-vis la côte orientale d'Espagne:

Les îles *Baléares*, dont les plus considérables sont:

L'île *Majorque*,

Minorque,

Ivice.

Plus à l'est:

L'île de *Corse*,

L'île de *Sardaigne*, { Séparée de la précédente par le détroit de Boniface.

A l'extrémité sud-ouest de l'Italie:

La *Sicile*, { Séparée du continent par le détroit nommé *Phare de Messine*, dont la largeur surpasse à peine une lieue.

Au midi de celle-ci:

L'île de *Malte*,

L'île de *Goze*.

Vis-à-vis la côte occidentale de la Grèce, sont :

L'île de *Corfou*,
Céphalonie,
Zante.

Au midi :

L'île de *Candie*.

Dans l'archipel, il y a un grand nombre d'îles, dont les plus considérables sont :

Negrepont, séparée du continent par un canal très-étroit.
Mytileni ou *Métélin*,
Scio ou *Chio*,
Samo,
Rhodes, à l'orient de l'Archipel.

Au fond de la Méditerranée et au midi de l'Anatolie, est :

L'île de *Chypre*.

En parlant de la Manche et de la mer d'Allemagne, j'ai déjà nommé les *îles Britanniques*, séparées du continent par le Pas-de-Calais ; les deux principales sont :

L'*Angleterre* ou *Grande-Bretagne*,
L'*Irlande*, { Située à l'occident de la première, dont elle est séparée par le canal Saint-Georges.

Viennent ensuite :

Les îles *Westernes* ou *Hébrides*, au nord de l'Irlande.
Les *Orcades* ou *Orkney*, au nord de la Grande-Bretagne.
Les *Schetland*, au nord-est des Orcades.

Dans la Baltique, au bout du Cattegat, on trouve :

L'île de *Funen*, séparée du Jutland par le *Petit-Belt*.
Séeland, { Séparée de l'île de Fionie, par le *Grand-Belt*, et de la côte de Suède par le *Sund*.

Au-delà des précédentes on rencontre :

L'île *Rugen*,
Bornholm,
Oland,
Gothland,
Osel,
Aland, { Tenant à une chaîne d'îles qui ferme en grande partie le golfe de Bothnie.

La côte de Norwège est parsemée d'îles assez petites en général ; on distingue cependant :

Les îles *Loffoden*, { Séparées du continent par un passage nommé *West Fiord*.

A l'orient de la mer Blanche, ou golfe de Laponie,
L'île de *Kolguew*.

Au nord du détroit de Waigatz :

La *Nouvelle-Zemble*, { Composée de deux îles séparées par un détroit.

Les îles *Kurilles*, { A l'entrée de la mer d'Ochotsk, en partant de la pointe du Kamtchatka.

L'île *Tchoka* ou *Ségalien*, { Dans la mer d'Ochotsk, et séparée du continent par la Manche de Tartarie.

Au midi des Kurilles :

L'île des *Etats*,
L'île de *Jesso* ou d'*Insu*, { Séparée de Tchoka par le *détroit de la Pérouse*.

Au sud de Jesso :

Les îles du *Japon*, dont les principales sont :
L'île de *Niphon*, séparée de Jesso par le *détroit de Sangaar*.
L'île de *Sikokf*,
L'île de *Kiusiu*, } Au sud de Niphon.

Cet archipel est séparé du continent par le *détroit de Corée*.

Plus loin vers le midi sont :

Les îles de *Lieu-kieu*,
L'île *Formose*, au sud-ouest des précédentes.
L'île d'*Haynan*, dans le golfe de Tonkin.

A l'est de la mer de la Chine, les îles *Philippines*, dont les plus considérables sont :

L'île *Luçon*, au nord ;
Samar, à l'est ;
Palawan, à l'ouest ;
Magindanao, au midi.

Au midi de la mer de la Chine :

Les îles *de la Sonde*, dont les plus considérables sont :

L'île *Bornéo*,
Sumatra, séparée du continent par le détroit de Malacca ;
Java, séparée de la précédente par le *détroit de la Sonde*.

Si l'on voulait à la rigueur se borner aux îles qui ferment les golfes et les détroits adjacens au continent, il aurait fallu s'arrêter à l'île de Sumatra ; mais elle touche de trop près à celle de Java, pour ne pas indiquer en même temps cette dernière. Par la même raison, on est forcé d'embrasser dans une description générale, les nombreuses îles situées à l'orient et au midi des précédentes, parce que leur distribution est trop confuse, et leurs distances sont trop petites, pour qu'on puisse y établir aucune division. J'indiquerai, en allant de l'ouest à l'est, les plus grandes, autour desquelles je grouperai celles qui sont moins étendues.

L'île *Célèbes*, { A l'orient de Bornéo, dont elle est séparée par le *détroit de Macassar*.

Au midi de cette île se trouvent :

L'île de *Sumbava*,
Floris,
Timor,

Et à l'est :

L'île de *Gilolo*, { Près de sa côte occcidentale sont les cinq petites îles proprement appelées *Moluques*.

Bouro,
Ceram.

En continuant de s'avancer à l'orient, on rencontre :

L'île de *Papua* ou *Nouvelle-Guinée*, { Appelée autrefois *terre des Papous*, et dont le contour n'est pas encore bien déterminé.

Au sud-ouest :

L'île de *Timorlaut*,
d'*Arou*.

A l'est de Papua, se trouvent :

La *Nouvelle-Bretagne*, { Séparée de Papua par le détroit de Dampierre;

La *Nouvelle Irlande*,

Les îles de *Salomon*, { Découvertes par Mendana, et retrouvées dans la terre des Arsacides et dans les îles environnantes, par MM. de Bougainville et de Surville.

En traversant le *détroit de Torrès*, situé au midi de Papua, on trouve le cap d'*Yorck*, le point le plus septentrional de la *Nouvelle-Hollande*, qui est, comme je l'ai déjà dit, la plus grande île après les deux qu'on appelle encore *continent*. On n'y connaît aucune rivière digne d'attention. La côte orientale la plus fréquentée, sur laquelle il y a une colonie Européenne, est bordée, dans une grande étendue, par une longue chaîne de montagnes, dirigée du midi au nord, et qui est

tellement escarpée, qu'on n'a pu encore la franchir dans aucun de ses points, pour pénétrer au delà.

Au nord de la Nouvelle-Hollande, et à l'ouest du cap d'Yorck, déjà nommé, se trouve un grand golfe appelé *golfe de Carpentarie.*

Au midi, le *détroit de Bass*, au delà duquel se trouve :

L'île de *Vandiémen*, { Qu'on a cru long-temps faire partie de la Nouvelle-Hollande.

Après cette espèce de digression, je reprends, par le golfe de Bengale, l'énumération des îles adjacentes à l'ancien continent.

On rencontre, au sud-est de ce golfe :

L'île *Nicobar*,
Les îles *Andaman.*

Au sud-est de la presqu'île en deçà du Gange, est :

L'île *de Ceylan*, { Très-grande et séparée du continent par un canal peu profond, dans beaucoup de points, particulièrement sur un espace nommé le *Pont d'Adam.*

Au sud-ouest de la même presqu'île de l'Inde, sont :

Les *Maldives*, { Petites îles dont le nombre s'élève à plus de 12 000, et séparées en groupes nommés *Atollons.*

Au nord des Maldives se trouvent :

Les *Laquedives*, placées vis-à-vis de la côte du Malabar.

Dans la partie de la mer des Indes, qui baigne les côtes orientales de l'Afrique, on trouve :

L'île *Socotora*, près du cap Guardafui;

L'île de *Madagascar*, { Très-grande, séparée du continent par le canal de Mozambique.

Les îles de *Comore* et d'*Anjuan*, { A l'entrée septentrionale du canal de Mozambique.

A l'occident de l'Afrique, dans le golfe de Guinée, sont quelques îles, dont la plus considérable est :

Saint-Thomas, presque sous l'équateur.

Dans l'Océan Atlantique équinoxial :

Les îles du *cap Verd*, vis-à-vis de ce cap.

Dans l'Océan atlantique boréal :

Les *Canaries* ou *îles Fortunées* des anciens.

La plus grande de ces îles est :

L'île de *Ténériffe*, { Remarquable par une très-haute montagne nommée le *Pic de Teyde*.

Au nord de celle-ci :

L'île *Madère*.

13. Les côtes du nouveau continent sont en général moins découpées que celles de l'ancien. En commençant par le nord-est l'énumération des mers intérieures et des golfes que l'Océan y forme, on trouve la *baie de Baffins*, communiquant par le détroit de *Davis* avec l'Océan atlantique boréal; la baie d'*Hudson*, qui communique par le détroit de ce nom avec celui de Davis; le golfe *Saint-Laurent*, situé à l'embouchure du fleuve de ce nom, et fermé par la grande île de Terre-Neuve; le golfe du *Méxique*, dont une partie baigne les côtes de la contrée ainsi nommée, et la mer des *Caraïbes*, séparés de l'Océan atlantique équinoxial par de longues chaînes d'îles, parmi lesquelles il y en a de très-grandes.

Description de l'Amérique, ou nouveau continent.

On ne trouve, dans la partie occidentale, que la mer *Vermeille*, nommée aussi golfe de *Californie*, parce qu'elle baigne les côtes de la contrée appelée ainsi.

On a déjà vu que l'Amérique septentrionale était séparée de

l'Asie par le détroit de Béerings qui en baigne la partie nord-ouest; les glaces n'ayant permis aux navigateurs que de s'avancer très-peu vers le nord, on n'a aucune connaissance de la direction des rivages de l'Océan Glacial Arctique, depuis le cap Glacé, placé au delà du 70° degré de latitude. Il y a lieu de croire qu'à partir de ce point, elle tend vers l'est; car MM. Mackenzie et Hearne sont parvenus au bord de la mer, à peu près à la même latitude, le premier à 25° à l'orient du cap Glacé, et le second à 5o; mais on ne sait ensuite comment cette mer se rattache à la baie de Baffins.

Les côtes de l'Amérique méridionale ne présentent d'enfoncement un peu remarquable, que le golfe de *Panama*, situé au nord-ouest; et elle est terminée au sud par le détroit de *Magellan*, le plus long de tous ceux qu'on connaît.

Des presqu'îles du nouveau continent

14. Je passe maintenant aux presqu'îles.

1° *Le Groenland*, Entre l'Océan glacial arctique, le détroit de Davis et la baie de Baffins. *Il pourrait être une île, si la baie de Baffins communiquait à l'ouest avec l'Océan glacial arctique.* Ses caps principaux sont : le cap *Discord* et le cap *Farewell*.

2° Une presqu'île, Entre le détroit de Davis, le détroit d'Hudson, et le fond de la baie de même nom.

3° Le *Labrador*, Entre le golfe de Saint-Laurent, l'Océan atlantique boréal, le détroit et la baie d'Hudson. Ses principaux caps sont : le cap *Charles*, dans l'Océan atlantique, le cap *Chidley*, dans le détroit de Davis, et le cap *Digg*, dans la baie d'Hudson.

4° La *Floride*, Entre l'Océan atlantique boréal et le golfe du Méxique, et terminée au midi par une pointe du même nom.

5° L'*Yucatan*, Entre le golfe du Mexique et la mer des Caraïbes. Sa pointe la plus avancée dans la mer, est le *cap Catoche*.

6° La *Californie*, { Entre le golfe de ce nom et le grand Océan Boréal, formant au midi le *cap San-Lucar*.

7° La presqu'île d'*Alaska*, vis-à-vis le Kamtchatka.

15. Le nouveau continent renferme à proportion plus de grands fleuves que l'ancien. On peut réduire à cinq principales, les pentes générales du terrain de l'Amérique septentrionale. Des pentes et des bassins du nouveau continent.

1° Une pente vers l'Océan Atlantique, commençant au cap *Chidley*, à l'entrée du détroit d'*Hudson*, et se terminant à l'extrémité de la Floride;

2° Une pente vers le golfe du Mexique et la mer des Caraïbes, commençant à la pointe de la Floride et finissant à l'isthme de Panama.

Pour y comprendre tout entier le bassin des deux mers que je viens de nommer, il faudrait y joindre la côte nord de l'Amérique méridionale, jusqu'au cap des trois Pointes; mais je m'arrête à l'isthme de Panama, pour conserver l'importante division de l'Amérique dans ses deux presqu'îles.

3° Une pente occidentale vers le grand Océan, commençant au nord du golfe de Panama, et finissant au cap du prince de Galles, dans le détroit de Béerings, point par lequel l'ancien continent s'approche le plus du nouveau.

4° Une pente septentrionale vers l'Océan glacial arctique, commençant au cap du prince de Galles, mais des rivages de laquelle on ne connaît que deux points au delà du cap Glacé.

5° La pente marquée par les cours d'eau dirigés vers la baie d'Hudson, et formant le bassin de cette mer intérieure.

Le Groënland et les rivages de la baie de Baffins sont trop peu connus pour qu'on puisse y former aucune division.

On ne connaît point, dans l'Amérique septentrionale, de

mer sans communication avec l'Océan, en sorte qu'il n'y a aucune pente remarquable qui soit vraiment intérieure.

16. Parcourons maintenant les fleuves.

La pente orientale, en partant du cap Chidley, présente d'abord

Le fleuve *Saint-Laurent*, { Dont l'embouchure est dans le golfe de ce nom, et qui traverse dans son cours un grand nombre de lacs dont les principaux sont : le lac *Supérieur*, le lac *Huron*, communiquant au lac *Michigan*; le lac *Erié* et le lac *Ontario*. On les appelle quelquefois les *Cinq grands lacs*.

Depuis l'embouchure du fleuve Saint-Laurent jusqu'à la Floride, on rencontre un très-grand nombre de rivières, la plupart assez larges à leur embouchure, mais dont le cours est peu étendu; je n'en citerai que les trois suivantes :

L'*Hudson*, La *Delaware*, La *Susquehanna*, { Qui se jettent dans l'Océan Atlantique Boréal; la seconde formant à son embouchure une baie qui porte son nom, et la troisième ayant son embouchure dans la grande baie de *Chesapeak*.

Sur la seconde pente, dirigée vers le golfe du Mexique et la mer des Caraïbes, et comprise entre le cap de la Floride et l'isthme de Panama, coulent :

Le *Mississipi*, Le *Rio Colorado*, Le *Rio-bravo* ou *Del'norte*, } Qui se jettent dans le golfe du Mexique.

La rivière *St.-Jean*, { Traversant le lac *Nicaragua*, et se jetant dans la mer des Caraïbes.

Sur la troisième pente, dirigée vers le grand Océan, et comprise entre la baie de Panama et le cap du prince de Galles, dans le détroit de Béerings, coulent :

Le *Rio Colorado*, qui se jette dans le golfe de Californie.
L'*Oregan* ou *Colombia*, dans le grand Océan Boréal.

On ne connaît guère de cette pente que les côtes qui font partie des découvertes les plus récentes des navigateurs anglais et français.

Sur la quatrième pente, dirigée vers l'Océan Glacial Arctique, et commençant au cap du prince de Galles, on ne connaît que

La rivière de *Mackenzie*, { Qui traverse le lac *Athapeskow*, celui de l'*Esclave*, et se jette dans l'Océan Glacial Arctique, vers 70° de latitude nord.

La rivière de la *Mine de cuivre*, { Dont le cours est très-peu étendu, et l'embouchure plus orientale de 25° que celle de la précédente.

La cinquième pente, dirigée vers la baie d'Hudson, offre :

La rivière de *Nelson*, qui traverse le lac *Winipig*,

La rivière d'*Albany*, { Qui traverse le lac *Saint Joseph* et plusieurs autres moins considérables.

17. L'intérieur de l'Amérique septentrionale est encore trop peu connu pour qu'on ait des données certaines sur la forme du terrain, le long des limites qui séparent les divers bassins que je viens d'énoncer. Il y en a cependant quelques-unes qu'on sait être tracées par de grandes chaînes de montagnes. Des chaînes de montagnes de l'Amérique septentrionale.

Le bassin de la baie d'Hudson est séparé de celui du fleuve Saint-Laurent par les monts *Algonkins*. Ce dernier bassin et ceux des affluens orientaux du Mississipi, sont séparés des rivières qui se jettent dans l'Océan Atlantique Boréal, par des chaînes de montagnes dont la direction générale est du nord-est au sud-ouest, qui sont rangées sur plusieurs lignes, et qu'on appelle, en allant de l'orient à l'occident, *montagnes Bleues*, *montagnes du Nord*, et *Allegany*. Dans leur partie méridionale, elles prennent le nom d'*Apalaches*.

Entre les affluens occidentaux du Mississipi, le Rio Colo-

rado, le Rio Bravo ou del Norte, se trouvent des chaînes de montagnes dirigées du nord-ouest au sud-est; mais les plus considérables sont celles qui séparent le bassin du Rio Bravo, de ceux des rivières qui coulent à l'occident, vers le golfe de Californie. La pente vers le golfe du Mexique est séparée de celle qui est dirigée sur le grand Océan, jusqu'à l'isthme de Panama, par une chaîne de montagnes dont la partie la plus élevée est au nord, et contient des plateaux très-étendus entre le 15 et le 25e degré de latitude nord.

La presqu'île de Californie paraît traversée, du midi au nord, par une chaîne de montagnes qui se prolonge le long des côtes du grand Océan Boréal, au delà du 60e degré de latitude nord, où les navigateurs ont remarqué un pic très-élevé, nommé *mont Saint-Elie*.

La longueur du cours du fleuve Saint-Laurent, de celui du Mississipi, et plus encore du Missouri, son principal affluent occidental, de celui de la rivière de Mackenzie, indiquent au centre de l'Amérique septentrionale, un espace fort élevé qui est probablement un très-grand plateau, et dont la séparation avec la pente vers le grand Océan Boréal, est indiquée par les *Stony-Mountains* ou *Montagnes de Pierre*, que M. Mackenzie a traversées, et qui paraissent se réunir aux montagnes qui séparent le bassin du Rio Bravo de celui du golfe de Californie.

Des bassins de l'Amérique méridionale.

18. L'Amérique méridionale renferme les cours d'eau les plus considérables que l'on connaisse. Il semble d'abord qu'on n'y puisse distinguer que trois pentes, savoir : une pente occidentale très-étroite, vers le grand Océan, et comprise entre la baie de Panama et le détroit de Magellan. Une pente septentrionale, dirigée vers la mer des Caraïbes, et s'étendant de l'isthme de Panama au cap des Trois-Pointes, puis une pente extrêmement étendue en longueur et en largeur, dirigée vers l'Océan Atlantique, comprise depuis le cap des

Trois-Pointes, dans la mer des Caraïbes, jusqu'au cap de la Vierge-Marie, à l'entrée orientale du détroit de Magellan; mais cette dernière peut se diviser en deux parties, puisqu'au cap Saint-Roch, vers le 5e degré de latitude sud, la côte change notablement de direction, et après avoir été du nord-ouest au sud-est, sa direction générale s'approche beaucoup de celle du nord-est au sud-ouest. La séparation intérieure de ces deux pentes, s'obtient par une ligne courbe tirée entre les affluens de deux grands fleuves que je vais bientôt indiquer.

La pente occidentale, dirigée vers le grand Océan, et s'étendant du golfe de Panama au détroit de Magellan, ne présente aucun cours d'eau remarquable.

Sur la pente septentrionale, dirigée vers la mer des Caraïbes, coulent:

La rivière de la *Magdeleine*, qui se jette dans la mer des Caraïbes,

Et plusieurs autres qui se déchargent d'abord dans le lac *Maracaybo*, communiquant avec la mer des Caraïbes, par le golfe de *Venezuela*.

Pour bien saisir les divers bassins que renferme la pente dirigée vers l'Océan Atlantique, il faut remarquer d'abord les deux immenses fleuves nommés rivière des *Amazones* et rivière de *La Plata*.

Les embouchures de ces fleuves forment des enfoncemens remarquables; la première est située à peu près sous l'équateur, et la seconde vers le 35e degré de latitude sud. C'est entre les affluens méridionaux du premier de ces fleuves, et les affluens septentrionaux du second, qu'on a mené sur la carte du nouveau continent, la ligne qui, partant du cap Saint-Roch, divise en deux parties la pente dont je m'occupe en ce moment.

Sur la partie septentrionale de cette pente, en allant du nord au midi, on trouve:

L'*Orénoque*,
L'*Esséquébé*,
La rivière des *Amazones*,
La rivière des *Tocantins*,
} Qui se jettent dans l'Océan Atlantique Equinoxial.

Sur la seconde partie de la même pente, commençant au cap Saint-Roch, coulent :

La rivière de *San Francisco*, { Qui se jette dans l'Océan Atlantique Equinoxial ;

Le *Rio Grande* ou de *San-Pedro*,
La rivière de *La Plata*,
Le *Rio Colorado*,
Le *Rio del los Sauzes* ou *Rio Negro*,
Le *Rio Gallegos*,
} Qui se jettent dans l'Océan Atlantique Austral.

Des montagnes de l'Amérique méridionale.

19. C'est dans l'Amérique méridionale que se trouve la plus longue chaîne de montagnes que l'on connaisse. Elle forme la limite de la pente dirigée vers le grand Océan, et prend successivement le nom de *Cordilière du Pérou* et de *Cordilière des Andes*. Cette chaîne, qui vient de l'Amérique septentrionale par l'isthme de Panama, s'étend jusqu'au cap Pillar, dans le détroit de Magellan ; et c'est parmi ses pics que sont les points les plus élevés de la surface terrestre. Elle jette sur la limite orientale du bassin de la rivière de la Magdeleine, un rameau qui se prolonge jusqu'au cap des Trois Pointes, et sépare la pente vers la mer des Caraïbes, du bassin de l'Orénoque.

Outre ce rameau, qui suit d'assez près les côtes, dans la direction de l'ouest à l'est, M. de Humboldt en a indiqué deux autres dans la même direction, et joignant par conséquent la grande chaîne des Andes avec les diverses chaînes situées dans le voisinage des côtes de l'Océan atlantique, tant au

nord qu'au sud de l'équateur. Le premier de ceux-ci, visité par M. de Humboldt, est traversé par l'Orénoque aux cataractes de *Maypura* et d'*Atures*. Le second rameau est la chaîne des *Chiquitos*, entre les bassins de la rivière des Amazones et de la rivière de La Plata, et dont M. de Humboldt a acquis la connaissance par des informations recueillies avec soin.

Sur la limite occidentale du bassin du Rio de La Plata, entre 24 et 32° de latitude sud, les cartes indiquent à l'orient de la cordilière des Andes, une chaîne de montagnes qui comprend, avec cette cordilière, des bassins renfermant des cours d'eau qui se terminent dans des lacs; et vers 16° de latitude, on trouve le lac *Titicaca*, le plus grand de ceux dont l'existence est bien constatée dans l'Amérique méridionale; car les lacs *Parima* et *Xarayes* ne paraissent que des inondations passagères.

20. Je vais maintenant indiquer les îles adjacentes au nouveau continent, en commençant par le nord.

Dans l'Océan Glacial Arctique, on trouve:

L'*Islande*, { Grande île qui n'est séparée des côtes du Groenland que par un canal d'environ 40 lieues, tandis qu'elle est à plus de 180 lieues des côtes de l'Europe.

La grande île indiquée quelquefois dans la baie de Baffin, est trop incertaine, et celles de la baie d'Hudson sont trop peu importantes pour les nommer ici.

Dans l'Océan Atlantique Boréal, on trouve:

L'île de *Terre-Neuve*, { A l'entrée du golfe St.-Laurent, et séparée par le détroit de *Belle-Ile* de la presqu'île appelée *Terre de Labrador*.

L'île *Anticosti*, à l'embouchure du fleuve Saint-Laurent.

L'île du *Cap Breton*, au midi de cette embouchure.

L'île *Longue*, près l'embouchure de la rivière d'Hudson.

Les îles *Lucayes* ou de *Bahama*, { Au sud-est de la Floride, dont elles sont séparées par le nouveau canal de Bahama, l'une des entrées du golfe du Mexique.

Dans cet archipel je citerai :

L'île *Guanahani* ou *San Salvador*, { Parce que c'est la première terre nouvelle que Colomb ait apperçue.

L'archipel des Antilles qui sépare la mer des Caraïbes de l'Océan Atlantique. Les principales sont, en commençant par l'ouest :

L'île de *Cuba*,
La *Jamaïque*,
Saint-Domingue,
Porto-Rico.

A la suite de cette dernière, une chaîne d'îles beaucoup moins considérables, suivant la direction du nord au midi. C'est à l'extrémité méridionale de cette chaîne que se trouve le plus grand passage pour entrer dans la mer des Caraïbes. Les vaisseaux qui y sont engagés reçoivent le vent du côté de la chaîne d'îles que je viens de nommer. C'est pour cette raison qu'on les nomme quelquefois les îles *du Vent*, tandis qu'on appelle îles *Sous le Vent*, une autre chaîne qui s'étend de l'est à l'ouest, à peu de distance des rivages méridionaux de la mer des Caraïbes.

L'île de la *Trinité*, { Située dans l'Océan Atlantique Equinoxial, entre la mer des Caraïbes et l'embouchure de l'Orénoque.

Les îles *Falkland* ou *Malouines*, { Dans l'Océan Atlantique Austral, près du détroit de Magellan.

La *Terre de Feu*, { Au midi du détroit de Magellan. Elle est probablement un assemblage de plusieurs îles séparées par des canaux étroits, qui ne sont encore que soupçonnés. C'est à l'extrémité de l'île la plus méridionale de celles qui environnent la Terre de Feu, que se trouve le cap de *Horn*, le point le plus méridional des terres adjacentes au nouveau continent.

L'île *des Etats*, { A l'occident de la terre de Feu, et remarquable par le détroit de *Lemaire*, qui la sépare de cette terre, et que les navigateurs préfèrent souvent au détroit de Magellan, dont le trajet est long et périlleux; ils doublent alors le cap de Horn.

En remontant du midi au nord, le long des côtes occidentales du nouveau continent, on trouve:

L'île de *Chiloé*, { Dans le grand Océan Austral, près de la côte du continent, et vers 43 degrés de latitude australe.

De là jusqu'à la côte nord-ouest de l'Amérique septentrionale, on ne rencontre plus d'îles remarquables; mais depuis environ le 48e degré de latitude septentrionale, la côte est profondément découpée par des canaux nombreux, qui en détachent beaucoup d'îles, dont les plus considérables sont:

L'île *Quadra* et *Vancouver*, { Ainsi nommée par les deux navigateurs qui l'ont reconnue les premiers, l'un espagnol et l'autre anglais.

L'île de la *Reine Charlotte*,

L'île *Kikhtak*,

L'île *Ounimak*,

L'île *Ounalaska*,

Les îles *Aleutiennes*, { Qui se prolongent à l'extrémité de la presqu'île d'Alaska, et ferment dans le grand Océan Boréal, au midi du détroit de Béerings, un espace de mer que M. de Fleurieu nomme *bassin du Nord*.

21. Pour terminer l'énumération des terres répandues sur la surface du globe, il me reste à parler des îles placées à de grandes distances des côtes, ou de manière qu'on ne puisse commodément les rapporter à l'ancien continent ou au nouveau. Des îles éparses dans l'Océan.

Dans l'Océan Glacial Arctique :

Le *Spitzberg*, { Composé de plusieurs îles, et la terre la plus septentrionale que l'on connaisse.

Dans l'Océan Atlantique Boréal :

Les îles *Feroé*, au nord des îles Britanniques.

Les *Açores*, { Moins éloignées de l'ancien continent que du nouveau ; vers le 38e degré de latitude.

Dans la partie australe de l'Océan équinoxial :

L'île de l'*Ascension*,

L'île *Sainte-Hélène*.

Dans l'Océan Atlantique Austral :

L'île de la *Géorgie*, { Moins éloignée du nouveau continent que de l'ancien ; vers le 55e degré de latitude australe.

Les îles *Sandwich*, { Au sud-est de la précédente, la terre la plus méridionale que l'on connaisse.

L'île de la *Désolation* ou *Terre de Kerguelen*, { Au sud-est de Madagascar, vers le 49e degré de latitude australe.

Dans la mer des Indes, à l'est de Madagascar :

L'île de *Bourbon*,

L'île de *France*,

L'île *Rodrigue*.

Au nord-est de Madagascar :

Les îles *Mahé* ou *Sechelles*.

Dans le grand Océan Austral :

La *Nouvelle-Zéelande*, { Composée de deux îles separées par le détroit *de Cook*, au sud-est de la Nouvelle-Hollande.

Dans le grand Océan Equinoxial, au sud de l'équateur :

La *Nouvelle Calédonie*,

Les *Nouvelles Hébrides*, { Dont la plus grande se nomme *terre du Saint-Esprit.*

Les îles des *Amis*, où se trouve l'île de *Tongataboo*,

L'*archipel des Navigateurs*,

L'*archipel de Roggewein*,

L'*archipel de la Société*, comprenant l'île d'*Otaïti*,

L'*archipel Dangereux*,

L'*archipel de la mer mauvaise*,

Les *marquises de Mendoce*.

Dans le grand Océan équinoxial, au nord de l'équateur,

Les îles *Palaos*, au sud-est des Philippines,

Les îles *Carolines*, à l'est des Philippines,

Les îles *Mariannes* ou des *Larrons*,

Les îles *Sandwich*, { Plus près du nouveau continent que de l'ancien; la plus considérable de ces îles est *Owihée*, où le capitaine Cook fut tué.

Dans le grand Océan boréal, au midi du détroit de Béerings:

L'île *Clerke*.

22. Le but principal des articles précédens, est d'apprendre à étudier une carte, en y cherchant par ordre les objets essentiels qu'elle doit représenter. Quelque simple que soit la nomenclature rapportée dans ces articles, elle ne s'offrirait point d'abord aux personnes qui jeteraient au hasard les yeux sur une carte; mais la marche étant bien indiquée, chacun peut étudier dans les cartes les détails des régions naturelles, conformément au plan que j'en ai tracé, et compléter, suivant l'état actuel des connaissances géographiques, le tableau de telle partie du globe qu'il voudra. Cependant je crois devoir prévenir quelques difficultés qui pourraient naître de la diversité des cartes employées à cet usage.

Remarques sur les divisions précédentes.

Dans tout ce qui tient aux habitudes des peuples et aux conventions que le temps a établies successivement, le défaut de vues générales se fait sentir à chaque instant, et contrarie l'application des méthodes qui tendraient le plus à simplifier la science. La multitude des dénominations imposées aux mêmes objets, est dans toutes les sciences naturelles un des plus grands obstacles à leur étude, et a lieu en géographie d'une manière très-frappante à l'égard des cours d'eau et des montagnes. Il semblerait que le nom porté par une rivière, à son embouchure dans la mer, devrait être constamment celui du plus considérable des cours d'eau dont elle est formée, et qui vient de plus loin; mais souvent l'usage est contraire à cette règle, et la même rivière prend divers noms entre sa source et son embouchure. On en voit un exemple dans *la Garonne*, qui devient *la Gironde* lorsqu'elle s'est réunie à *la Dordogne;* dans *le Rhin*, dont le nom se conserve à un faible bras qui se perd dans les sables à deux lieues de la mer, tandis que les canaux de l'*Yssel*, du *Leck* et du *Wahal* conduisent dans l'Océan la plus grande partie des eaux du fleuve, et que le dernier de ces canaux se réunit à la *Meuse*, avant de se rendre à la mer.

Je n'aurais pu m'assujétir à toutes ces variétés de nomenclature, sans surcharger beaucoup les tableaux que j'avais à mettre sous les yeux du lecteur; je me suis donc borné généralement au nom que porte le fleuve à son embouchure, excepté dans quelques cas où celui du reste du cours est plus connu, comme il arrive pour le Tygre et l'Euphrate. La diversité des langues s'opposant invinciblement à ce que les cartes soient uniformes à l'égard des dénominations, il ne me paraît pas impossible de mettre à profit cet inconvénient pour rectifier peu à peu celles de ces dénominations qui sont vicieuses, et introduire dans la science un langage clair, propre

à soulager la mémoire, et qui finisse par devenir commun à tous les hommes instruits.

Lorsque les navigateurs arrivent dans une contrée, c'est par les embouchures qu'ils découvrent les rivières; en les remontant, ils passent, pour ainsi dire, du tronc aux branches, et pourraient conserver aux unes le nom de l'autre, en le modifiant de manière à indiquer les diverses directions de ces branches. Cela est arrivé pour quelques rivières de l'Amérique septentrionale : telle est *la Susquehanna*, formée par la réunion de deux affluens principaux, dont l'un s'appelle *branche est*, et l'autre *branche ouest de Susquehanna*; mais il faut convenir que souvent le grand nombre d'embranchemens que présente le canal d'une rivière, rendrait cette nomenclature très-confuse, et qu'elle est en quelque sorte contraire à la nature des choses, puisqu'à proprement parler, la circonstance dont il s'agit ne présente pas la division des eaux, mais bien leur réunion. Il est donc plus naturel de conserver à chaque affluent sa dénomination propre, en distinguant avec soin par un seul nom, le cours principal duquel doit se tirer le nom du bassin comprenant tout l'espace qui fournit des eaux à ce cours.

Suivant cette convention, je ferais commencer, par exemple, le nom de *rivière de Mackenzie* à la source même de *la rivière d'Unjigah* ou *de la Paix*, le plus long et peut-être le plus considérable des cours d'eau qui se réunissent dans la première. Par la même raison, je ne saurais approuver le changement de nom que quelques géographes appliquent au fleuve Saint-Laurent dans les intervalles où il passe d'un lac à un autre. Tout lac dont il sort des cours d'eau ne me paraît devoir être considéré que comme une dilatation de ce cours d'eau, ou un réservoir tenant à son bassin; et c'est pour cela que j'ai toujours compris les lacs dans l'indication des ri-

vières qui en sortent, ou auxquelles ils communiquent par des affluens de celles-ci. On sentira mieux la raison de cet usage, lorsqu'on aura lu ce qui regarde la formation des rivières.

Lors donc qu'on ne trouvera pas dans le tableau général des fleuves et des grandes rivières d'une contrée, les noms de cours d'eau qui paraîtraient par leur importance devoir y entrer, il faut chercher par quel canal ils parviennent à l'Océan, ou se terminent dans une mer intérieure ou dans un lac. Le nom attaché à ce canal, fera connaître la région naturelle qui les comprend.

La nomenclature des montagnes offre encore plus d'imperfections que celle des rivières, et est d'autant plus embarrassante à établir, qu'il s'y trouve de grandes lacunes, produites non-seulement par l'ignorance absolue où l'on est sur les régions qui pourraient les contenir, mais encore par le peu de soin qu'ont apporté les voyageurs à saisir les connexions des montagnes, et les géographes à les *indiquer*. Les premiers se sont contentés souvent de rapporter le nom des sommités particulières qu'ils ont traversées; et quand les mêmes lieux, habités par des peuples différens, ont changé de dénominations, l'incertitude des positions a quelquefois fait regarder comme deux montagnes distinctes, celle qui portait deux noms. Il est visible qu'une description plus circonstanciée de la direction des chaînes, de leurs embranchemens, aurait prévenu cette erreur. Par un défaut contraire, les anciens ont introduit une confusion qui n'était pas moindre, quand ils ont appliqué les noms de *Taurus*, de *Caucase*, d'*Immaüs*, en prolongeant le premier et le second à travers l'Asie, bien au delà des limites qu'ils ont réellement; et comme les connaissances en Scythie ont varié à différentes époques, on a continué à nommer Immaüs les montagnes qui établissaient une grande

division dans l'espace auquel s'étendaient ces notions. Espérons que la direction donnée dans ces derniers temps à la géographie, nous procurera peu à peu la connaissance de l'arrangement des lignes élevées de la surface du globe et de leurs sommités les plus remarquables. Il sera plus difficile, sans doute, de convenir des noms à donner aux chaînes entières qui, traversant une grande étendue de pays, sont indiquées dans des idiômes différens; mais leur situation sur les cartes, lorsqu'elle sera fidèlement exprimée, rendra évidente l'identité cachée par la diversité des dénominations.

23. L'analyse que j'ai faite de chaque continent servirait de guide pour celles des grandes îles qui présentent beaucoup de détails, et au premier rang desquelles il faut mettre les îles Britanniques. On classerait les pentes qu'elles offrent, par la direction générale des rivières qui coulent sur ces pentes. Les lignes qui séparent les bassins de ces rivières, comprendraient les principales chaînes de montagnes; et l'on décrirait enfin les bassins dont l'importance serait proportionnée aux détails dans lesquels on se propose d'entrer.

Dans les îles Britanniques, que je prends pour exemple, en me bornant à la plus grande, comprenant les contrées désignées sous les noms d'*Angleterre* et d'*Ecosse*, on distinguerait trois pentes :

La première, orientale, tendant vers la mer d'Allemagne;

La seconde, méridionale, tendant vers la Manche;

La troisième, occidentale, regardant le canal Saint-Georges et l'Océan Atlantique.

Sur la pente orientale coulent

La *Tamise*,

L'*Humber*.

Sur la pente occidentale coule

La *Severne*.

Quant à la pente méridionale, les cours d'eau qu'elle renferme ne pourraient trouver place que dans une description détaillée, où l'on parlerait aussi des golfes et baies que la mer forme sur les côtes de l'île.

Elle ne renferme aucune chaîne de montagnes qui soit continue ; mais on en trouve un plus grand nombre et de plus considérables dans la partie septentrionale, qu'on pourrait même regarder comme séparée de l'autre par une suite de hauteurs, dirigées généralement de l'est à l'ouest, au midi du bassin du *Tweed*, et entre les golfes de *Solway* et de *Clyd*. Cette partie contient la région nommée *Ecosse*.

On passerait ensuite à la description des îles environnantes.

Enumération des villes principales du globe.

24. Avant d'aller plus loin, je dois faire remarquer que l'emplacement des grandes villes que l'on peut regarder comme les capitales des régions naturelles que j'ai établies, s'indique facilement par la nomenclature de ces mêmes régions. Ainsi on trouve en Europe,

Sur la pente occidentale vers l'Océan Atlantique :

Cadix, entre le détroit de Gibraltar et l'embouchure du Guadalquivir, dans une petite île ;
Séville, sur le Guadalquivir,
Lisbonne, à l'embouchure du Tage,
Madrid, sur l'affluent septentrional nommé *Manzanarès*,
} Presqu'île d'Espagne ;

Bordeaux, sur la Garonne,

Nantes, sur la Loire,

Rouen, *Paris*, } Sur la Seine,

Strasbourg, sur le Rhin,

Amsterdam, { Au fond du golfe appelé *Zuiderzée*, sur la mer d'Allemagne ;

Hambourg, à l'embouchure de l'Elbe,

Berlin, { Sur la *Sprée*, qui se jette dans l'*Havel*, affluent oriental de l'Elbe.

Dans le bassin de la Baltique :

Varsovie, sur la Vistule,

Saint-Pétersbourg, à l'embouchure de la Néva,

Stockholm, sur le lac Meler.

Dans le bassin de la Méditerrannée, partie septentrionale :

Lyon, sur le Rhône,

Marseille, à l'est de son embouchure,

Génes, au fond du golfe de ce nom,

Turin, sur le Pô,

Venise, sur des îles au fond du golfe de ce nom,

Livourne, sur la Méditerranée,
Florence, sur l'*Arno*,
Rome, sur le *Tibre*, à quatre lieues de la Méditerranée,
Naples, sur la Méditerranée,
} Dans la presqu'île d'Italie.

Dans le bassin de la mer Noire :

Vienne, sur le Danube,

Constantinople, sur le détroit de ce nom.

Dans le bassin de la mer Caspienne :

Moscou, { Sur la *Moska*, qui se jette dans l'*Oka*, affluent occidental du Volga ;

Astracan, { A l'embouchure du Volga, fleuve que j'ai compris dans l'Europe (page 215.)

Dans les îles Britanniques, en Angleterre :

Londres, sur la Tamise,

Bristol, près de l'embouchure de la Severne,

Liverpool, sur le canal Saint-Georges,

Edimbourg, { Sur la pente vers la mer d'Allemagne, en Ecosse.

En Irlande :

Dublin, dans la baie de ce nom, sur le canal St.-Georges.

Dans l'île de Séeland :

Copenhague.

Parcourons maintenant l'Asie.

On y trouve, sur la pente septentrionale vers l'Océan Glacial Arctique :

Tobolsk, { Au confluent de la *Tobol* et de l'*Irtish* affluent occidental de l'Oby ;

Irkutsk, sur l'*Angara*, affluent oriental de l'Yéniséi.

Sur la pente orientale vers le grand Océan :

Kingkitao, presqu'île de Corée,

Pekin, à quelque distance du golfe de ce nom,

Nankin, sur l'Iang-tse-kiang,

Canton, à l'embouchure de la rivière de ce nom.

Sur la pente méridionale vers l'Océan :

Siam ou *Juthia*, sur le Maygué,

Ava, sur l'Irrawady,

Bénarès, sur le Gange,

Calcutta, sur l'un de ses bras, près de son embouchure ;

Surate, { Dans la presqu'île occidentale de l'Inde, à l'entrée du golfe de *Cambaye* ;

Diarbekir, *Bagdad*, } Sur le Tigre,

Bassora, sur le fleuve des Arabes,

Ispahan, { Sur le plateau qui sépare les bassins de la mer Caspienne et du golfe Persique,

La *Mecque*, à l'occident de la presqu'île d'Arabie.

Dans le bassin de la mer Méditerranée :

Smyrne, sur l'Archipel,
Alep, entre l'Euphrate et la Méditerranée,
Damas, au midi d'Alep.

Dans l'île de Java :

Batavia.

Passons à l'Afrique.

On trouve dans le bassin de la mer Méditerranée, pente septentrionale :

Tunis,
Alger,
Tripoli,
Alexandrie, près d'une embouchure du Nil,
Le *Caire*, sur le Nil.
} Sur la Méditerranée,

Sur la pente occidentale vers l'Océan Atlantique :

Maroc, sur la rivière de ce nom.

Sur la pente méridionale vers l'Océan :

La ville du *cap de Bonne-Espérance*.

Dans le bassin du Joliba :

Tombouctou.

Dans l'Amérique septentrionale,

Il y a, sur la pente orientale :

Québec, sur le fleuve Saint-Laurent,
Boston, dans une baie sur l'Océan,
New-York, à l'embouchure de la rivière d'Hudson,
Philadelphie, sur la Delaware,
Charlestown, sur l'Océan.

Sur la pente vers le golfe du Mexique :

La *Nouvelle Orléans*, { A vingt lieues environ de l'embouchure du Mississipi,

Mexico, { Sur un plateau, entre la partie occidentale du golfe du Méxique et le grand Océan.

Sur la pente occidentale :

Panama, au fond du golfe de ce nom.

Dans l'Amérique méridionale,

Il y a, sur la pente septentrionale :

Carthagène, sur la mer des Caraïbes.

Sur la pente occidentale :

Quito, sur un plateau des Andes,

Lima, près du rivage du grand Océan.

Sur la pente orientale :

San Salvador, dans la baie de *Tous les Saints*,

Rio Janeiro, à l'embouchure d'une rivière de ce nom,

Buenos Ayres, à l'embouchure de Rio de la Plata.

Dans l'île de Cuba :

La *Havane*.

Description du bassin de la Seine.

25. Pour achever de tracer jusque dans ses détails, le plan que je me suis proposé d'indiquer comme propre à former une géographie naturelle, il me reste à donner l'exemple du bassin d'un fleuve en particulier : je prendrai pour cela celui de la Seine.

Les affluens immédiats de cette rivière seront nommés les premiers. Ceux du second ordre seront placés à la suite de l'affluent du premier ordre qui les reçoit : il en sera de même des affluens du troisième ordre à l'égard de ceux du second; et je me bornerai aux cours d'eau qui passent en général pour être navigables.

D'après l'usage établi d'appeler rive droite d'un cours d'eau

celle qui est à la droite du navigateur qui descend ce cours d'eau, et rive gauche celle qui est à sa gauche, les lettres D ou G, placées à la suite du nom d'un affluent d'un ordre quelconque, indiquent le côté par lequel il se décharge dans le cours d'eau qui le reçoit.

La *Seine* naît de deux sources situées l'une au midi, l'autre à l'est de Chanceaux, bourg dont la latitude est de 47° 32′ et la longitude 22° 22′.

Son embouchure est dans la Manche.

La longueur de son cours est de 116 lieues.

Le terrain dont elle reçoit les eaux a environ 2500 lieues carrées.

Ses affluens sont :

L'*Aube*, D.

La *Vouzie*, D.

L'*Yonne*, G. { la *Cure*, D. ; le *Serain*, D. ; l'*Armançon*, D. ; la *Vanne*, D.

La *Marne*, D. { le *Rognon*, D. ; le *Blaise*, G. ; l'*Ornin*, D. ..... la *Saulx*, G. ; le *Petit Morin*, G. ; le *Grand Morin*, G.

L'*Oise*, D. { l'*Aisne*, G. ..... { l'*Aire*, D. ; la *Suipe*, G. ; la *Vesle*, G. ; le *Thérain*, D.

Le *Loing*, G.

La rivière d'*Essone*, G.

L'*Ept*, D.

L'*Andelle*, D.

L'*Eure*, G. ..... l'*Iton*, G.

La *Rille*, G.

D'après ce tableau, la manière d'indiquer les lieux remarquables du bassin de la Seine, se présente d'elle-même.

I. Sur la Seine, ou à peu de distance de ses rives:

Châtillon-sur-Seine,
Bar-sur-Seine,
Troyes,
Montereau, au confluent de la Seine et de l'Yonne,
Melun,
Corbeil,
Paris,
Versailles, à une lieue de la rive gauche,
Saint-Denis,
Saint-Germain,
Poissy,
Mantes,
Pont-de-l'Arch
Rouen,
Caudebec,
Honfleur,
Le Hâvre.

II. Bassins des affluens de la rive droite de la Seine:

L'Aube, *Arc-en-Barrois*,
Bar-sur-Aube;
La Vouzie, *Provins*;
La Marne, *Langres*, à une demi-lieue de la rive gauche,
Chaumont,
Saint-Dizier,
Vitri-le-Français,
Châlons-sur-Marne,
Epernai,
Château-Thierri,
Meaux;

L'Ornain, *Ligni*,
Bar-le-Duc;
L'Oise, *Guise*,
La Fère,
Laon, à 4 lieues de la rive gauche;
Noyon,
Compiègne,
Crépy, à 2 lieues et demie de la rive gauche;
Clermont, à 2 lieues de la rive droite,
Senlis, à 2 lieues de la rive gauche,
Pontoise;
L'Aisne, *Sainte-Ménéhould*,
Réthel,
Soissons;
L'Aire, *Grandpré*;
La Vesle, *Rheims*;
Le Thérain, *Beauvais*;
L'Epte, *Gournai*,
Gisors.

III. Bassins des affluens de la rive gauche de la Seine:

L'Yonne, *Auxerre*,
Joigny,
Sens;
La Cure, *Avallon*, à 2 lieues de la rive droite;
L'Armançon, *Semur*,
Tonnerre,
Saint-Florentin;
Le Loing, *Montargis*,
Nemours;
Rivière d'Essone, *Étampes*, à 3 lieues de sa rive gauche;

L'Eure, *Chartres*,
Dreux, à une demi-lieue de la rive gauche,
Louviers;
L'Iton, *Evreux*;
La Rille, *l'Aigle*,
Beaumont,
Bernai, à 2 lieues de la rive gauche,
Pont-Audemer.

Il est visible que si on écrivait un traité de géographie complet, au lieu de la simple nomenclature que je viens de rapporter, on ferait un paragraphe pour le fleuve proprement dit, et pour chacune de ses rives, et chaque lieu formerait un article où l'on trouverait à côté de son nom ses particularités les plus remarquables.

On voit, par cet exemple, comment la position des villes se trouve indiquée par les cours d'eau dont elles sont le plus souvent traversées, ou qui passent dans leur voisinage; ce moyen ne manquera jamais dans les pays très-habités, parce que le besoin d'eau a toujours déterminé, dans les lieux qui pouvaient en fournir, l'établissement des cités; et dans le petit nombre de cas où le contraire a lieu, on peut s'aider de quelques autres circonstances locales, ou y suppléer par l'indication des latitudes et longitudes. On peut maintenant se faire une idée de ce que serait une géographie complète, rédigée sur le plan que je propose : on voit comment on y reprendrait toutes les contrées naturelles que j'ai désignées dans ce qui précède.

Des divisions politiques.

26. Quand on aura décrit avec soin les diverses régions naturelles et les bassins qu'elles comprennent, un simple résumé suffira pour faire connaître les divisions politiques, en rapportant, sous le titre de chaque puissance, le nom des

régions naturelles ou celui des bassins soumis en entier à sa domination, et en indiquant les parties qu'elle possède dans ceux qu'elle partage avec d'autres gouvernemens.

En grouppant de cette manière toutes les possessions d'un état, dans quelque partie du monde qu'elles soient situées, on présente à la fois tout ce qui en constitue la puissance. Rien ne sera plus aisé que de modifier ce résumé, à la suite des événemens politiques, et de faire concevoir sans fatigue et clairement, les changemens qu'ils ont occasionés.

L'Empire français comprend:

Sur la pente occidentale vers l'Océan, tous les bassins des fleuves et rivières qui ont leur embouchure entre le fond du golfe de Gascogne et l'île de *Walcheren*, située au delà du Pas-de-Calais;

Et de plus, la rive gauche du Rhin, en commençant au-dessous de *Bâle*, jusqu'au delà de *Clèves:*

Sur la pente septentrionale, vers la Méditerranée, tous les bassins des rivières (excepté dans celui du Rhône, la partie supérieure, au lac de Genève) qui ont leur embouchure depuis le *Port-Vendre*, au nord du cap Creus, jusqu'au delà d'*Orbitello*, sur la côte sud-ouest de l'Italie;

Et de plus, la partie supérieure du bassin du Pô, jusqu'à l'affluent septentrional nommé *Sezia*, et depuis cet affluent, seulement la rive droite, jusqu'à la *Lenza*, affluent méridional:

L'île de *Corse* et l'île d'*Elbe*, dans la Méditerranée,

Les îles de *St.-Domingue*, de la *Guadeloupe*, etc., } Dans les Antilles,

L'île de *France* et celle de *Bourbon*, nommée successivement île *de la Réunion*, île *Bonaparte*, } Dans la mer des Indes.

La division en *départemens* étant fondée sur des circonstances physiques, se co-ordonnerait aisément avec les bassins.

27. Une longue suite de tableaux semblables à ceux qui précèdent, paraîtrait sans doute sèche et peu attrayante; mais c'est la nature du sujet même qui entraîne cet inconvénient, puisqu'on ne peut bien savoir la Géographie que lorsqu'on s'est fait à soi-même ces tableaux, en étudiant les cartes. Des remarques sur le climat, les productions du sol, les mœurs des habitans de chaque région, placées à la suite du tableau de cette région, rompraient agréablement l'uniformité de l'ensemble; mais je persiste à croire qu'il est contraire aux progrès de la science, de charger de détails politiques et historiques les traités de géographie. Ces détails séparent trop les rapports de situation qui forment l'essence du sujet, et font eux-mêmes partie d'autres sciences qui se trouvent alors morcelées, et qu'il vaut mieux étudier dans leur ensemble, après qu'on s'est imprimé dans l'esprit le tableau purement géographique des pays auxquels elles se rapportent.

Ces observations achevant de mettre en évidence la marche que je désirerais voir s'introduire dans les traités de géographie, et les divisions que j'ai établies étant suffisantes pour faire trouver aux lecteurs les mers, les rivières, les lacs, les montagnes dont j'aurai à rapporter quelques particularités physiques, je termine ici ce qui regarde la nomenclature des régions et des lieux de la surface terrestre.

SECONDE SECTION.

Des principales circonstances du sol et du climat des régions de la surface terrestre.

28. La surface terrestre contient environ 16 500 000 lieues quarrées (n° 43 de la première partie). L'ancien continent en comprend 2 520 000; savoir:

L'Europe et l'Asie ensemble 1 600 000;

L'Afrique 920 000;

Le nouveau continent en comprend 1 220 000, en le bornant au soixante-dixième degré de latitude nord; mais cette estimation est assez vague, puisqu'on ignore comment ce continent se termine de ce côté;

L'Amérique septentrionale aurait, dans cette hypothèse, une étendue de 650 000 lieues quarrées;

L'Amérique méridionale, terminée à la partie la plus étroite de l'isthme de Panama, en contient 570 000;

Enfin la Nouvelle Hollande, 230 000.

L'espace équivalent à toutes les autres îles réunies, ne peut être évalué que par aperçu, tant à cause de leur nombre que parce qu'on ne connaît pas toutes celles qui peuvent exister. En le portant à 300 000 lieues quarrées, il restera 12 230 000 pour la surface de l'Océan et des mers avec lesquelles il communique, ce qui forme à peu près les trois quarts de la surface terrestre.

Des diverses espèces de sols.

29. Les diverses espèces de sols que l'on rencontre sur la surface terrestre, lorsqu'on ne veut que les considérer d'une manière générale, comme je me propose de le faire ici, peuvent se rapporter à quatre classes; savoir:

1° Les espaces occupés par des montagnes élevées, entre-

coupées de vallées profondes, et n'offrant que des plateaux ou des plaines de peu d'étendue ;

2° De très-grandes plaines couvertes de végétaux herbacés, et nommées *steppes* à l'orient de l'Europe et en Asie, *savannes* dans l'Amérique septentrionale, *llanos* et *pampas* dans l'Amérique méridionale.

3° Les plages dépouillées de végétation, et couvertes de sables brûlans et arides, sans aucun cours d'eau permanent, et telles qu'il s'en rencontre de très-étendues en Afrique et dans l'Asie.

4° Les contrées couvertes de collines ou des montagnes peu élevées, arrosées de fleuves ou de rivières, et dans lesquelles les sables, les rochers, lorsqu'il y en a, n'occupent que peu d'étendue.

Ces dernières contrées forment évidemment la partie de la surface terrestre la plus propre à être habitée, puisqu'elles réunissent le plus grand nombre de circonstances favorables aux cultures variées qu'exigent les besoins de la société civilisée. Ces cultures ne peuvent réussir, en effet, que sur une terre végétale, entretenue dans une humidité suffisante, et quand la température, au moins pendant l'été, peut s'élever assez haut pour que les plantes céréales et quelques fruits y viennent à maturité. Or, on verra dans la suite que la température d'une région dépend, toutes choses d'ailleurs égales, de la hauteur de son sol au-dessus du niveau de la mer ; et de là vient que des plantes propres aux zones tempérées, peuvent végéter dans la zone torride, mais seulement sur des lieux élevés. D'un autre côté, les espaces occupés par des rochers escarpés sur lesquels on trouve maintenant peu de terre, parce que celle qui a pu les couvrir autrefois, a été entraînée par la chûte des eaux, ne se prêtent pas à l'existence simultanée du grand nombre

de végétaux de même espèce dont se compose une culture; et, quant aux sables brûlans, le défaut d'humidité ne permet pas aux germes de ces plantes de s'y développer. Les steppes ne sont pas frappés de la même stérilité, parce qu'ils sont traversés par des cours d'eau permanens, ou arrosés par des pluies périodiques qui y conservent la verdure, au moins pendant une saison de l'année.

Je vais donner successivement la description des circonstances les plus remarquables qu'offrent ces divers sols, en indiquant les régions naturelles où elles se rencontrent; je commencerai par les montagnes.

Des montagnes.

30. Le penchant des hommes à généraliser des observations particulières, avait d'abord transformé en loi de la structure et de l'arrangement des montagnes, des remarques faites légèrement ou sur des espaces très-bornés, et que les voyages ont bientôt contredites par de nombreuses exceptions. Telle est la remarque suivante due à Bourguet : « Dans « les rivières sinuosités des vallées étroites comprises entre « deux chaînes à peu près parallèles, les angles saillans d'un « côté sont opposés aux angles rentrans de l'autre, comme « on le voit sur les deux rives d'un cours d'eau ». (Buffon, théorie de la terre). On tenait d'autant plus à cette loi qu'on en tirait la preuve d'un système par lequel on attribuait la formation des vallées aux courans de la grande masse d'eau dont on supposait que la surface de la terre avait été couverte à une époque très-reculée. MM. Legentil, Duluc et André ont constaté la fausseté de cette loi; le premier dans la Sierra-Moréna, le second et le troisième dans les Alpes.

M. Legentil, qui avait observé les montagnes des Philippines, de Java, de Madagascar, des îles de France et de Bourbon, de la Sierra-Moréna, de la Sierra del Pico (située entre les bassins de l'Ebre, du Douro et du Tage), et enfin

des Pyrénées, a énoncé les remarques suivantes : « Les « grandes montagnes sont généralement composées de trois « chaînes parallèles ou placées les unes devant les autres et « très-distinctes. La première, celle qu'il faut traverser avant « d'atteindre celle du milieu, est incomparablement plus « étendue en largeur et bien moins élevée; c'est une espèce « de haute plaine semée de pitons (ou cônes très-alongés) « placés sans ordre. La seconde chaîne, ou celle du milieu, « est beaucoup plus élevée que les deux autres, plus à pic, « en grande partie dépouillée de terre sur ses sommets, et « n'offre qu'une espèce de cordon : enfin, la troisième chaîne « est semblable à la première ».

M. Legentil donne pour exemple de cette remarque, d'abord la Sierra-Moréna qu'il a traversée sur une largeur de plus de trente lieues (qu'il faut réduire à vingt-quatre lieues marines, s'il a fait usage des lieues communes de France). Il employa trois jours à passer l'avant-chaîne ou la première; dans le quatrième, il escalada la seconde, celle du milieu, et descendit la troisième composée de *monticules* et de *mondrains* formés des débris de la chaîne précédente, qui ne lui présenta qu'un assemblage de pics et de rochers dans un désordre affreux. Il cite encore les Pyrénées qu'il a traversés sur une largeur de vingt-deux à vingt-trois lieues, à leur partie occidentale, en se dirigeant vers le fond du golfe de Gascogne. Il a trouvé que l'avant-chaîne occupait quinze lieues, le cordon élevé une lieue et demie à deux lieues, et la troisième chaîne six.

Dans la même chaîne de montagnes, M. Ramond a trouvé des exceptions aux remarques faites par M. Legentil; d'abord que quelquefois on ne peut compter que deux chaînes au lieu de trois, et ensuite que les cimes les plus hautes ne sont pas toujours dans la chaîne centrale : cette dernière exception

aussi reconnue dans les Alpes et dans les Vosges par M. André.

53. Ceci suffit pour montrer qu'on s'est beaucoup trop hâté d'énoncer des lois générales. On ne saurait considérer comme telles, que les résultats de l'universalité des faits ou les conséquences nécessaires des causes auxquelles peut être due la formation des montagnes; et il s'en faut de beaucoup que toutes les chaînes de montagnes soient, non pas étudiées dans leurs détails, mais seulement connues dans leur ensemble. Quant aux systèmes multipliés qu'on a imaginés pour rendre raison de la formation des montagnes, aucun jusqu'ici n'a satisfait à tous les phénomènes. C'est donc à rassembler toutes les données propres à mettre sur la voie de la solution de ces grands problèmes, si toutefois elle est possible, qu'il faut travailler maintenant; et pour cela on doit s'attacher à donner aux descriptions des formes du *terrain* plus de précision qu'on ne l'a fait jusqu'ici, et ne se servir que d'expressions claires et de mots d'un sens bien convenu (1).

54. Non-seulement les chaînes de montagnes diffèrent [illegible] dans leur ensemble et dans leur contour, mais une même chaîne présente quelquefois dans ses parties des accidens très-variés. A des sommets arrondis, accessibles partout, couverts de pâturages ou de forêts, séparés par des vallons très-ouverts, succèdent des rochers isolés, des pics, des aiguilles qui s'élancent dans les airs, et sur lesquels on n'aperçoit que des plantes basses ou des mousses qui végètent dans des fentes. On peut aussi regarder comme des fentes ou de grandes fissures, les vallons étroits contenus entre les escarpemens qui règnent le long des grandes suites de

(1) *Voyez* le n° 5 du *Mémorial topographique du Dépôt de la guerre*, et la table des matières du présent ouvrage.

rochers. C'est la manière dont se combinent ces divers accidens, et, pour ainsi dire, leur entassement, qui donnent aux chaînes de montagnes des diverses contrées les caractères qui leur sont propres; et à cet égard aucune ne présente plus de bizarrerie que celles qui sont sur les limites du grand plateau d'Asie, et de la pente orientale vers l'Océan, du moins si l'on en juge par les dessins que nous en ont donnés les missionnaires qui ont décrit la Chine.

La méthode qui me paraît la plus simple pour mettre quelque ordre dans la description d'une masse de montagnes, c'est de commencer par indiquer les nœuds où se rencontrent les crêtes principales, et qui sont l'origine des grandes vallées que l'on décrit ensuite dans l'ordre de leurs directions respectives, en y rattachant les vallées secondaires qui s'y rendent, ce qui présente le même ensemble qu'un grand cours d'eau et ses affluens. En général, les vallées du second ordre sont formées par des rameaux qui se détachent de la crête principale, dans des directions assez souvent perpendiculaires à cette crête, et prenant pour cette raison le nom de *contreforts* que l'on donne en maçonnerie à des masses de pierres buttant contre des murailles d'une grande hauteur. On peut descendre ainsi jusqu'à des détails de tel ordre qu'on voudra, et coordonner tous les accidens aux mailles de l'espèce de réseau que forme l'entrecroisement des fonds ou *talwegs* des vallées. Lorsqu'il se trouve des crêtes parallèles, ou du moins qui ne se rencontrent pas, il faut indiquer à part les vallées qu'elles comprennent et tout ce qui s'y rapporte.

Les montagnes les plus étudiées sont en Europe les Alpes et les Pyrénées, et en Amérique la partie des Andes qui est voisine de l'équateur: je me bornerai donc à rapporter ici quelques traits principaux de la description de ces montagnes.

Je ne considérerai des Alpes que la partie de leurs chaînes septentrionales où se trouvent les origines du Rhône, du Rhin, de l'Inn (affluent méridional du Danube) et des affluens septentrionaux du Pô. Ce système de montagnes comprend les points les plus élevés de l'Europe et peut-être de l'ancien continent. Dans l'espace qui sépare les sources du Rhône de celles du Rhin, se montre un nœud principal fortement indiqué par une masse sur laquelle s'élèvent le mont de la *Fourche*, d'où sort le Rhône, le mont *Saint-Gothard*, le *Lukmanier*, le *Vogel-Berg* et le mont *Adule* à l'est desquels les premiers bras du Rhin prennent naissance; et du midi de cette masse partent les plus considérables des cours d'eau qui tombent dans le *lac Majeur* d'où sort ensuite le Tésin, affluent septentrional du Pô.

Les vallées qui partent de ce nœud sont : à l'est, celles du Rhin au nombre de trois, comprises entre l'est et le nord; c'est dans cette dernière direction que se réunissent leurs eaux pour parvenir au lac de Constance; au nord, la vallée de *la Reuss* qui traverse le lac de Lucerne; puis celle de l'[illegible] et se jette ensuite dans le [illegible] par sa rive [illegible] lac de Constance. A proprement parler, la vallée de l'Aar paraît plutôt se détacher de l'une des parois de celle du Rhône, qui s'ouvre à l'ouest de la masse dont nous venons de parler, et qui est la plus considérable de toutes celles des Alpes, tant par sa longueur que par la hauteur des crêtes qui la bornent; aussi nous en occuperons-nous bientôt en particulier.

A l'est du même nœud, et à quelque distance, s'ouvre la vallée de l'Inn, dirigée vers le nord-est, et celle de l'*Adda*, rivière qui se rend dans le lac de Côme, de là dans le Pô, et dont le cours se dirige d'abord vers le sud-ouest.

Les vallées du Rhin, du Rhône, de l'Inn et de l'Adda,

peuvent être regardées comme longitudinales dans le système de montagnes dont elles font partie, parce que leur direction est dans le sens le plus étendu de ce système partagé ensuite en vallées transversales, les unes dirigées du nord au midi, contenant les cours d'eau distribués sur les pentes qui regardent l'Italie, et les autres dirigées du midi au nord renfermant des affluens du Rhin.

La vallée du Rhône, et les affluens qui se rendent de chaque côté, dans ce grand cours d'eau, forment un système à part. Cette vallée a été regardée jusqu'ici comme la plus étendue et la plus profonde de toutes celles que l'on connaît sur la surface terrestre, et cela est encore vrai, au moins pour l'Europe. Sa longueur, depuis la source du Rhône jusqu'au défilé où est la ville de Saint-Maurice, est de trente-quatre lieues, suivant M. Bourrit; mais je crois qu'il faut la réduire à vingt-huit, *si l'on* veut l'exprimer en lieues marines. Cette vallée s'ouvre et se resserre alternativement jusqu'à cinq fois; sa plus petite largeur est d'une demi-lieue; sa plus grande, une lieue et demie. La différence de niveau entre son fond et les points saillans des chaînes qui la bordent, surpasse deux mille toises (1).

Dans les gradins supérieurs de la chaîne qui borde la vallée du Rhône du côté du nord, on remarque, en allant de l'est à l'ouest, le *Grimsel*, le *Finsterar-horn* au midi du *Schreck-horn* (pic de la Terreur); au nord de celui-ci le *Wetter-horn*, et revenant vers l'ouest, l'*Eiger*, l'*Jungfrau*, ensuite la *Gemmi*, les monts *Diablerets*, enfin la *dent de Morçle* d'où la chaîne s'abaisse vers un grand angle que fait le Rhône.

(1) C'est ce qui a été observé au pont de *Brigg*, par rapport au mont Rosa et au Finsterar, sommités qui ne sont guère éloignées de plus de cinq lieues de ce pont, et situées, la première au midi, la seconde au nord de la vallée. *Voyez* le n° 5 du *Mémorial topographique*, etc.

Les vallées latérales, comprises entre les contreforts de cette chaîne, qui tendent vers la rive septentrionale du Rhône, ont en général peu de longueur ; la plus considérable paraît être le *Loetschenthal*. On peut remarquer encore celle qui passe au pied de la Gemmi.

La chaîne qui borde la vallée du Rhône du côté du midi paraît avoir, entre ses deux versans, l'un tendant au Rhône, l'autre vers le bassin du Pô, plus d'épaisseur que celle qui forme la limite septentrionale de cette même vallée ; on y remarque le mont *Griès*, le *Simplon*, le mont *Cervin*, plus au midi le mont *Rosa*, le *Wieiszeh-horn*, le mont *Combin*, le mont *Velan*, le grand *Saint-Bernard* ; enfin, à sa partie occidentale, elle jette vers le sud-ouest un rameau considérable qui comprend le *mont Blanc*, dont la cime domine tout l'ensemble des Alpes. Son sommet, après plusieurs tentatives infructueuses, n'a été atteint qu'en 1786 ; M. de Saussure y monta en 1787, et y fit plusieurs observations importantes dont il sera parlé dans la suite (1).

Le rameau dont le mont Blanc fait partie forme du côté du sud-ouest [illegible] vallée de *Chamouni*, dans laquelle coule l'Arve qui se rend dans la rive gauche du Rhône, au-dessous de Genève. La tête de cette vallée se rattache à des crêtes qui séparent les cours d'eau qui tombent dans l'Arve de ceux qui tombent dans le Rhône, et parmi lesquelles on remarque le *Buet* et la *dent du Midi*, presque en face de la dent de Morcle, déjà nommée dans la limite septentrionale de la vallée du Rhône.

(1) Voici la hauteur, au-dessus du niveau de la mer, de quelques-unes des sommités nommées ci-dessus : Le Finsterar, 2 206 toises ; l'Jungfrau, 2 148 ; le mont Cervin, 2 309 ; le mont Velan, 1 722 ; le mont Rosa, 2 430 ; le mont Blanc, 2 446. *Explication du tableau des hauteurs principales du globe terrestre*, par M. de Mechel.

Après les sommets les plus élevés, l'attention doit se porter sur les *passages*, c'est-à-dire les gorges et quelquefois les sommets arrondis où il a été possible de pratiquer des chemins pour franchir la chaîne que des escarpemens trop roides, des ressauts trop brusques rendent inaccessible partout ailleurs. Les passages qu'offre, de l'un de ses versans à l'autre, la chaîne septentrionale qui borde la vallée du Rhône, sont au nombre de deux : celui du Grimsel qui conduit dans la vallée de l'Aar, et celui de la Gemmi qui se rend également dans la vallée de l'Aar par celle de la *Frutig*.

Dans la chaîne méridionale, on passe de l'un à l'autre versant, par le Simplon, par le grand Saint-Bernard auquel conduit le *val d'Entremont*, et par la gorge du *Trian* menant au *col de Balme* qui communique à la vallée de Chamouni. Je ne parle point ici de quelques sentiers praticables seulement pour les chasseurs de chamois, hommes accoutumés à franchir les rochers et les précipices.

La vallée du Rhône a été beaucoup plus fréquentée par les savans observateurs, que les autres vallées des Alpes sur lesquelles, par cette raison, je donnerai peu de détails. On cite à la tête de celles du Rhin le mont *Saint-Gothard* dont le sommet le plus élevé, nommé *Peschiora*, a, suivant M. Weiss, 1662 toises de hauteur au-dessus du niveau de la mer; plus loin, au nord-est, se trouvent le *Todiberg*, l'*Hanstok*, le *Scheibe*; et en continuant de suivre la même limite du bassin du Rhin vers le lac de Constance, on rencontre le mont *Sentis*, à quelque distance d'Appenzel.

Les rameaux qui passent entre les vallées dont les cours d'eau se rendent dans les origines du Rhin, présentent un grand nombre de sommets parmi lesquels je nommerai le *Julierberg* et l'*Albula* placés au commencement de la limite septentrionale de la vallée de l'Inn. Sur sa limite méridionale

se trouve le *Bernina*. La tête de la vallée de l'Adda est dans une grande masse de montagnes au sud-est de laquelle on remarque l'*Ortelspiz* ou l'*Orteler*, élevé de 2336 toises au-dessus du niveau de la mer.

L'énumération des passages qui font communiquer la vallée du Rhône avec celles du Rhin, et celles-ci avec celle de l'Inn, cette dernière avec celle de l'Adda, etc., me mèneraient trop loin; il me suffira de dire que ces passages se trouvent généralement à la tête des vallées, ce qui est assez naturel, puisque là le terrain a déjà acquis une très-grande élévation.

33. Les Pyrénées offrent un système de montagnes tout-à-fait différent de celui des Alpes. On n'y rencontre aucune vallée longitudinale de quelque importance, depuis la Méditerranée jusqu'à l'Océan. A travers cet espace, comprenant près de quatre-vingts lieues, règne une crête sinueuse dans l'épaisseur de laquelle sont entassés, ainsi que des débris, des pics, des rochers d'une forme singulière. Les flancs de cette crête, déchirés par des vallées profondes et étroites, roulent des torrens que sur le versant septentrional on appelle *Gavès*. Souvent à leur naissance, ces vallées présentent un évasement arrondi comme un cirque, nommé *Oule* (1), au-delà duquel elles se resserrent tout à coup. Ces excavations, dont les parois s'élèvent en murailles, ont presque toujours une grande profondeur.

C'est vers le milieu de la chaîne des Pyrénées que les savans et les gens du monde, attirés par les bains de Barrèges et de Bagnères, ont dirigé leurs courses, et nous ont fait connaître avec quelques détails l'origine de la vallée de l'*Adour*, rivière qui se décharge au fond du golfe de Gas-

(1) Du mot latin *olla*, marmite.

cogne, la vallée de *Bastan* qui s'ouvre dans celle de Barèges, celle du *gave de Pau*, cours d'eau qui se rend à la rive gauche de l'Adour. Toutes ces vallées, en ne considérant que la direction moyenne autour de laquelle elles serpentent, sont bien évidemment transversales par rapport à la chaîne.

Le versant méridional des Pyrénées, tourné du côté de l'Espagne, est moins connu. Dans toute l'étendue qu'embrasse la description que je donne ici, il porte ses eaux dans le bassin de l'Ebre; mais comme la chaîne se prolonge à peu près parallèlement aux rives méridionales du golfe de Gascogne, elle envoie aussi des eaux dans le bassin du Douro.

Les sommets les plus élevés des Pyrénées sont, en allant de l'est à l'ouest, le *Canigou*; plus au midi, la *Maladetta*; le *pic du Midi* de Pau (1); plus loin, du côté de la pente méridionale, la *Neou-Vieille* (ou Vieille Neige); ensuite le mont *Perdu*, le plus élevé de toute la chaîne, et que les voyages de M. Ramond ont eu particulièrement pour objet; à peu de distance de là se trouvent des sommets qu'une analogie de forme a fait nommer le *cylindre de Marboré*, les *tours de Marboré*, et dans une masse de rochers, l'ouverture remarquable appelée *brèche de Roland*; enfin le sommet de *Vignemale* (2).

(1) Le nom de Pic du midi se trouve répété dans la chaîne des Pyrénées, parce que les habitans des vallées le donnent assez souvent aux montagnes coniques placées au midi du lieu de leur habitation; aussi, pour s'entendre, faut-il en ajouter la dénomination à celle de Pic du midi, comme on le voit ci-dessus, par rapport à la ville de Pau.

(2) Les hauteurs de ces sommités, au-dessus du niveau de la mer, sont, pour le Canigou, 1441 toises; la Maladetta, 1670; le Pic du midi de Pau, 1467; le mont Perdu, 1763; le Cylindre de Marboré, 1636; le mont Vignemale, 1722. *Explication du tableau des hauteurs principales du globe terrestre*, par M. de Mechel.

Dans les Pyrénées, les passages d'un versant à l'autre se nomment *Ports;* le plus élevé paraît être celui de *Pinéda* à l'occident du mont Perdu; à l'orient se trouve le port de *Gavarnie* qui, d'après M. Ramond, n'est pas beaucoup inférieur au précédent; la hauteur du premier est de 1291 toises, celle du second de 1196.

Ce qu'on vient de lire suffit déjà pour établir de grandes différences entre la chaîne des Pyrénées et celles des Alpes dont il a été parlé n° 32. J'y ajouterai, d'après Dolomieu, que « le nom que portent les plus hauts sommets suffit en quelque « sorte pour indiquer en quoi ils diffèrent. Dans les Alpes, « des rochers de la forme la plus aiguë et semblables à des « menses obélisques, s'élancent de plusieurs centaines de « mètres au-dessus du corps de la montagne à laquelle ils « appartiennent, et portent le nom d'aiguilles (ou *horn*, qui « signifie *corne*). Dans les Pyrénées, de grosses masses de ro- « chers présentent de toutes parts des pentes roides, des faces « escarpées, mais accessibles, et ressemblent à de grosses « pyramides; elles se nomment *pics* ». A ces formes aiguës, Dolomieu oppose les formes arrondies des sommets des Vosges, qu'on désigne en effet par le nom de *ballons*.

M. Ramond, placé sur le mont Perdu, dont le sommet domine toutes les Pyrénées, a jugé que, du côté du nord, cette chaîne est large, formée de plusieurs rangées parallèles de montagnes, que ces rangées diminuent insensiblement de hauteur jusqu'à la plaine, trop éloignée pour qu'on puisse l'apercevoir, tandis que, du côté du midi, l'abaissement est beaucoup plus rapide; et je ferai remarquer qu'une pareille différence existe entre le versant septentrional et le versant méridional de la chaîne des Alpes, qui sépare le bassin du Rhône de celui du Pô; en sorte que la descente vers ce dernier est beaucoup plus rapide que celle qui conduit au premier.

34. Les Andes, lorsqu'on embrasse toutes leurs connexions, forment incontestablement la plus longue chaîne de montagnes que l'on connaisse, puisqu'elle s'étend du cap Horn, extrémité de l'Amérique méridionale, jusqu'au mont Saint-Elie, à la côte nord-ouest de l'Amérique septentrionale. Sur ce pied, sa longueur serait de près de 2500 lieues; et, dans cette étendue, on connaît quatre points où elle atteint une hauteur plus grande que celle du mont Blanc. A la vérité, elle se réduit à une très-petite hauteur (environ cent toises) en passant par l'isthme de Panama; mais elle y marque encore une bande supérieure au reste du sol; et se relevant ensuite, elle acquiert une grande largeur entre le golfe du Mexique et le grand Océan boréal.

On est encore bien éloigné de connaître en détail les nœuds et l'embranchement des vallées de cette immense chaîne. Dans l'Amérique *méridionale*, on voit, sur les cartes, deux nœuds bien marqués, l'un vers 7 degrés de latitude boréale, à l'orient de la rivière de la Magdeleine, et le second à son origine, de laquelle partent trois rameaux, l'un à l'orient de cette rivière, l'autre entre elle et celle de *Cauca*, qu'elle reçoit ensuite par sa rive occidentale; le troisième enfin, entre la rivière de Cauca et le grand Océan équinoxial. Au midi de ce nœud, s'ouvre la vallée où se sont effectuées les opérations des astronomes français envoyés en 1735, pour mesurer un arc du méridien. Sur la carte qu'ils en ont tracée, depuis l'équateur jusqu'à trois degrés de latitude australe, on voit deux crêtes à peu près parallèles distantes d'environ sept à huit lieues, dirigées du nord au sud et sur le bord desquelles se trouvent les points les plus élevés. Dans l'intervalle de ces crêtes que l'on nomme *Cordillères*, se rencontrent aussi quelques hauteurs qui, principalement au midi, passent d'une des crêtes à l'autre, et entre lesquelles serpentent des cours

deux dont les uns s'ouvrant un passage à travers la Cordillère occidentale, se rendent dans le grand Océan équinoxial qui en est éloigné d'environ quarante-cinq lieues ; d'autres, après avoir franchi la Cordillère orientale, coulent dans le bassin de la rivière des Amazones. Malgré quelques irrégularités, la plus grande partie de l'espace compris entre les Cordillères dont nous venons de parler, peut être regardée comme une vallée longitudinale qui s'étend à plus de 60 lieues du nord au midi, en partant des environs de Quito, ville située à peu près sous l'équateur.

Parmi les sommets qui bordent cette vallée, je citerai les suivans dont les hauteurs sont connues. Toutes surpassent celle du mont Blanc. En allant du nord au midi on trouve sur la Cordillère orientale : le *Cayambe-Urcu*, dont le sommet est presque sous l'équateur, l'*Antisana*, le *Sinchulahua*, le *Cotopaxi*, le *Tungarahua*, l'*Altar de los Collanes* ou *Capac-Urcu*, le *Sangay*, ce dernier à l'est en dehors des Cordillères.

Parcourant ensuite la Cordillère occidentale, toujours du nord au midi, on rencontre, au nord de l'équateur, le *Cotocache ;* au midi, le *Pitchincha*, le *Corazon*, l'*Illinizza*, le *Carguirazzo* ou *Carguayrazzo*, le *Chimborazo*, dont la cime est le point le plus élevé de tous ceux que l'on connaît sur la surface terrestre (1).

M. Bouguer, l'un des astronomes français, a reconnu

(1) Voici, d'après M. de Humboldt, les hauteurs de toutes ces cimes : Le Cayambe-Urcu, 3 030 toises ; l'Antisana, 2 993 ; le Sinchulahua, 2 570 ; le Cotopaxi, 2 952 ; le Tungarahua, 2 544 ; l'Altar de los Collanes, 2 730 ; le Sangay, 2 680 ; le Cotocache, 2 567 ; le Pitchincha, 2 506 ; le Corazon, 2 470 ; l'Illinizza, 2 717 ; le Carguirazzo, 2 450 ; le Chimborazo, 3 357.

l'existence des deux Cordillères, jusqu'au delà de la ville de Popayan, à plus de soixante lieues au nord de Quito. M. de Humboldt, qui a commencé à parcourir ces montagnes depuis les rameaux qu'elles jettent vers la mer des Caraïbes, et qui les a traversées plusieurs fois au-delà de l'équateur jusqu'à onze degrés et demi de latitude sud, a constaté, par des mesures barométriques, non seulement la grande hauteur de plusieurs sommets qu'on n'avait pas mesurés, mais encore dans beaucoup de points, celle de la masse même sur laquelle ces sommets s'élèvent, et sa grande largeur.

Les passages par lesquels on peut traverser la double crête des Andes, dans l'espace que nous venons de décrire, doivent être comptés parmi les plus élevés que l'on connaisse. Au pied du Chimborazo, il s'en trouve un qui se rend sur le versant occidental des Andes par une vallée transversale nommée *Riobamba*. Bouguer cite encore le *Pas des Gouanacas*, près des sources de la rivière de la Magdeleine, et descendant dans le bassin de cette rivière. Au midi de la vallée de Quito, un chemin tracé entre les deux Cordillères, passe sur le *Paramo* (ou Bruyère) de l'*Assuay*, par un point dont l'élévation, au-dessus du niveau de la mer, a été trouvée de 2 428 toises, par M. de Humboldt.

35. Avant de quitter cette vallée, qui paraît être la plus élevée et la plus longue de celles que l'on connaît dans le nouveau continent, il faut la comparer à la vallée du Rhône, la plus longue et la plus profonde qu'il y ait en Europe. La vallée de Quito a dans son fond une élévation moyenne de près de 1500 toises au-dessus du niveau de la mer; et la plus haute des sommités qui la bordent, celle du Chimborazo, s'élève à 3357 toises au-dessus du même niveau. La différence n'étant pas de 1860 toises, il en résulte que la vallée du Rhône, où la différence correspondante se trouve

de 2060 toises, est la plus profonde des deux; mais aussi l'élévation de son talweg ne va pas à 300 toises.

M. Bourrit, dans sa description des Alpes, compare les hauteurs respectives du mont Blanc et du Chimborazo, à partir de leur base, afin de faire connaître celui des deux qui doit présenter à l'œil l'aspect le plus imposant; et il donne au premier l'avantage sur le second. « Du « pied du mont Blanc à Chamouni, dit-il, l'observateur « voit ce colosse s'élever tout d'une pièce à plus de 2000 « toises, spectacle le plus majestueux qui puisse s'offrir aux « regards des hommes ». Il paraît que dans cet exposé il a cédé un peu à l'enthousiasme que lui inspirait la grandeur d'une perspective dont il a joui souvent; d'abord les données sur lesquelles il établit son calcul ne sont pas exactes. En partant de *Riobamba-Nuevo*, ville située assez près de la base du Chimborazo, et élevée de 1483 toises au-dessus du niveau de la mer, on trouvera, pour la hauteur du sommet de cette montagne au-dessus de sa base, 1875 toises; et si, relativement au mont Blanc, on part du prieuré de Chamouni, élevé de 528 toises au-dessus du niveau de la mer, la hauteur du mont Blanc au-dessus du même niveau étant de 2446 toises, il restera 1918 toises pour la hauteur du mont Blanc au-dessus de cette base; et cette dernière hauteur ne surpasse l'élévation correspondante du Chimborazo que de 43 toises, ce qui est bien peu de chose. M. Pasumot, qui a combattu l'opinion de M. Bourrit (1), observe qu'il n'est pas exact de prendre pour base propre du mont Blanc le fond de la vallée de Chamouni; que ce mont ne s'élance d'une manière isolée, qu'à partir d'une très-longue et large base que l'on nomme la *montagne de la Côte*, et dont l'élévation

(1) *Voyages physiques dans les Pyrénées*, en 1788 et 89, pag. 195.

est de 1300 toises au-dessus de la mer. En adoptant cette remarque, la hauteur du mont Blanc sur sa base ne sera plus que de 1146 toises, bien inférieure à celle du Chimborazo.

La longueur de cette base est seulement de 2166 toises, suivant M. Pasumot. Ce résultat peut servir d'abord à faire juger de la rapidité des pentes du mont Blanc, et mettrait en état d'en calculer approximativement la masse, si sa forme était pyramidale; mais c'est ce qui n'est point. « Elle ressemble, dit le même auteur, au dos d'un fauteuil terminé « dans le haut par une courbe, et dont le *Dôme du goûter* « à l'ouest, et l'*Aiguille du midi* au nord-est, sont comme « les bras ».

Le Chimborazo, au contraire, présente, suivant Bouguer, une forme plus régulière. Considéré sur la crête d'où il s'élève, sa base paraît avoir de 10 à 12 mille toises de diamètre, environ quatre lieues. Le sommet, au lieu de se terminer en pointe, est arrondi et même assez plat; et Bouguer a jugé, d'en bas, qu'il devait avoir trois ou quatre cents toises de largeur. Un calcul établi sur ces données lui a montré que cette montagne pouvait contenir plus de vingt mille millions de toises cubes. Quelque considérable que soit ce volume, il en faudrait plus de sept mille quatre cents millions de pareils pour former une masse égale à celle du globe terrestre. Sous ce rapport, comme sous celui de sa hauteur, la plus considérable des montagnes est donc, ainsi que nous l'avons déjà remarqué dans le n° 50 de la première partie, bien peu de chose en comparaison de la terre entière.

Le volume considérable du Chimborazo et son isolement ont fait naître à Bouguer l'heureuse idée de chercher si une pareille montagne ne jouirait pas en son particulier de la propriété d'attirer vers elle les corps, comme le fait le globe

terrestre, vers l'intérieur duquel ils tendent tous à tomber; et l'on devait s'y attendre, puisqu'on regarde la pesanteur comme le résultat de l'action de toutes les molécules de la terre sur les corps placés à sa surface. Le moyen le plus simple de mesurer l'attraction d'une montagne, est de comparer à la même étoile les positions d'un fil à plomb placé successivement au nord et au midi de cette montagne; les quantités dont il se porte vers la montagne dans l'un et l'autre cas, s'ajoutent et augmentent ainsi l'effet à déterminer. Bouguer, qui avait eu le premier cette idée, ne put l'appliquer au Chimborazo, qui n'était pas isolé du côté du midi; mais par un autre procédé que lui indiqua la Condamine, il trouva que le double de la déviation du fil à plomb était 16″; par conséquent ce fil s'écartait de 8″ de la direction qu'il aurait suivie, si la montagne ne l'avait pas attiré. Si l'attraction de la montagne eût été avec celle de la terre dans le rapport des volumes respectifs, la déviation du fil à plomb aurait dû être de 1′ 43″, c'est-à-dire douze fois plus considérable; mais comme la force attractive paraît dépendre de la densité des corps qui l'exercent, il est probable que l'intérieur de la montagne renfermait de grandes cavités, ou ne contenait que des matières moins denses que celles qui occupent l'intérieur de la terre ou qui en forment le noyau.

En 1775, M. Maskelyne, observant la même étoile au nord et au midi de la montagne de *Shehallien* en Ecosse, trouva la double déviation du fil à plomb de 11″,6. Cette montagne, qui ne s'élève qu'à 533 toises au-dessus de sa base, outre qu'elle est bien isolée, offre des coupes d'après lesquelles on peut estimer la densité des matières qui composent son intérieur; et en calculant son volume, ce que M. Hutton a pu faire au moyen de nivellemens multipliés qui en ont donné le relief, il est parvenu, par la compa-

raison de sa force attractive avec celle qu'exerce la terre, à connaître que la densité moyenne de l'intérieur de notre planète doit être quatre fois et demie plus considérable que celle de l'eau, ce qui surpasse beaucoup la densité de toutes les pierres qui composent les montagnes connues (1).

36. Après cette digression, qui n'est peut-être pas étrangère à la géographie physique, je reviens à la description des Andes. La partie située au midi de l'équateur, et visitée par les académiciens français, semble ne pas offrir ces formes aiguës qu'affectent les aiguilles des Alpes; elle présente des sommets coniques dont, à la vérité, les pentes sont si rapides qu'on ne pourrait les gravir, si elles n'étaient composées de pierres détachées et de débris dans lesquels le pied peut s'affermir. Voilà du moins ce qui résulte de la coupe et de la vue que Bouguer a données de ces montagnes, dans son ouvrage sur *la figure de la Terre*. On pourrait croire aussi que leur aspect général tient à la nature volcanique du plus grand nombre; et nous les considérerons de nouveau sous ce rapport : mais tous ces faits seront éclaircis lorsque M. de Humboldt aura terminé la publication de son intéressant voyage; cette publication nous instruira sans doute aussi sur les formes des autres vallées principales qu'il a parcourues dans la chaîne des Andes. Mon but, en parlant ici de ces montagnes, était seulement de faire connaître quelques particularités de l'espace où se trouvent les points que l'on croit les plus élevés de la surface de la terre; je n'ajouterai en conséquence à ce qui précède que

(1) En 1798, M. Cavendish, au moyen de la balance de Torsion, imaginée par M. Coulomb, trouva, pour la densité moyenne de la terre, un résultat encore un peu plus fort.

quelques remarques générales, tirées des écrits du savant voyageur que j'ai déjà tant eu occasion de citer.

La Cordillère est partout déchirée et interrompue par des vallées étroites, semblables à des crevasses; il y en a dont la profondeur est de sept à huit cents toises, tandis que leur largeur est à peine de cinq cents; d'un autre côté, on y rencontre aussi des plaines très-étendues, par rapport à leur élévation; telle est celle de douze lieues de circonférence située près du pied de l'Antisana, à 2100 toises au-dessus du niveau de la mer; elle est, dit M. de Humboldt, tellement unie qu'à l'aspect du sol natal, les personnes qui habitent ces contrées élevées, ne se doutent pas de la situation extraordinaire dans laquelle la nature les a placées; tels sont encore, le plateau sur lequel est placé la ville de *Santa-Fé de Bogota*, à l'orient du bassin de la rivière de la Magdeleine, par quatre degrés et demi environ de latitude nord, et élevé de 1365 toises au-dessus du niveau de la mer; celui de *Saint-Juan de Pastos*, à peu près aussi élevé, situé près du nœud où se réunissent les branches des Andes qui bordent les bassins des rivières du Cauca et de la Magdeleine; tel est enfin celui de *Caxamarca*, par 7 degrés de latitude australe et élevé de 1464 toises.

Près de l'équateur, l'élévation moyenne de la crête des Andes, abstraction faite des pics qui s'élancent au-dessus, est de 2000 à 2300 toises; au sud du Chimborazo, cette élévation n'est plus que de 16 à 1800 toises: passé le huitième degré de latitude australe, les cimes élevées de plus de 2400 toises deviennent plus fréquentes: tels sont les pics d'*Ilimani* et de *Cururana*, situés vers le dix-septième degré de latitude australe.

Le rameau des Andes, qui fait la limite orientale du bassin de la Magdeleine, acquiert, au onzième degré de latitude nord, à l'ouest du golfe de Venezuela, une hauteur de plus

de 2000 toises, par les sommités désignées sous le nom des montagnes de *Sainte-Marthe*. Le rameau qui s'est détaché du précédent vers le septième degré de latitude nord, et qui passe au sud-est du lac Maracaybo, renferme aussi, dans le voisinage de *Mérida*, à huit degrés et demi de latitude, des sommets dont l'élévation surpasse 2300 toises; et, en se prolongeant à l'est, près du rivage de la mer des Caraïbes, il offre, vers le cap *Codère*, la sommité nommée *Silla de Caracas*, haute de 1316 toises, et qui présente du côté du nord une muraille perpendiculaire de 1300 toises, précipice auquel on ne peut comparer que l'escarpement méridional du mont Blanc, au-dessus du bourg de *Cormayeur*.

Vers l'équateur, la pente orientale des Andes est un peu plus douce que la pente occidentale; mais le contraire a lieu sous les troisième et sixième degrés de latitude australe, et de même au-delà du quatrième degré de latitude boréale, près de la ville de Santa-Fé de Bogota. Aucun Indien, dit M. de Humboldt, n'a pu parvenir par cette pente, dans les plaines où coulent les affluens de l'Orénoque.

37. M. de Humboldt, en mesurant avec soin les hauteurs d'un grand nombre de points de la route qui conduit d'Acapulco, port situé sur le grand Océan équinoxial, à la ville de Mexico, et de cette ville au port de la Vera-Cruz, dans le golfe du Mexique, nous a fait connaître le premier le relief de cette partie de l'Amérique septentrionale, dans l'étendue d'une mer à l'autre, et en traversant, par conséquent, la prolongation des Andes dans cette partie. Il résulte de ces observations, qu'en allant vers le nord, à partir du grand Océan, l'élévation du terrain est beaucoup moins rapide que la descente au golfe du Mexique, dans une direction générale vers l'est. Sur la première pente, on rencontre cinq crêtes: l'élévation des deux premières est d'en-

viron 200 toises; celle des trois autres est de 600, 700 et 1500. Entre ces crêtes se trouvent quatre vallées longitudinales, dont les moins profondes sont les plus voisines de l'Océan; après la dernière crête on descend sur le plateau ou plutôt dans la vallée fermée, où est bâtie la ville de Mexico, à 1168 toises d'élévation. On sort de cette vallée par une crête élevée de près de 1700 toises; et la route se continue ensuite sur une hauteur moyenne de 1200 toises, dans un intervalle de plus de quarante lieues, tandis que la descente de cette hauteur au niveau de la mer n'occupe que vingt lieues. Ceci montre que la chaîne des Andes, considérablement réduite dans ses dimensions, en passant par l'isthme de Panama, a repris sa masse et une grande partie de son élévation. Elle présente aussi dans cet endroit des sommités très-élevées; je citerai d'abord au sud-ouest, et en dehors de la vallée de Mexico, le *Nevado de Toluca;* puis au sud-est, la *Sierra-Nevada* ou *Iztaccihuatl*, et le *Volcan-Grande* de Mexico ou *Popocatepetl.* Ensuite sur le bord oriental du plateau, à la descente vers le golfe du Mexique, encore deux autres sommités, placées l'une par rapport à l'autre dans une direction à peu près nord et sud, comme le sont les deux précédentes, et que les navigateurs aperçoivent en mer. La plus septentrionale se nomme *coffre de Perote,* à cause de sa forme, ou *Nauhcampatepetl;* l'autre, pic d'*Orizaba* ou *Citlaltepetl.* Les deux premières des montagnes à l'est de Mexico et la dernière surpassent en hauteur le mont Blanc. On connaît encore, sur la côte nord-ouest de l'Amérique, le mont Beautemps qui atteint presque cette hauteur, et le mont Saint-Elie qui la surpasse (1).

(1) Le Nevado de Toluca s'élève à 2 370 toises; la Sierra-Nevada à 2 455; le Volcan-Grande, à 2 771; le coffre de Pérote, à 2 098; le pic

La vallée de Mexico est encore remarquable par sa forme, qui ne laisse aucune ouverture naturelle pour l'écoulement des eaux qui s'y rassemblent ; son fond est occupé par deux lacs qui, dans les temps passés, n'en ont fait qu'un seul, remplissant peut-être, dans des temps très-antérieurs, toute l'étendue de la vallée ; et, pour se mettre à l'abri des inondations que la saison pluvieuse et la fonte des neiges amenaient toujours dans la ville de Mexico, les Espagnols ont percé dans la parois septentrionale de la vallée un canal souterrain par où se décharge le trop plein des lacs près desquels cette ville est située. Cette circonstance, dont je cite ici l'exemple le plus frappant, se rencontre fréquemment dans la plupart des chaînes de montagnes ; on voit, en effet, dans les Pyrénées des lacs placés à une très-grande élévation, et dans les Alpes, des espèces de cirques. De très-grands espaces, des contrées mêmes, dans lesquelles il n'y a d'ouverture que ce qu'il en faut pour laisser échapper un grand cours d'eau, semblent appartenir de très-près à la même espèce de vallée ; tel est en Europe l'espace qui enveloppe les premiers affluens de l'Elbe, et qui comprend la contrée nommée *Bohême*, dont la circonscription naturelle est très-prononcée ; en Asie, l'espace où est bâtie la ville de *Sirinagur* ou *Cachemire*, est enveloppé de hautes montagnes, desquelles s'échappe le *Behut*, affluent oriental du Sind.

La partie boréale des Andes dont nous venons de parler est encore plus remarquable que la partie australe, par la

---

d'Orizaba, à 2717 ; le mont Beau-Temps, à 2 304 ; enfin le mont Saint-Elie, à 2792.

Il est à remarquer que, jusqu'à présent, c'est le nouveau continent qui nous présente les points les plus élevés de la surface terrestre. Dans la grande masse du Caucase, la hauteur de la seule cime mesurée ne passe pas 1 500 toises.

grande étendue des plaines élevées qu'elle renferme. Ces plaines sont tellement rapprochées qu'elles ne forment pour ainsi dire qu'un seul plateau, compris entre les dix-huitième et quarantième degrés de latitude nord.

Du relief général de la surface terrestre.

38. Le trait caractéristique du nouveau continent, qui le distingue de la partie la plus connue de l'ancien, je veux dire de l'Europe, ce sont ces vastes plateaux situés à une hauteur où l'on ne voit dans la dernière contrée que des sommets élancés ou des crêtes déchirées. La plus grande élévation des terrains qui peuvent y mériter le nom de plaines est comprise entre deux à quatre cents toises, même à plus de cent lieues de toute mer. L'Asie est encore trop peu connue pour entrer dans cette comparaison; mais en admettant les résultats du voyage de Bruce aux sources du Nil, il doit exister dans cette partie de l'Afrique des plateaux dont l'élévation passe 1450 toises; c'est du moins celle que donne l'observation barométrique faite près de la naissance d'un cours d'eau qui, s'il n'est pas le véritable Nil, en est un affluent oriental très-considérable.

Les îles peu étendues, qui contiennent de hautes montagnes lorsqu'elles sont environnées d'une mer profonde, peuvent, à partir de leur base au fond de cette mer, être envisagées comme des élévations très-considérables relativement à leur étendue; et, sous ce point de vue, un archipel nous présente les sommités d'une chaîne de montagnes, sous marines. On ne peut s'empêcher de remarquer à cet égard celles qui sont si multipliées dans le grand Océan équinoxial. En considérant ces groupes d'îles, plusieurs géographes et naturalistes ont cru pouvoir indiquer la continuation des grandes chaînes de montagnes d'un continent à l'autre. C'est ainsi qu'on rattache aux Andes les différens groupes d'îles qui se trouvent au milieu du grand Océan équinoxinal, entre l'Amérique et le grand archipel d'Asie, que l'on joint

les montagnes de la côte nord-ouest de l'Amérique avec celles du nord-est de l'Asie, par les îles Aléoutes, etc.; mais pour prononcer avec certitude sur cette continuation, il faudrait connaître, par des sondes exactes, le relief du fond de la mer, dans l'espace qui sépare ces îles et ces continens.

L'île d'Otaïti, faisant partie de l'archipel de la Société, n'est à proprement parler qu'une montagne à deux sommets, dont le plus haut a 1705 toises d'élévation au-dessus du niveau de la mer, qui est d'une grande profondeur presque au pied de ses rivages. Dans l'île d'Owihée, l'une des îles Sandwich, la montagne de *Mowna-Roa* s'élève à 2578 toises. La nouvelle Zélande forme ainsi les crêtes d'une grande masse de montagnes, sur laquelle s'élance le mont *Egmont*, qui a 2395 toises de hauteur. L'île de Bourbon n'est à proprement parler qu'une seule montagne, dont la plus haute cime, nommée les *Trois-Salazes*, a 1600 toises de hauteur; enfin, l'île de *Ténériffe* présente le *pic de Teyde*, élevé de 1901 toises (1).

Long-temps on a négligé tous les documens relatifs à l'élévation des régions de la surface terrestre, où l'on ne s'est occupé que de la hauteur d'un petit nombre de points remarquables, comme le pic de Teyde, et quelques sommets des Alpes et des Pyrénées; mais aujourd'hui que l'emploi du baromètre, si commode pour la mesure des hauteurs, a été perfectionné au point de remplacer, pour tout ce qui ne demande pas une grande précision, la méthode lente du nivellement, les observations se multiplient de manière à faire espérer de grands progrès dans la connaissance du relief

(1) Toutes ces hauteurs sont tirées de l'ouvrage de M. de Mechel, déjà cité.

de la surface de la terre. Il y a déjà long-temps que l'on a pensé à suppléer les observations simultanées que l'on doit faire dans les deux stations dont on mesure la différence de niveau, par les hauteurs moyennes du baromètre, observées pendant un grand nombre d'années, ce qui est toujours praticable par rapport aux villes où les observations météorologiques sont suivies assidument. Dans cette vue, M. Cotte a rassemblé les résultats de celles de 128 villes de France (1). Un beau travail de M. Ramond ayant fait connaître plus particulièrement l'influence des courans d'air, et de la chaleur du soleil sur la marche diurne et annuelle du baromètre, fournira le moyen d'établir ces comparaisons avec plus de sûreté et de précision.

39. A la fin de la première partie de cette introduction (n° 116), je suis entré dans un assez grand détail sur la méthode à suivre pour exprimer dans les cartes le relief du terrain : celle que j'ai indiquée paraît être la seule propre à faire connaître la forme d'une région dans tous les sens ; mais jusqu'à présent on n'a employé que des profils pour peindre les grands nivellemens barométriques, et il faut être bien prévenu de la différence qu'on est obligé de mettre dans les échelles horizontales et verticales, pour ne pas être induit en erreur sur l'exagération des hauteurs que ces profils représentent, et qui dénature entièrement les formes réelles du terrain. Avec cette attention, les profils peuvent donner des notions satisfaisantes, en attendant que l'on se soit familiarisé avec des moyens plus précis : j'indiquerai donc ici les profils parvenus à ma connaissance.

Celui que Chappe a construit sur les observations barométriques qu'il a faites en allant de Brest à Tobolsk, tient le pre-

(1) *Journal de Physique*, février 1808.

mier rang par son étendue. La ligne qu'il représente a plus de 1250 lieues; et partant du rivage de l'Océan atlantique boréal au midi de la Manche, elle traverse l'Europe, coupe la chaîne des Vosges, celle des monts Ourals, et son extrémité orientale (à Tobolsk) peut servir de point de départ pour parvenir aux monts Altaï, et de là aux points les plus élevés du grand plateau d'Asie: le nivellement de cette ligne serait par conséquent très-instructif, si l'on pouvait donner une entière confiance aux observations sur lesquelles il s'appuie. L'exécution typographique du profil dont nous parlons est d'ailleurs très-soignée; il occupe neuf feuilles, et sur neuf autres feuilles sont tracés les détails géographiques des pays que traverse la route, poussés à 40 et 50 lieues de distance de chaque côté. A ce profil, dirigé généralement de l'ouest à l'est et comprenant plus de plaines que de montagnes, il faudrait comparer celui que M. de Humboldt a promis, d'une ligne qui, partant de Gênes (au bord du golfe de ce nom), traversant plusieurs parties des Alpes, entre autres le mont Saint-Gothard, nœud principal de leurs chaînes septentrionales, et s'élevant au nord jusqu'au cinquantième degré de latitude, renfermerait les points les plus élevés de l'Europe (1).

Il est évident que, pour tirer de la construction des profils toutes les lumières qu'elle peut donner, il faut faire un choix judicieux des lignes dont on exprime le nivellement, opposer les coupes longitudinales des chaînes de montagnes aux coupes transversales, en prendre sur les lignes qui passent par les points les plus élevés d'une contrée et sur celles qui joignent les points les plus bas, enfin dans le sens des mé-

(1) *Voyez*, pour le profil de la route de Chappe, l'atlas de son *Voyage en Sibérie*. L'annonce de celui que promet M. de Humboldt, se trouve dans le *Journal de physique*, t. 53.

diens et dans celui des parallèles. C'est sous ce dernier point de vue que M. Peytier de Cère nous a donné deux aperçus du relief de la presqu'île d'Espagne, l'un de l'ouest à l'est, depuis l'embouchure du Tage jusqu'au bord de la Méditerranée, à Valence; l'autre, du sud au nord, depuis la Méditerranée jusqu'au rivage du golfe de Biscaye (1). Ce dernier coupe les principales chaînes de montagnes de la presqu'île, qui toutes rencontrent le méridien sous un grand angle; le relief y trouve, comme projeté, parce que le plan vertical de la coupe en passe à quelque distance. Sur ces deux profils on remarque la hauteur du plateau où est située la ville de Madrid, la plus élevée des capitales de l'Europe, puisque son sol est à 309 toises au-dessus du niveau de la mer. L'*Itinéraire descriptif de l'Espagne*, par M. A. de la Borde, offre aussi deux profils de cette contrée, publiés antérieurement par M. de Humboldt.

La carte de France de Dupaintriel, que j'ai déjà citée (première partie n° 117), offre l'idée d'un profil du terrain sur une ligne tirée du Rhône à la Garonne, coupant les Cévennes et passant par le mont d'Or. On a encore, dans une direction à peu près parallèle, mais passant plus au midi, un profil du terrain compris entre la Garonne et le Rhône. Il se trouve sur la belle carte du canal du midi, que le général Andréossy a jointe à son histoire de ce canal, où il s'est attaché à développer les idées générales qui ont pu diriger la première conception de ce magnifique ouvrage; il serait bien à désirer qu'il publiât les autres profils qu'il a construits sur un grand nombre d'observations barométriques et de nivellemens, que la riche collection du dépôt de la guerre, dont il a été directeur, a mis à sa disposition. A ces profils

(1) *Notice historique sur une importation de mérinos.*

se rattache celui des Pyrénées, que l'on trouve dans le voyage que M. Pasumot, ingénieur-géographe, a fait à ces montagnes, et qui est à proprement parler une projection verticale d'une grande partie de la chaîne ; il a indiqué les formes de quelques-unes des sommités, placées soit entre les crêtes, soit en-dehors. Enfin, pour terminer l'énumération des profils du terrain de l'ancien continent, je citerai la coupe des monts Ourals, insérée dans le tome x des *Nova acta acad. petropolitanæ*.

Pour les régions équinoxiales du nouveau continent, nous avons la coupe transversale des Andes, insérée dans le traité *de la Figure de la Terre* par Bouguer, déjà citée, et le *Tableau physique des régions équinoxiales* par M. de Humboldt, tableau offrant une coupe et une projection verticale des terrains compris entre le grand Océan et l'Océan Atlantique, depuis dix degrés de latitude australe jusqu'à dix degrés de latitude boréale. Nous devons au même savant trois profils de la partie de l'Amérique septentrionale, comprise entre le grand Océan équinoxial, et le fond du golfe du Mexique, construits sur les nivellemens barométriques dont il a été fait mention précédemment. Les deux premiers indiquent les pentes vers chacune de ces mers, et le troisième pris à peu près dans le sens longitudinal de la contrée, montre, sur une étendue de plus de soixante lieues, la grande hauteur à laquelle elle se maintient. Ce qui rend très-curieux les profils tracés par M. de Humboldt, c'est le soin qu'il prend d'y rassembler une foule de particularités intéressantes sur la végétation spontanée, la culture et le climat, liés avec la hauteur du sol, comme on le verra plus en détail dans la suite.

M. Pasumot, dans le Journal de Physique, du mois de septembre 1783, en rapportant à une même échelle toutes les hauteurs des montagnes dont la mesure était connue, a construit un profil comparatif de toutes ces montagnes. Ce

travail, que les nouvelles observations ont beaucoup étendu, a été refait par M. de Mechel, sous les rapports suivans :

1° Pour rapprocher les points les plus élevés dans les chaînes de chaque continent, sur lesquelles il a été fait des observations ;

2° Des hauteurs des passages ou chemins pratiqués dans ces montagnes ;

3° Les villes et les lieux habités les plus élevés (1).

Les bassins occupés par la mer ne sont que d'immenses vallées dont les parois sont contiguës à la surface terrestre; leurs profils sont par conséquent nécessaires pour compléter ceux de cette surface : aussi Philippe Buache a-t-il eu, dès 1739, l'idée de construire celui de la vallée de l'Océan Atlantique, sur la ligne qui joint les points où la côte d'Afrique et celle de l'Amérique se rapprochent le plus. Il avait principalement pour but de montrer, par la représentation des îles et des bas fonds, la similitude de la surface du fond des mers avec celle des régions terrestres. Un grand plateau de bas fonds, sur lequel se trouvent les roches nommées *Abrhollos* (lat. 0°, long. 350°), occupe le milieu du profil, et l'île de *Ferdinand de Noronha* y paraît comme un pic. Les élémens de la construction de ce profil sont les sondes prises par les navigateurs qui ont parcouru ces parages; mais il est peut-être en grande partie conjectural, car il est rarement possible de sonder en pleine mer, à cause de la difficulté

---

(1) A ce tableau, l'auteur en ajoute un autre non moins curieux, indiquant les hauteurs, les profondeurs des inégalités de la surface de la lune, et la comparaison des montagnes de la terre avec celles que les accidens de lumière et d'ombre ont fait reconnaître sur la surface des autres planètes. Les données qui ont servi à la composition de ces tableaux, sont rassemblées dans l'explication qui les accompagne.

qu'une grande profondeur apporte à cette opération; c'est dans le voisinage des côtes qu'on y réussit le mieux, et qu'elle est le plus nécessaire. Aussi le profil que le même géographe a donné du fond du canal du Pas-de-Calais, dans le sens de sa longueur, peut reposer sur des données certaines, puisque ce passage et ses abords ont été sondés depuis long-temps dans un grand nombre de points, marqués sur les cartes marines. On voit clairement sur ce profil, que l'Angleterre se lie à l'ancien continent par une ligne élevée, de laquelle partent deux pentes opposées, l'une vers l'entrée méridionale du détroit, et l'autre vers son entrée septentrionale (1). Pour compléter la connaissance de cette jonction, il eût été à désirer que l'auteur eût joint au profil longitudinal du Pas-de-Calais, le profil transversal pris sur la ligne dans laquelle se trouvent les moindres profondeurs du détroit. Je ne me suis autant étendu sur les profils des parties de la surface terrestre, que parce que leur réunion forme les premiers élémens de la description du relief de cette surface, description qu'il est nécessaire de faire entrer maintenant dans les cartes de géographie et dans les traités spéciaux de cette science, ce dont on ne s'est pas encore occupé, du moins que je sache.

De la ligne des neiges perpétuelles et des glaciers.

40. Le premier effet de la grande élévation du sol se porte, comme je l'ai déjà remarqué, sur la température et la végétation; l'une s'abaisse, et l'autre diminue de vigueur. Les arbres font place aux arbustes, ceux-ci aux plantes herbacées, et l'œil n'aperçoit plus enfin qu'une calotte de neige qu'aucun été ne fait disparaître. C'est sur-tout dans les Andes que ce spectacle est le plus frappant, au milieu de la

(1) *Voyez*, pour ces profils sous-marins, les *Cartes et Tableaux de la géographie naturelle et physique* de Philippe Buache. Paris, 1757.

avec lenteur, où le gelée et la neige sont des phénomènes inconnus aux habitans des bords de la mer.

Lorsque je parlerai de la diminution de chaleur que l'on éprouve en s'élevant dans l'atmosphère, j'expliquerai comment cette diminution maintient une température très-basse sur des montagnes fort élevées, et entretient à leur sommet une congélation perpétuelle. Pour le moment, je me bornerai à faire observer que la hauteur à laquelle ce phénomène a lieu est plus considérable sous l'équateur, et diminue à mesure qu'on s'approche des pôles, mais qu'elle demeure à peu près la même quand la latitude ne change pas. Bouguer a remarqué que le terme inférieur, auquel s'arrête la neige qui couvre les sommets des plus hautes cimes des Andes, forme comme une ligne de niveau dans ces montagnes. On la connaît déjà sur six parallèles du globe.

Dans l'Amérique méridionale, aux environs de l'équateur, la limite inférieure des neiges perpétuelles est à 2460 toises au-dessus du niveau de la mer.

Dans l'Amérique septentrionale, sur le parallèle de vingt degrés, elle est à 2360.

En Sicile, sur l'Etna, par trente-sept degrés trois quarts de latitude, à 1500 toises.

Dans les Alpes et les Pyrénées, ou plutôt à une latitude de quarante-cinq degrés, elle est entre 1300 et 1400 toises.

En Norwège, par la latitude de soixante-deux degrés, elle est à 900 toises.

Par la latitude de soixante-cinq degrés, à 500 toises.

Enfin, elle descend presque au niveau de la mer, dans les contrées arctiques, couvertes de glaces qui ne fondent jamais, et dans lesquelles la surface de la terre dégèle à peine pendant l'été.

On sent que ces évaluations ne peuvent être tout-à-fait

rigoureuses ni tout-à-fait constantes; les circonstances locales, et les variétés de la température moyenne d'une année à l'autre, doivent changer un peu la hauteur à laquelle la neige cesse de fondre. M. de Saussure porte cette hauteur à 1400 toises sous la latitude des Alpes, lorsqu'il s'agit de montagnes isolées; mais cependant les observations répétées ont prouvé que cette hauteur était plus constante qu'on ne serait porté à le croire d'abord; en sorte que, si l'on rencontre, à une des latitudes indiquées ci-dessus, une montagne sur le sommet de laquelle la neige ne fond jamais, on est en droit de conclure qu'elle atteint une hauteur au moins égale à celle qui a été assignée à la limite inférieure des neiges perpétuelles pour cette latitude. Ainsi les sommets toujours couverts de neige que M. Turner, dans son voyage au *Thibet*, sur la limite méridionale du grand plateau d'Asie, a vus, entre les vingt-sixième et vingt-septième degrés de latitude nord, ne doivent pas avoir moins de 2200 toises d'élévation; les montagnes neigées qui sont indiquées au nord de la colonie du cap de Bonne-Espérance, ne doivent avoir guère moins d'élévation.

Outre la limite des neiges perpétuelles, on doit encore remarquer, dans les lieux où il ne gèle jamais au niveau de la mer, la hauteur à laquelle il commence à neiger ou à geler accidentellement. Sur la pente des Andes, près de l'équateur, M. de Humboldt a observé qu'il ne neigeait pas au-dessous de 2000 toises (1). Il y aurait encore une autre limite à observer, ce serait la plus grande hauteur à laquelle il cesse de neiger et de pleuvoir; mais elle ne saurait avoir lieu que par rapport aux cimes dont l'élévation surpasse celle à laquelle peuvent atteindre les nuages, et l'on en a vu beaucoup

(1) *Essai sur la géographie des Plantes*, page 48.

au-dessus du Chimborazo; mais ce sujet sera traité particulièrement, lorsque je parlerai des phénomènes météorologiques dans les diverses régions de la terre. Il suit seulement de ce qu'on vient de lire, que le terme inférieur des neiges perpétuelles étant élevé de 2460 toises sous l'équateur, le Chimborazo qui l'est de 2538 est toujours recouvert par une calotte de neige, de près de 900 toises de hauteur. Celle qui recouvre le mont Blanc est de plus de 1100 toises, puisqu'il en a 2460 à une latitude où le terme inférieur des neiges perpétuelles s'abaisse seulement de 1300 toises.

741. La ligne des neiges perpétuelles renferme bien un espace où la congélation est permanente; cependant il ne faut pas le confondre avec les *Glaciers* qui lui doivent à la vérité leur origine, mais qui ne présentent pas les mêmes apparences, et ne se trouvent que dans des localités particulières. Sur les pentes très-rapides, la neige qui y demeure pendant toute l'année, conserve toujours le même aspect; mais dans le cas contraire, lorsque l'eau produite par la surface supérieure qui fond, ne s'écoule pas trop promptement pour qu'elle puisse imbiber les couches restantes, celles-ci se congèlent au retour du froid, et prennent la forme d'une glace poreuse où l'on aperçoit encore les brins de neige réunis par l'eau. C'est sur-tout dans les vallées élevées, dominées de tous côtés par de hautes cimes, que se trouvent les glaciers les plus considérables: les neiges qui roulent des sommités supérieures étant accumulées dans le fond de ces vallées où elles ne peuvent fondre au moins totalement pendant la durée de l'été, et alors imbibées d'eau, se convertissent en glace par le refroidissement du local et par celui de l'hiver; il s'y forme une application successive de couches, comme on le voit sur ces monceaux de glace qui reçoivent l'eau de nos toits lorsqu'ils sont recouverts d'une neige que

la présence du soleil sur l'horizon ne fait fondre qu'en petite quantité : et il faut remarquer à cette occasion que, sur les plus hautes sommités, l'eau ne tombe que sous la forme de neige, qui roule ensuite en grande masse, c'est-à-dire par *avalanches*, sur les parties inférieures.

Les Alpes, dans les hautes vallées comprises entre leurs crêtes, renferment un grand nombre de glaciers, parmi lesquels il s'en trouve d'une étendue très-considérable, principalement dans les deux chaînes qui bordent la vallée du Rhône ; ces glaciers remplissent les intervalles des pyramides et des arêtes qui couronnent ces chaînes. Dans la chaîne septentrionale, entre la première et la seconde ligne des sommités, on cite ceux du *Grindelwald*, ceux qui entourent le mont de la Fourche, le Saint-Gothard, et que l'on regarde comme le grand réservoir des eaux du Rhône et du Rhin. La chaîne méridionale en offre encore de plus remarquables, tel est celui de *Chermotane*, occupant une vallée à peu près longitudinale sur la crête de cette chaîne ; *sa longueur passe six lieues* ; et sa largeur une. D'autres glaciers occupent des gorges transversales qui séparent les sommets du mont Rosa et ceux du mont Blanc : on peut même regarder ces derniers comme s'élançant d'une mer de glace. La dénomination de mer est d'autant mieux appliquée ici, que souvent la surface des glaciers ressemble à une mer agitée dont une congélation subite aurait fixé les flots. L'épaisseur ou la profondeur de ces glaces est communément de quatre-vingts à cent pieds, et quelquefois va beaucoup plus loin. Quand les glaces reposent sur un fond incliné, ou que les masses ont acquis une grande hauteur, il s'y fait alors de profondes crevasses, et on y rencontre toutes sortes de formes accidentelles, des pyramides, des tours, des dômes, etc. ; et quand le soleil donne sur ces accidens, les reflets et les iris nombreux qu'ils

produisent, forment un spectacle digne d'admiration ; c'en est un très-remarquable, entre autres, que cette voûte de glace de plus de cent pieds d'ouverture, sous laquelle coule l'Arveron en sortant du pied d'une masse semblable qui lui donne naissance, et qui s'aperçoit à l'entrée de cette voûte.

Ces masses énormes se détachent quelquefois, et dans leur chûte renversent les plus grands obstacles. M. de Saussure, passant sous un glacier très-élevé, au pied duquel étoit un bloc de granit de plus de quarante pieds de côté, fut invité par son guide à passer promptement, de peur que les glaces qui s'appuyaient contre ce bloc ne le fissent rouler sur eux. « Un instant après, le rocher s'ébranla, glissa, « culbuta, et fut, en bondissant, fracasser une forêt qui se « trouvait au-dessous ». Lorsque le sol n'est que peu incliné, les glaciers sont praticables aux voyageurs à pied et même à cheval, parce que leur surface est âpre et grenue. En général la glace contenue dans ces amas est moins dure que la glace ordinaire, ce qui fait qu'on y taille aisément des marches pour gravir les escarpemens.

Les glaciers ont à leur bord inférieur des amas considérables de sables et de débris de rochers, qu'on appelle *moraines*, et qui forment des espèces d'enceintes dans lesquelles les glaces sont comme encaissées; on en rencontre quelquefois plusieurs les unes devant les autres, et qui indiquent par là que l'étendue du glacier a éprouvé des variations. M. Besson observa, en 1777, quatre de ces enceintes au bas du glacier du Rhône, l'une à trente-quatre toises de la limite qu'il avait alors, l'autre à quatre-vingt-cinq toises, l'autre à cent vingt.

Les causes qui font changer l'étendue des glaciers sont : 1° les variations dans la durée et la chaleur des étés, et dans la quantité de neige tombée pendant l'hiver; 2° la

chaleur intérieure de la terre, qui, pendant les plus grands froids, entretient des torrens au pied de tous les glaciers un peu considérables; 3° les parties de ces glaciers qui glissent par l'effet de leur pente.

Les Pyrénées renferment aussi des glaciers que M. Ramond nous a fait connaître, et il y en a en grand nombre au pied des montagnes du Spitzberg. Le froid continuel qui règne dans ces îles rend la congélation permanente, au niveau même de la mer, d'où s'élèvent des rochers de glace de 300 pieds de hauteur.

La Cordillère des Andes n'a point de glaciers; mais sur la pente du Chimborazo, en creusant la terre, on a trouvé des neiges, probablement fort anciennes, très-dures et recouvertes d'une couche de sable.

42. C'est dans les Alpes que les glaciers offrent l'aspect le plus imposant; celui du Rhône, décrit dans plusieurs ouvrages, présente, suivant M. Bourrit, à l'œil qui le considère d'en bas, un bloc immense de glace, qui s'élève jusqu'aux nues entre deux crêtes de rochers, sur une largeur de plus de 1800 toises. Il réfléchit les rayons du soleil avec le plus grand éclat, et se colore de l'azur le plus vif, mêlé au blanc le plus éblouissant; les fentes dont sa surface est découpée, les pyramides de glace qui s'en élèvent en grand nombre, les cavités où se rassemblent les eaux produites par la glace fondue, enfin les ouvertures par où cette eau s'échappe, font imaginer dans ce bloc « les rues et les édifices d'une ville bâtie en amphithéâtre, et embellie par des nappes d'eau, des cascades et des torrens ». Des beautés de ce genre sont bien dignes d'être revêtues des couleurs de la poésie. Placées sur le théâtre des savantes herborisations du célèbre Haller, il les a d'abord chantées dans un poème qui répond à la majesté du sujet, et il les a décrites en prose dans la préface

[illegible] ant ouvrage sur les plantes helvétiques (1). [illegible] glaces et les neiges, qui, jointes aux escarpe- [illegible] rendent si hasardeux et si pénibles les voyages sur les [illegible] des Alpes, et sur celles des autres chaînes de mon- [illegible] se rencontrent les mêmes accidens. Pour donner une [illegible] de la difficulté de ces courses, je crois ne pouvoir mieux [illegible] que de citer le passage suivant, extrait de l'éloge de [illegible], par M. Senebier : « Rien n'y ressemble (dans les [illegible] Alpes) à ce qu'on voit dans nos routes ordinaires; [illegible] e frayer son chemin dans des lieux oubliés, où les [illegible] qu'on a pu remarquer quelquefois sont sans cesse [illegible] renversés par les éboulemens des rochers et des neiges; où [illegible] l'on se trouve comme en pleine mer, sans pouvoir se diriger [illegible] toujours par la boussole. On erre ici au milieu des rocs « escarpés ou de leurs débris, occupé du soin d'assurer ses « pas; on est toujours exposé au choc des quartiers de rochers « qui s'écroulent ou des torrens de neige qui font mugir l'air « par leurs bonds et leurs chûtes. On monte, on descend « sur des pentes rapides, revêtues de neige ou couvertes de « glace, ou tapissées par un gazon aussi glissant. Il faut « quelquefois se faire des escaliers sur les flancs des rochers « dont on veut gagner la tête; on est souvent obligé de « traverser sur quelques pouces de neige (durcie), comme « sur un pont, des abîmes dont l'œil ne sonde les profon- « deurs qu'en désespérant d'en apercevoir les bornes. Dans « diverses occasions, la parole seule peut devenir une cause « certaine de la mort, en déterminant des avalanches par « l'agitation de l'air; comment échapper à leur violence dans « des passages étroits, sur des pentes presque perpendiculaires « au sol; voilà pourtant qu'elles s'élancent avec le fracas et la

(1) Ces deux morceaux ont été réunis et imprimés à Berne, en 1795.

« rapidité du tonnerre, et entraînent avec elles les rochers « qui devaient les arrêter. L'homme qui voyage dans ces « lieux effrayans, est seul, avec des crampons de fer à ses « pieds et un bâton noueux à sa main, *contre* tous ces dan- » gers, lorsque l'air est calme et le ciel serein; que devien- « dra-t-il lorsque les vents déchaînés et les orages, plus fu- « rieux que dans la plaine, le surprendront? La neige poussée « çà et là avec violence, ferme les routes, aveugle les yeux, « multiplie les désastres; le repos rend la mort inévitable, et « chaque pas peut mener à la mort. Qu'on ne croie pas que « ce tableau soit formé par la réunion de quelques cas ex- « traordinaires. De Saussure ne fit presque jamais de longs « voyages dans les Alpes, il ne s'écarta jamais des routes les « plus fréquentées, qu'il ne soit arrivé à lui ou à ses guides « quelques-uns de ces accidens; il a été plusieurs fois sur le « point d'être englouti dans ces fentes de neige; il y est resté « une fois suspendu par son bâton (posé en travers sur la « fente) et appuyé sur un pied pendant une *demi-heure*; « souvent ses guides y ont roulé devant lui, et les chasseurs « de chamois trouvent pour l'ordinaire leur tombeau sur ce « théâtre de leurs plaisirs ».

Si les glaces présentent souvent des obstacles aux voyageurs qui tentent de gravir leurs pentes, quelque grands qu'ils puissent être, ces obstacles ne sont pas *insurmontables*, et peut-être même doit-on à ces accidens d'avoir atteint des sommités sur lesquelles on n'aurait pu parvenir s'il avait fallu se tailler des marches dans une roche dure et n'offrant aucun joint où l'on ait pu introduire des crampons; il paraît du moins que telle est la difficulté qui s'est opposée à six tentatives faites successivement pour franchir la chaîne de montagnes située à l'occident de la colonie anglaise de la Nouvelle-Hollande. Des fugitifs qui n'avaient d'autre moyen

à une mort certaine, arrêtés par cette insurmontable barrière, sont revenus subir le châtiment qui les attendait; des hommes entreprenans, habitués aux pays de montagnes, munis de tous les instrumens qui pouvaient leur frayer le chemin, excités par le gouvernement de la colonie, par leur propre curiosité, ont été également contraints de revenir sur leurs pas (1).

Des grottes et des cavernes.

45. Les grottes et les cavernes sont encore des accidens très-remarquables de la structure des montagnes, dans lesquelles il se rencontre souvent de grandes excavations irrégulières, évidemment l'ouvrage de la nature, et qui, par conséquent, diffèrent beaucoup des souterrains creusés par l'homme, pour l'exploitation des mines et des carrières. Il n'est guère de chaîne de montagnes où il ne se trouve de ces cavités; de simples collines en offrent quelquefois : je ne saurais donc en faire ici l'énumération ni décrire toutes les formes bizarres qu'elles peuvent présenter. Les unes, très-ouvertes à l'entrée, s'enfoncent plus ou moins dans la masse, et ont un sol peu incliné; d'autres, où l'on ne peut pénétrer qu'avec beaucoup de difficultés en rampant, en s'insinuant, pour ainsi dire, par des trous, des fentes, s'élargissent ensuite en salons, s'embranchent les unes dans les autres par des passages en forme de couloirs, ou bien se groupent en divers étages. On sent toutes les variétés que doit produire la combinaison de ces formes, assez souvent l'effet de la chûte des blocs qui se sont détachés, soit de la voûte supérieure, soit des parois latérales, et obstruent les entrées des cavernes et leur communication : enfin il en est qui reçoivent, dans quelques endroits, le jour par des puits naturels, ouverts jusqu'à la surface du terrain supérieur.

(1) *Voyage aux Terres Australes*, par M. Perron, tom. 1, p. 390.

Comme on ne saurait pénétrer dans ces souterrains qu'avec le secours des flambleaux, on a été frappé des jeux de lumière dus aux *stalactites*, aux *stalagmites* et aux cristallisations, dont la voûte et les murailles d'un grand nombre de cavernes sont tapissées. Par une filtration lente, les eaux qui coulent à travers les fentes de rochers, déposent en couches successives les matières terreuses dont elles sont imprégnées; celles qui transudent par la voûte forment les stalactites, semblables aux aiguilles de glace qu'on voit pendre de nos toits en hiver; mais lorsque l'eau tombe sur le sol inférieur, le dépôt qu'elle forme s'accroît de bas en haut et produit des éminences mamelonées ou pointues, dont la base repose sur ce sol: c'est là ce qu'on appelle des stalagmites. L'eau qui tombe de l'égoût des toits, sur le pavé des cours, prend, dans les fortes gelées, des formes à peu près semblables; mais il faut observer que, dans les cavernes, c'est presque toujours un dépôt terreux et non pas une congélation, si l'on en excepte pourtant quelques-unes nommées, par cette raison, *glacières naturelles*: telles sont celles qu'on trouve auprès de Baume, ville située dans le bassin du Doubs, affluent du second ordre, par rapport au Rhône.

« Une des plus singulières et des plus grandes cavernes « que l'on connaisse, dit Buffon, est celle d'*Antiparos* « (île de l'Archipel), dont Tournefort nous a donné une « ample description. On trouve d'abord une caverne rustique « d'environ trente pas de largeur, partagée par quelques « piliers naturels; entre les deux piliers qui sont sur la « droite, il y a un terrain en pente douce, et ensuite jusqu'au « fond de la même caverne, une pente plus rude d'environ « vingt pas de longueur: c'est le passage pour aller à la « grotte ou caverne intérieure, et ce passage n'est qu'un « trou fort obscur par lequel on ne saurait entrer qu'en se

« baissant et au secours des flambeaux ; on descend d'abord « dans un précipice horrible, à l'aide d'un câble que l'on « prend la précaution d'attacher tout à l'entrée ; on se coule « dans un autre bien plus effroyable, dont les bords sont « fort glissans et qui répondent sur la gauche à des abîmes « profonds. On place sur les bords de ces gouffres une « échelle, au moyen de laquelle on franchit, en tremblant, « un rocher tout-à-fait coupé à plomb ; on continue à glisser « par des endroits un peu moins dangereux ; mais dans le « temps qu'on se croit en pays praticable, le pas le plus « affreux vous arrête tout court, et l'on s'y casserait la tête, « si l'on n'était averti ou arrêté par ses guides ; pour le « franchir, il faut se couler sur le dos le long du rocher, « et descendre une échelle qu'il faut y porter exprès. Quand « on est arrivé au bas de l'échelle, on se roule quelque « temps encore sur des rochers, et enfin on arrive dans la « grotte. On compte trois cents brasses (environ 250 toises) « de profondeur depuis la surface de la terre : la grotte paraît « avoir quarante brasses (200 pieds) de hauteur, sur cinquante « (250 pieds) de large ; elle est remplie de belles et grandes « stalactites de différentes formes ».

Tournefort a visité aussi le fameux labyrinthe de l'île de Candie (l'ancienne Crète), et pense qu'il n'était dans le principe qu'un ouvrage de la nature, que d'habiles gens ont pris plaisir, il y a plusieurs siècles, à rendre praticable, en faisant agrandir les endroits qui étaient trop resserrés. A chaque détour, Tournefort attachait des morceaux de papier sur le rocher, et l'un de ses guides laissait tomber de petits fagots d'épine, dont il avait fait provision, pour marquer le chemin et assurer le retour ; une allée de douze cents pas de long les conduisit à une grande et belle salle, mais ils furent obligés de ramper l'espace de plus de cent pas. Ils ne

virent dans ces souterrains ni suintement d'eau ni stalactites, ils leur parurent entièrement secs.

Il n'en est pas ainsi du labyrinthe de *Kungour*, situé dans le bassin de la *Silva* (affluent de la rive gauche de la *Kama*, qui se rend elle-même à la rive gauche du Volga), que M. Patrin visita en 1786, et qui doit être compté parmi les plus remarquables pour leur étendue. « Les anfractuosités de « ces souterrains ont été formées par de petits ruisseaux que « produit la fonte des neiges, et qui s'infiltrent dans les « fissures multipliées du gypse (sorte de pierre) dont sont « composées les collines que parcourt ce labyrinthe : on ne « peut y pénétrer qu'en se couchant sur le ventre ; et, quoique « ce fût au mois de juillet, il fallut rompre les stalactites de « glace qui en fermaient l'entrée. Il en sortait un vent si « froid, qu'il en était insupportable. A une toise seulement « de l'entrée, le thermomètre, qui était à quatorze degrés « au-dessus de zéro en plein air, descendit à cinq au-des- « sous ; il est vrai que dans *l'intérieur du labyrinthe* il re- « monta d'un degré. M. Patrin ne vit de tous côtés qu'un « mélange de glace et de décombres ; et, à mesure que les « gouttes d'eau tombaient de la voûte, elles se congelaient. « Il faut que, dans l'automne, temps auquel la chaleur est « parvenue à pénétrer un peu dans l'intérieur, la glace y « fonde, sans quoi tout en serait rempli ; et les gens du pays « ont dit en effet qu'aux approches de l'hiver, il sortait une « épaisse fumée de l'entrée de ce souterrain ». Cette dernière circonstance n'est autre chose que la condensation opérée par le froid extérieur, sur la vapeur aqueuse dont est chargé l'air de l'intérieur de la caverne ; il en arrive autant en hiver, et par la même raison, à l'haleine et à la transpiration qui deviennent visibles, sous la forme de vapeur.

On aurait néanmoins tort de conclure de là que la tem-

pérature du labyrinthe de Kungour soit précisément l'opposé de celle qui règne à l'extérieur ; la différence ne vient que de la lenteur que met à s'échauffer et à se refroidir une masse d'air considérable qui se trouve n'avoir de contact avec l'air extérieur que sur une petite surface, et c'est pour cela que la température des souterrains en général change peu. Je reviendrai dans la suite sur ce phénomène ; ce que je viens de dire est suffisant pour réduire à leur juste valeur les merveilles que l'on raconte sur les glacières naturelles. On disait de celle qui se trouve près de Baume, que la glace s'y formait pendant l'été et s'y fondait en hiver ; mais on peut voir le contraire dans la description qu'en a donnée M. Girod de Chantrans (1). On y lira que, par suite de l'exposition et de la grandeur de son ouverture qui regarde le nord, « elle « participe assez à la température extérieure pour que la « glace puisse s'y former en hiver, tandis que d'une autre « part la fraîcheur qui y règne en été s'oppose à la fusion « totale de cette glace ». *En effet*, au mois de juillet, le thermomètre étant à vingt degrés et demi au-dessus de zéro à l'extérieur, s'élevait seulement à un degré trois quarts dans l'intérieur et à deux pieds au-dessus du sol ; au mois de janvier, le thermomètre dans l'intérieur était à quatre degrés et demi au-dessous de la glace, et à six degrés au-dessous de la glace à l'extérieur. Il est d'ailleurs aisé de comprendre que la présence de la glace contribue au refroidissement du local ; c'est par cette cause et en écartant avec soin l'accès de tout air chaud, que l'on parvient à former les glacières artificielles où l'on conserve la glace dont on fait usage en été.

(1) *Essai sur la géographie physique, le climat et l'histoire naturelle du département du Doubs*, page 49.

La même suite de rochers présente quelquefois des multitudes de cavernes. M. de Saussure se lassa de compter celles dont l'ouverture se fait apercevoir sur les rochers qui bordent la Méditerranée, dans le golfe de Gênes, entre les villes de *Monaco* et de *Vintimille*. Il s'en trouve même au niveau de la mer; leur entrée est en général circulaire, et son diamètre varie de vingt-cinq à cinquante pieds; leur profondeur va quelquefois jusqu'à cent pieds. La montagne de Gibraltar est également parsemée d'un grand nombre de cavernes.

Le passage des eaux à travers les excavations de ce genre leur donne un caractère particulier; outre celles où il y a des lacs, d'où il sort des cours d'eau, il s'en trouve dans lesquelles on ne peut pénétrer qu'avec le secours d'une barque; et quand les rochers qui les contiennent sont de *basalte*, sorte de pierre qui affecte souvent la forme de colonnes prismatiques, alors leur aspect devient tout-à-fait imposant et pittoresque; telle est la caverne appelée *Au-ua-vine* ou la grotte harmonieuse, dans l'île de *Staffa*, l'une des Hébrides; on la nomme aussi *grotte de Fingal*: la hauteur de son entrée est de cinquante-six pieds, sa largeur de trente-cinq, l'épaisseur de sa voûte de vingt, et sa longueur de cent quarante; les flots de la mer qui vont battre jusqu'à l'extrémité de la caverne produisent un bruit qui ajoute beaucoup à son effet.

On doit aussi compter parmi les singularités naturelles de ce genre, les rochers percés dont le nombre est si considérable et qui forment des îlots, et aussi ceux qui paraissent être les débris de montagnes détruites par quelques grandes catastrophes; Bouguer en trouva de cette espèce dans les chaînes collatérales de la Cordillère des Andes; il lui semblait que le terrain se fût affaissé autour de ces rochers, qui présentaient des formes si bizarres, qu'il craignait de n'être

pas cru s'il entreprenait de les décrire : « En Bohême (dans « le bassin de l'Elbe), on remarque, près d'*Adersback*, un « labyrinthe de rochers, composé d'un millier de pierres de « grès, posées perpendiculairement, hautes de cent et de « deux cents pieds, ayant l'air de grosses tours quarrées, et « occupant un espace de près de deux lieues en longueur « sur environ une demi-lieue en largeur. Au milieu de « ces masses serpente un ruisseau qui tombe avec grand « bruit dans une grotte profonde (1) ».

Des volcans.

44. Les volcans sont le phénomène le plus imposant et quelquefois le plus terrible que présente la nature. On les appelle aussi montagnes *Ignivômes*, à cause des matières enflammées qu'elles poussent avec violence au-dehors, par des ouvertures situées à leur sommet ou sur leurs pentes et que l'on nomme *cratères*, d'un mot grec qui signifie *coupe*. La plupart des volcans ne sont pas toujours en activité; les éruptions des matières qu'ils lancent sont ordinairement précédées par des mugissemens souterrains qui s'entendent à de grandes distances et produisent des roulemens et des éclats semblables à ceux du tonnerre. Des secousses redoublées font trembler la terre, même au loin; les matières qui forment l'éruption, ou sortent par un ancien cratère, ou s'ouvrent de nouveaux passages à travers les flancs de la montagne. Ces matières sont souvent de nature très-différente; indépendamment des flammes et de la fumée qui s'élève beaucoup au-dessus de la bouche du volcan, et que les cendres et les substances pulvérulentes qu'elle contient font paraître comme une colonne noire élancée dans les airs, il sort des jets de pierres et de scories ardentes, imitant les gerbes d'un feu d'artifice, des torrens d'un liquide rouge de feu,

(1) *Annales des Voyages*, n° 21.

semblable à un métal en fusion, qui sillonnent les flancs de la montagne, surmontent les obstacles qui s'opposent à leur passage, ou les tournent, et ne s'arrêtent que lorsque par le refroidissement le torrent a perdu sa fluidité : telle est l'origine des pierres appelées *laves*.

La grandeur et la durée de ces effets varient, non seulement d'un volcan à un autre, mais pour le même volcan dans ses diverses éruptions. Suivant M. de Humboldt, la fumée du Cotopaxi, volcan compris dans la Cordillère des Andes, s'est élevée à 461 toises au-dessus du sommet, et il a entendu les mugissemens de ce volcan à quarante-deux lieues marines de distance ; on lui dit même qu'en 1744, on les avait entendus à plus de deux cents lieues. Les cendres sortent quelquefois en si grande abondance, qu'elles couvrent une étendue considérable ; des villes mêmes y ont été ensevelies : c'est ainsi qu'ont disparu, un siècle avant l'ère chrétienne, les cités florissantes de *Pompeia* et d'*Herculanum*, par une éruption du *Vésuve*, volcan qui brûle encore dans le voisinage de Naples. Ces matières pulvérulentes sont quelquefois transportées à la distance de plus de quarante lieues ; les ravages qu'exercent les courans de lave sont encore plus rapides ; ils brûlent et renversent en peu d'instans les habitations qu'ils rencontrent : un de ces courans, sorti du Vésuve, en 1794, consuma la ville *Della-Torre* ; un autre sorti de l'*Etna*, volcan de Sicile, détruisit la ville de *Catane* et vint ensuite se précipiter dans la mer. Enfin, des pierres d'une masse considérable sont portées quelquefois à de grandes distances de la bouche du volcan qui les a lancées, et attestent l'intensité de la force d'explosion. La Condamine, dans le journal de son voyage à l'équateur, a vu, à plus de trois lieues du volcan de Cotopaxi, de gros quartiers de rochers qu'il avait projetés à cette distance, et le volume de l'un de

ces blocs paraissait de douze à quinze toises cubes. Les cendres furent portées jusqu'à la mer, à plus de quatre-vingts lieues de distance.

Les relations des éruptions volcaniques sont très-multipliées; la terreur et l'amour du merveilleux les ont rendues souvent bien exagérées; et, quoique les phénomènes que nous venons de rapporter soient constatés par l'accord de toutes ces relations, il faut encore se défier, pour quelques-uns, de la puissance de la cause qu'on leur attribue. C'est maintenant une question parmi les minéralogistes et les physiciens de savoir si le feu des volcans a toute l'activité que semblerait indiquer la grandeur de ses effets. On lit dans le voyage de Spallanzani, en Sicile, qu'un courant de lave, sorti de l'Etna au mois d'octobre, était encore brûlant onze mois après, et paraissait même rouge dans son intérieur, que les fissures de sa surface laissaient apercevoir; d'un autre côté on raconte qu'un homme hardi, conduisant une compagnie de Vésuve pendant un de ses éruptions, enfonça son bâton dans une masse de lave sortant du gouffre et à peu de distance, qu'il s'en attacha une boule à ce bâton, au bout duquel le guide la porta, qu'elle est maintenant déposée au Muséum de Portici, et qu'un torrent de lave assez large, nouvellement écoulé, fut franchi par un voyageur, qui n'éprouva d'autre sensation que celle d'une chaleur assez vive (1). Enfin, des minéralogistes ont remarqué que les laves contiennent souvent intactes des substances qu'un feu médiocre met en fusion et vitrifie, dans les fourneaux du chimiste.

Les volcans connus pour avoir lancé des matières ardentes, ont vomi quelquefois des torrens de boue; cela est arrivé aux volcans des Andes, dans une éruption de 1797:

(1) *Journal de Physique*, tome 53.

la quantité qu'ils en produisirent obstrua des rivières pendant près de trois mois. La neige qui couvre le sommet de ceux-ci venant à fondre, quand ils entrent en éruption ardente, fait succéder aux laves d'énormes torrens d'eau, dont la chûte soudaine et l'inconcevable rapidité occasionnent les plus affreux désastres. En 1742, l'eau qui tombait de sept à huit cents toises de hauteur, forma dans la campagne des vagues élevées de plus de soixante pieds, et monta dans quelques endroits au-delà de cent vingt.

Il y a aussi des volcans nommés *salses*, dont les éruptions sont constamment vaseuses, et qui sont d'ailleurs précédées des mêmes phénomènes que celles des volcans ordinaires.

Rien n'est plus sujet à changer que la forme supérieure d'une montagne volcanique. Une nouvelle éruption en fait écrouler des portions considérables; le volcan de Carguirazzo, dans les Andes, a perdu, en 1698, une grande partie de sa hauteur par l'écroulement de son sommet. On sent que tous ces débris, en roulant sur les pentes de la montagne, tendent à lui donner cette forme conique dont il a été fait mention ci-dessus (page 276), et qui est celle de presque tous les sommets volcaniques. Lorsqu'une bouche nouvelle s'ouvre dans un volcan, l'accumulation des cendres, des sables, des débris de rochers qui en sortent, élèvent souvent de nouveaux cônes. C'est ainsi que se forma, en 1669, au pied de l'Etna, le *Monte-Rosso;* et que des éruptions volcaniques qui se sont fait jour dans des lieux où il n'y avait point de montagnes, en ont élevé subitement. En 1538, le *Monte-Nuovo* est sorti de cette manière du lac *Lucrin*, trois lieues à l'ouest de Naples; sa base a près de mille toises de circonférence, et sa hauteur est de deux cents pieds; il se montra tout entier à la suite d'une éruption continuelle de quarante-huit

heures. Après des secousses de tremblement de terre, une forte odeur de soufre, des nuages de cendres et de poussière, une grande agitation des flots, des montagnes sont sorties tout à coup du sein de la mer et ont formé des îles nouvelles : il s'est élevé de cette espèce en 1707, auprès de l'île de *Santorin*, dans l'Archipel, et une autre en 1720, près de l'île *Saint-Michel*, l'une des Açores. La hauteur de la première, au-dessus du niveau de la mer, était de vingt-cinq pieds, sa circonférence d'environ cinq cents toises. Elle fut visitée deux jours après le soulèvement de terre qui lui donna naissance.

Je n'entreprendrai point de rapporter ici les diverses explications des phénomènes que présentent les volcans. Les combinaisons chimiques qui s'exécutent en petit dans les laboratoires, donnent bien quelques résultats analogues ; mais sont fort éloignées de satisfaire à toutes les circonstances dont il faudrait rendre raison : j'omettrai donc des détails qui laissent tant à désirer, et qui sortent entièrement de mon sujet. La seule chose bien constatée, c'est que les volcans en activité se trouvent tous à peu de distance de la mer dont les eaux semblent jouer un rôle important dans cet accident des montagnes. Il est à remarquer que les volcans des Andes sont les plus avancés dans les terres ; mais leur plus grand éloignement des rivages de l'Océan n'est que de 50 lieues.

45. Pour rentrer dans l'exposition des faits et tracer une esquisse de la physionomie d'un volcan, je vais rapporter quelques particularités sur le Vésuve et l'Etna, qui sont les plus anciennement connus et ceux dont on a donné le plus grand nombre de descriptions.

Le Vésuve, situé au fond du golfe de Naples, trois lieues à l'est de cette ville, est la réunion de deux montagnes ayant une base commune ; le mont *Somma* et le Vésuve propre-

ment dit. Une vallée demi-circulaire où se trouve l'*Atrio del Cavallo* (le porche du cheval) les sépare : elle est encombrée de laves; et, suivant le minéralogiste Breislack, le mont Somma est l'ancien volcan dont le cratère s'est en partie écroulé dans la vallée ; le cône du Vésuse est au sud-ouest du mont Somma; sa hauteur varie par l'effet des éruptions. En 1805, M. de Humboldt l'a trouvée de 584 toises au-dessus du niveau de la mer. Suivant Spallanzani, le cratère n'a guère que 400 toises de circonférence; celle de la base de la montagne est d'environ trois lieues. En 1755, le fond du cratère était une plate-forme, au milieu de laquelle s'élevait un monticule d'environ quatre-vingts pieds de hauteur, et ayant lui-même un petit cratère, qui servait, pour ainsi dire, de cheminée au volcan, dont il sort presque toujours de la fumée. Un observateur, Della-Torre, a vu plusieurs fois l'incendie et la matière en fusion dans le cratère du Vésuve, qui paraissait alors un abîme. Il y laissa tomber quelques pierres assez pesantes qui mirent environ douze secondes à atteindre le fond ou à s'arrêter; il ne faut pas néanmoins calculer sur ce temps la profondeur totale du cratère, d'abord parce que la pierre en tombant rencontrait beaucoup d'obstacles qui retardaient sa chûte ; ensuite, parce que cette chûte, quoique accélérée, ne l'est pas autant que le supposait Della-Torre, qui ne tenait aucun compte de la résistance de l'air : ainsi il peut y avoir beaucoup à rabattre des 967 pieds qu'il assigne pour la profondeur du trou, en supposant que la chûte directe de la pierre eut duré huit secondes. Quatre mois après il retourna au Vésuve : il put s'approcher commodément de l'abîme qui lui présenta la forme d'un entonnoir ; en montant sur un rocher qui avançait sur ce gouffre, le fond lui parut occupé par une matière ardente semblable à du verre fondu. La fumée, que le vent poussait du

côté opposé à celui où il se trouvait, se dirigeant tout à coup vers lui, il perdit la respiration, et n'eut que le temps de se jeter du rocher sur le plan du cratère. Il ne put pas terminer les expériences qu'il avait commencées pour découvrir, par la chûte des pierres, la profondeur de l'abîme; il ne l'estima cette fois que de 600 pieds environ.

L'Etna est beaucoup plus considérable que le Vésuve; son sommet est éloigné de plus de dix lieues des bords de la mer qui baigne sa base dont la circonférence, suivant Spallanzani, est de quarante lieues, suivant d'autres, de soixante; il est élevé de 1900 toises au-dessus du niveau de la mer. Jusqu'au pied du cône qui renferme le cratère, ses pentes sont douces. On partage sa surface en trois régions: la région enlevée, partant du bord de la mer, a près de cinq lieues de largeur; ensuite on entre dans la région des bois, qui forme comme une ceinture verte à la montagne, et dont la largeur est de peu près trois lieues; enfin la région stérile qui est couverte de laves, de cendres volcaniques, de neiges et de glaces; sa partie supérieure est une plate-forme, au milieu de laquelle s'élève le cône du volcan. Spallanzani, qui l'a considéré du bord, donne à sa circonférence 1300 toises, et lui a trouvé une forme ovale, dont le grand diamètre est dirigé de l'est à l'ouest. Les bords de ce cratère étaient crevassés, dentelés et comme à moitié démolis; il présentait aussi un grand entonnoir, large à son ouverture et ouvert dans le fond, qui paraissait n'avoir que 600 toises de circonférence. La profondeur fut jugée par Spallanzani, d'environ 150 toises, et les grosses pierres qu'il fit rouler dans le cratère, bondirent en atteignant le fond, au point de lui faire penser que si ce fond n'eût été qu'une croûte de peu d'épaisseur, il n'aurait pu résister à des chocs aussi violens. Suivant Dolomieu, les flancs de l'Etna supportent

près de cent autres montagnes coniques, qui furent jadis autant de volcans, et dont quelques-unes sont aussi considérables que le Vésuve.

L'éruption de 1787 a été observée par Gioenni, qui habitait une maison de campagne dans la moyenne région de l'Etna; il a écrit que la lave, en coulant par dessus les bords du cratère, formait une nappe de feu de plus de 400 toises de largeur : ce courant descendit jusques auprès de *Bronte*, à plus de trois lieues du cratère. La masse de lave vomie dans cette éruption surpassait, suivant Gioenni, six mille millions de pieds cubes. L'histoire fait mention d'un grand nombre d'éruptions du Vésuve et de l'Etna; et quand elle n'en parlerait pas, on les reconnaîtrait par la superposition des couches de laves sorties dans les éruptions qui se sont succédées. Il paraît cependant que la superficie de ces laves se décompose en assez peu de temps, et produit un terreau auquel est due la grande fertilité de ces campagnes. On a calculé que le terrain, envahi par l'Etna et ses déjections, occupait la trente-troisième partie de la Sicile, dont la surface est à peu près de 1700 lieues carrées (1).

La Sicile contient encore un des plus remarquables des volcans vaseux ou salses; celui que Dolomieu a observé à *Macalouba*, sur la côte méridionale de l'île, entre *Arragona* et *Girgenti*. Les torrens de limon qui sortent du cratère de ce volcan, forment quelquefois une gerbe qui s'élance à plus de 200 pieds de hauteur, et ces explosions se répètent trois ou quatre fois en vingt-quatre heures. La montagne, ou plutôt la colline qui les produit, peut avoir 150 pieds de haut; elle se termine par un plateau un peu concave, de [illegible] toises de tour, sur lequel on voit un très-grand nombre de cônes

(1) *Journal de Physique*, tome 53, page 438.

tronqués, dont le plus élevé atteint à peine deux pieds et demi. Chacun de ces cônes offre à son sommet un petit cratère en forme d'entonnoir.

Je crois devoir indiquer ici, à la suite des phénomènes volcaniques, ces localités d'où l'on voit perpétuellement sortir des flammes, et qui, dans certains pays, portent le nom de *Fontaines ardentes*. On voit des feux de cette espèce dans plusieurs endroits de l'Italie. Voici ce que présentent ceux de *Pietra-Mala*, dans la partie la plus élevée de l'Apennin, entre les villes de Florence et de Bologne. « Le terrain « d'où cette flamme s'exhale, a dix ou douze pieds en tout « sens; il est sur le penchant d'une montagne, à mi-côte « et parsemé de cailloux, comme le reste du territoire, sans « aucune fente ni crevasse. Par une nuit froide et humide, « il sortait de deux endroits deux tourbillons d'une flamme « très-vive, d'environ un pied de diamètre et un pied de « haut. Dans le reste du terrain, il y avait de petits flo- « cons d'une flamme bleue et légère semblable à celle de « l'esprit de vin. Ils sortaient d'entre les cailloux et volti- « tigeaient sur la surface du terrain (1). »

Je ne dois pas omettre non plus la *Solfatare*, colline située dans les environs de Naples et qui a été autrefois un volcan. Le terrain y est élevé de quarante-huit toises au-dessus du niveau de la mer; dans plusieurs endroits il est chaud à brûler; on voit s'en élever une espèce de fumée; et lorsqu'on y marche, il résonne comme s'il était creux.

A tous ces phénomènes qui annoncent un travail chimique dans les entrailles de la terre, on peut associer, ce me semble, la grotte de Caen, adossée à la Solfatare. Du sol de cette grotte s'exhale un gaz, ou émanation délétère, qui

(1) *Voyage de Lalande en Italie*, tome [illegible], page 135.

suffoque un chien ou un animal assez peu élevé sur ses jambes pour que sa tête soit dans l'atmosphère que forme le gaz, jusqu'à quelques pieds seulement au-dessus du sol. Les hommes n'éprouvent cet effet qu'autant qu'ils se couchent à terre.

46. Je n'entreprendrai point de donner la liste exacte de toutes les localités où il a pu se produire des phénomènes semblables à ceux que j'ai décrits précédemment; le nombre des montagnes volcaniques répandues sur la surface de la terre est très-grand, car il paraît qu'on ne doit pas se borner à celles dont les historiens et les voyageurs nous ont fait connaître les éruptions. Les caractères prononcés des matières sorties des volcans ont fait découvrir, dans beaucoup de régions, des terrains qui ont dû renfermer des montagnes ignivômes, mais à des époques très-reculées, puisqu'on n'en trouve aucune trace dans l'histoire des temps les plus anciens. Quoi qu'il en soit, ce sujet est entièrement du domaine de la minéralogie; et en ne m'occupant que des volcans dont les éruptions sont bien constatées, j'aurais encore de quoi composer une liste trop longue pour trouver place ici; je ne citerai donc que les plus considérables ou les plus connus.

L'Italie et les îles adjacentes forment une région dont la plus grande partie est volcanique; et les deux principaux foyers sont le Vésuve et l'Etna. Au nord de la Sicile, les îles *Lipari* contiennent trois volcans connus dans l'antiquité : savoir, *Vulcano*, *Vulcanello* et *Stromboli*; le dernier jette des bouffées de lave de demi-quart d'heure en demi-quart d'heure. Il y a des volcans dans plusieurs îles de l'Archipel, dans celle de *Milo* et de Santorin entre autres. La presqu'île du Kamtchatka en renferme un certain nombre qui paraissent assez remarquables. Les îles éparses dans le

grand Océan, en contiennent beaucoup. Avant de sortir de l'ancien continent, j'indiquerai les volcans vaseux de la Crimée et les fontaines ardentes de Baku, sur le bord occidental de la mer Caspienne.

On trouve des volcans dans les îles Aléoutiques, au Japon, dans les îles Mariannes, dans les îles Philippines; dans l'île Sumatra, on en compte quatre de la première grandeur, dont un, nommé *Ophir*, a [illegible] suivant la mesure de M. Marsden; on en voit également à Java, à Célèbes, à Ibris, dans beaucoup d'autres îles comprises dans ces archipels, et au nord de la nouvelle Guinée: les deux plus connus sont celui de *Ratuli* et celui de *Ternate*. On a découvert aussi des volcans dans les îles des Amis, et dans les nouvelles Hébrides. Le sommet de l'île de Bourbon est un volcan; il y en a plusieurs dans les îles du cap Vert et aux îles Canaries; le pic de Cayde en est un; l'île des Fuegos (ou du Feu), dans les Açores, en offre des remarquables.

L'Amérique contient un grand nombre de volcans le long de la côte occidentale, depuis la Terre de Feu, ainsi nommée, [illegible] montagnes [illegible], jusqu'à l'équateur. M. de Humboldt nous apprend qu'on en compte plus de cinquante dans la ligne chaîne des Andes. La plupart des sommités de la vallée de Quito sont volcanisées; l'Antisana, le Cotopaxi, le Tungarahua, le Sangay, le Pitchincha, le Carguirazo sont de ce nombre; le Chimborazo a jeté des flammes, d'après la tradition. Dans l'Amérique septentrionale, on connaît moins de volcans que dans l'Amérique méridionale; cependant auprès de Mexico se trouvent le volcan [illegible], le pic d'Orizaba. Il y en a aussi près de la rivière de Cook, à la côte nord-ouest de l'Amérique. La Guadeloupe, une des Antilles, contient un volcan, nommé la *Soufrière*; [illegible] de toutes les îles adjacentes à

l'Amérique, l'Islande est la plus volcanisée : on y trouve un nombre assez grand de montagnes ignivômes parmi lesquelles on cite l'*Hécla* et le *Kattlegia*, comme les plus élevées ; et la grande quantité de sources chaudes que l'on trouve dans cette île, concourt à prouver qu'elle renferme beaucoup de feux souterrains ; enfin les îles Aleutiennes, à l'extrémité de la presqu'île d'Alaska, contiennent aussi des volcans.

Des steppes.

47. MM. de Volney et de Humboldt, le premier en décrivant les steppes de l'Amérique septentrionale, le second, celles de l'Amérique méridionale, ont appelé l'attention de tous ceux qui s'occupent de géographie physique, sur cette espèce de sol, qui, dévolue à l'habitation des peuples Nomades, a vu sortir de son sein la plupart des hordes sauvages qui ont ravagé la terre. Ces considérations ont fourni à M. Cuvier le sujet d'un article extrêmement intéressant dont il nous laisse encore désirer la suite (1). Ici je ne m'occuperai que de la constitution physique des steppes, en prenant d'ailleurs pour guides principaux les hommes célèbres que je viens de citer.

Le caractère général des steppes, tel qu'il est indiqué le n° 29, subit des modifications suivant le climat où elles sont situées. La privation de grands végétaux en est le trait le plus constant ; et l'on peut par conséquent regarder comme des steppes les landes arides du centre de l'Espagne, les plaines sablonneuses comprises entre l'embouchure de la Garonne et celle de l'Adour, les bruyères entre le Rhin et le Weser ; mais ces espaces sont bien peu considérables à l'égard des portions cultivées de l'Europe, où ils sont enclavés. C'est entre les bouches du Danube et celles du Don que s'éten-

(1) Premier extrait des *Tableaux de la nature*, etc., publiés par M. de Humboldt, *Moniteur* du 25 juillet 1808.

cent les véritables steppes, qui se continuent ensuite entre la mer Noire et la mer Caspienne, au nord du Caucase, et occupent en grande partie le centre de l'Asie. « Des plaines « de cent et deux cents lieues y sont découvrues d'eaux cou- « rantes; pendant la saison sèche, tout y semble brûlé, les « pluies seules y ramènent la verdure, des pâtres seuls peu- « vent y subsister, en faisant de nombreux troupeaux et les « faisant voyager du nord au midi et du midi au nord, « suivant la marche du soleil comme on le fait en petit en « Espagne. »

L'extrémité méridionale de l'Afrique renferme des sols semblables normes, *Varrons* ont-ils, on y trouve plus de cours d'eau, mais qui n'ont d'existence que pendant la saison des pluies.

Dans l'Amérique méridionale, les llanos de l'Orénoque s'étendent depuis les montagnes qui bordent les côtes de la mer des Caraïbes jusqu'à l'embouchure de l'Orénoque à l'est, et à l'ouest jusqu'aux sources du *Cauvaire*, affluent méridional de l'Orénoque, leur étendue est de plus de vingt mille lieues quarrées.

Il est doute que, près des rivières, on se rencontre, dans des espaces aussi grands, des vallées boisées, mais de peu d'étendue, par rapport aux plaines où elles sont comprises. Le sol de ces plaines est tellement uni, que, dans les llanos de l'Orénoque, on trouve des espaces de huit cents lieues quarrées qui n'offrent aucune inégalité de huit à dix pouces de hauteur. Dans celui qui est entre le *Rio-Negro* et la rivière des Amazones, la roche paraît à nu sur un espace de plus de quarante mille toises quarrées, qui ne s'élève pas de plus de deux pouces au-dessus du reste du terrain.

Les llanos de l'Orénoque s'élèvent par gradins; celui d'entre le *Cassiquare* et le Rio-Negro est à cent quatre-vingts toises

au-dessus du niveau de la mer; la vallée de l'*Apuré* et de l'Orénoque est beaucoup plus basse que la précédente; enfin l'*Angostura*, lieu où le lit de l'Orénoque se resserre, plus de quatre-vingts lieues à l'ouest de la côte, s'élève à peine de huit toises au-dessus du niveau de la mer.

Entre la rivière des Amazones et celle de la Plata, se trouvent les Pampas de Buenos-Ayres : « Leur étendue est « si prodigieuse, dit M. de Humboldt, qu'au nord elles « sont bornées par des bosquets de palmiers (arbre des pays « chauds), et au sud par des neiges éternelles (qui bordent « le détroit de Magellan) ».

Dans l'Amérique septentrionale, les steppes qui y portent le nom de *Savannes*, occupent des régions très-étendues, d'abord à l'orient du Mississipi et au midi des monts Apalaches, puis à l'occident du même fleuve et dans tout l'espace traversé par le Missouri, et de là jusqu'aux dernières terres connues vers le nord.

Des plages arides.

48. Si la végétation est déjà bien restreinte dans les steppes où l'on ne rencontre au plus que des arbrisseaux, elle ne fait plus que languir dans ces plaines salées, qui souffrent qu'un petit nombre de plantes à feuilles épaisses (ou *plantes grasses*), et très-disséminées sur leur surface. Quelle que soit l'origine des plaines salées, qu'elles aient été primitivement le séjour de la mer ou de lacs qui se sont desséchés, leur existence est aujourd'hui bien constatée, aux environs de la mer Caspienne, sur le plateau compris entre cette mer et la pente méridionale vers l'Océan, enfin à la partie occidentale du Nil, près de la Méditerranée. Quelques relations en indiquent aussi sur le grand plateau d'Asie, principalement à sa partie orientale. Plusieurs de ces déserts ont une grande étendue; celui qui est au sud-est de la mer Caspienne occupe la plus grande partie du pla-

[illegible] qui le comprend, il n'est interrompu que par quelques chaînes de montagnes qui se jettent dans cet espace : les cours d'eau, rares sur sa surface, se terminent à des lacs [illegible]. La longueur de ce désert, du nord-ouest au sud-est, [illegible] plus de deux cents lieues, [illegible] rend, vers le golfe Persique, pour ainsi dire, un bras dont la longueur n'est pas moindre de cent lieues.

Les plages les plus [illegible] sont les mers de sables qui couvrent la plus grande partie de l'Afrique septentrionale, de [illegible] qui se prolongent à l'occident de l'Euphrate, presque jusqu'à la Nétique, et quelques régions de l'Asie, encore peu connues [illegible] au nord des rivages de la baie d'Oman, adjacent à la Gédrosie des anciens, et dans lequel pas à périr l'armée d'Alexandre. Voici l'idée que M. de Volney nous donne des déserts qu'il a vus dans ses voyages en Égypte et en Syrie.

« Pour se peindre ces déserts, que l'on se figure, sous un « ciel presque toujours ardent et sans nuages, des plaines « immenses et à perte de vue, sans arbres, sans ruisseaux, « sans montagnes : quelquefois les yeux s'égarent sur un [illegible] d'autres endroits le « terrain se courbe en ondulations, ou se hérisse en rocs et « en gailles. Presque toujours également nue, la terre n'offre « que des plantes ligneuses, clair-semées, et des buissons « épars, dont la solitude n'est que rarement troublée par des « gazelles, des lièvres, des sauterelles et des rats (1) ».

Dans le chameau, animal patient, sobre, et capable, par sa constitution, de demeurer assez long-temps sans prendre de nourriture et sans boire, l'homme ne pourrait parcourir des [illegible] faut porter avec soi de quoi appaiser sa faim et

(1) *Voyages en Syrie et en Égypte*, [illegible] édition, t. 1, p. 373.

sa soif; et encore, avec le secours de ce quadrupède, échouerait-il contre l'immense étendue de quelques-uns de ces déserts, si les premiers voyageurs qui ont osé s'y aventurer n'avaient découvert, de loin en loin, des sources, ou plutôt des mares d'une eau saumâtre, soit à la surface du terrain, soit dans son sein, en y creusant des puits où ils puissent renouveler leur provision d'eau. Ces mares et ces puits tracent, pour ainsi dire, depuis un temps immémorial, au milieu du désert, des routes dont on ne saurait s'écarter sans s'exposer à une mort certaine; et cependant combien il est aisé de s'égarer dans des lieux où la monotonie des objets qui entourent le voyageur, de l'horizon qui borne sa vue, ne lui présente aucun repaire, et où des sables mouvans, soulevés par la tempête, viennent effacer les vestiges de ceux qui l'ont précédé, et l'engloutissent lui-même dans les flots qu'ils amoncèlent autour de lui. Enfin, pour combler les désastres de cette affreuse solitude, où les ossemens des hommes et des animaux qui ont succombé dans une route si périlleuse, avertissent le voyageur du sort qui l'attend, le *Kamsin*, vent brûlant, dessèche en peu de minutes la végétation, et suffoque les êtres animés qu'il rencontre sur son passage. [illegible] échappent quelquefois au souffle empoisonné de ce terrible météore, en appuyant leur bouche contre le sol.

Ces régions, qui portent à juste titre le nom de mer de sable, ont encore avec l'Océan une autre conformité, celle de renfermer dans leur sein des espèces d'îles pourvues de ruisseaux ou de sources abondantes, et dans lesquelles la végétation se montre avec d'autant plus de charmes que ce qui les entoure est plus aride. Ces lieux, appelés *Oasis*, sont habités d'une manière permanente; on peut les regarder comme des lieux de relâche pour les caravanes de voyageurs qui s'engagent dans les longues traversées du désert: c'était

dans un de ces Oasis qu'était bâti le temple de Jupiter-Hammon, dont les ruines paraissent avoir été découvertes par Hornemann (1), à *Syouha*, quatre-vingts lieues à l'ouest de la vallée du Nil, vers 29 degrés de latitude nord; du même côté de cette vallée, mais à une distance beaucoup moindre, on connaît encore deux Oasis, la grande vers le 26e degré de latitude, et la petite plus au nord.

Il en existe sans doute un plus grand nombre dans le désert de *Sahara*, qui, par lui-même et par ses bras, s'étend depuis le rivage de Tombouctou, jusqu'à la vallée du Nil; sa plus grande largeur est entre le dixième et le vingtième degré de longitude où il embrasse du seizième au trentième degré de latitude nord. M. Reinell, dans sa carte de l'Afrique septentrionale, a indiqué les chemins que tiennent les diverses caravanes par lesquelles ce désert est parcouru: il l'est dans le sens de sa largeur par celle qui va de Maroc à Tombouctou, et les nègres mahométans, qui habitent la côte occidentale de l'Afrique, le traversent dans le sens de sa longueur, quand ils passent par l'Egypte pour aller accomplir le pèlerinage de la Mecque, qui leur est prescrit par leur religion. C'est le plus grand désert connu: en faisant abstraction des Oasis qu'il renferme, son étendue est de près de deux cent mille lieues quarrées.

Parmi les accidens de terrain qu'offre ce désert, il faut citer la vallée des lacs de *Natron*, et celle du fleuve ou plutôt de la *Mer-sans-eau* (*Bakhar-bela-ma*), levées et décrites par le général Andréossy (2). La première est à quatorze lieues du Nil, et renferme six petits lacs, dont les eaux

---

(1) *Voyage de l'Afrique, en dans l'Afrique septentrionale*, accompagné d'un mémoire sur les Oasis, par M. Langlès; 2 vol. in-8°. Paris, J. G. Dentu, 1809.

(2) *Mémoires sur l'Egypte*, tome 1, page 2[illegible].

sont chargées d'un sel qui, dans le commerce, porte le nom de Natron; une arête étroite ou plutôt un simple pli du terrain sépare cette vallée de la mer sans eau, qui est plus occidentale, et encombrée de sables. Le désert reparaît à l'est du Nil, mais montueux et découpé en vallées jusqu'au golfe Arabique.

Outre les plages arides, déjà indiquées entre le golfe Persique et le Sind, il y a encore à l'orient de ce fleuve un désert sablonneux, assez étroit par rapport à sa longueur. Il paraît aussi que le grand désert de *Cobi* ou *Chamo*, à la partie orientale du grand plateau d'Asie, est de la même nature que les précédens; car les Chinois lui donnent un nom qui signifie mer de sable.

L'Amérique offre peu de déserts de ce genre; on sait seulement qu'à l'occident des Andes, au sud d'un rameau des petites montagnes ou *collines d'Amotapé*, qui se détachent des Andes vers cinq degrés de latitude sud, il y a, jusqu'au vingt-cinquième degré de la même latitude, un espace où il ne pleut jamais, et qui, par cette raison, comprend plusieurs plages arides, assez étendues pour qu'on s'y égare; l'une est vers le sixième degré de latitude, et l'autre, appelée désert d'*Atacama*, est entre le vingtième et le vingt-cinquième degré de latitude méridionale.

Des grandes forêts.

49. Beaucoup plus étroit, et beaucoup mieux arrosé que l'Afrique, c'est sur-tout par son luxe de végétation que le nouveau continent s'est fait remarquer lors de sa découverte. Les côtes de l'Amérique septentrionale, le long de l'Océan atlantique boréal, ne formaient alors qu'une immense forêt dans laquelle les premiers colons ont été obligés de se faire jour la hache à la main; et il en reste encore une très-grande étendue sur les revers de la chaîne de montagnes qui limitent à l'ouest cette pente vers l'Océan atlantique (n° 27).

Dans l'Amérique méridionale, les pentes des Andes, près de l'équateur, sont garnies de forêts extrêmement touffues; il y en a des bandes entre les llanos de l'Orénoque, et la rivière des Amazones. Celles-ci sont presque impénétrables à cause des *lianes* ou plantes grimpantes, qui s'enlacent d'un arbre à l'autre.

Sur l'ancien continent, c'est principalement dans les Indes et les îles adjacentes que les relations des voyageurs indiquent de grandes forêts; la population de l'Europe ne leur laisse que peu de place : les plus considérables de cette région se trouvent dans la partie nord-ouest du bassin du Volga, et dans les parties adjacentes de ceux du Don et du Dniéper.

Enfin, les régions basses et humides que l'Afrique présente le long de ses côtes sont occupées par de grandes forêts qu'une multitude d'arbres épineux rend assez difficiles à pénétrer.

Des cours d'eau.

50. L'eau étant l'un des principaux agens de la végétation, sa distribution sur la surface du globe influe beaucoup sur les apparences de cette surface, et offre à nos yeux des particularités non-moins remarquables que les autres circonstances du sol, dont j'ai entretenu le lecteur jusqu'ici. Je m'occuperai d'abord des cours d'eau en les prenant à leur origine, et les conduisant jusqu'aux réservoirs dans lesquels ils se déchargent, qui sont des lacs, des mers intérieures ou l'Océan, et qui se présenteront dans cet ordre à notre examen.

Les grands fleuves sortent presque tous des principales chaînes de montagnes; les moindres cours d'eau prennent naissance aux pieds des collines, parce que les eaux qui les produisent ou les alimentent sont en général celles qui ont pénétré le sol, jusqu'à ce qu'une couche imperméable, comme

de l'argile ou des lits de pierre, les obligent à se répandre sur leur surface le long de laquelle elles coulent, suivant sa pente, et paraissent au jour là où cette couche vient rencontrer la surface du terrain. La correspondance observée entre la chûte des pluies et l'accroissement des cours d'eau, ne laisse aucun doute sur l'explication précédente de la formation des sources; et elle se confirme encore par la marche des eaux dans les puits, qui ne sont autre chose que des ouvertures pratiquées dans le terrain, jusqu'à la rencontre de la couche par laquelle les eaux sont retenues. A la vérité, il se passe souvent un temps assez considérable entre l'époque de la chûte des pluies et celle où l'on remarque l'élévation du niveau de l'eau dans les puits; mais ce temps est nécessaire à la filtration de l'eau au travers des terres, qui ne peut s'opérer qu'avec lenteur. On sent bien que les crues subites des cours d'eau sont dues pour la plus grande partie à celle qui a coulé sur la surface du terrain, sans pénétrer dans son intérieur, dans le temps des grandes pluies ou de la fonte des neiges; mais elle se dépense promptement par le lit du fleuve qu'elle fait déborder, et cesse bientôt de contribuer à son existence dès que la sécheresse est venue. Il suit de là que si cette eau eût séjourné sur le terrain où elle est tombée, et qu'elle l'eût imbibé de manière à parvenir successivement aux couches imperméables, elle aurait nourri plus long-temps le cours d'eau qu'elle n'a fait qu'enfler pour quelques jours; elle aurait ainsi porté l'abondance au lieu du ravage, et facilité la navigation au lieu de l'interrompre. Le cas que je viens de supposer n'est pas une pure hypothèse : quand les terrains élevés sont boisés, l'écoulement des eaux ainsi que l'évaporation y sont moins faciles, l'eau y séjourne assez pour s'insinuer dans le sol, et les sources sont nombreuses et abondantes. Ainsi, sans parler de l'action que de grandes forêts peuvent

exercer sur les nuages, on voit comment leur présence protège l'accroissement des terrains qu'elles dominent. Au contraire, lorsque des défrichemens trop multipliés ont découvert la plus grande partie des hauteurs, non seulement les eaux pluviales s'arrêtent moins, mais elles entraînent chaque année une partie du sol, et diminuent par là les obstacles qui pouvaient les retenir et opérer leur filtration. C'est peut-être ainsi que beaucoup de régions anciennement habitées sont devenues tout-à-fait impropres à la culture.

Le temps que les eaux pluviales mettent à traverser le terrain jusqu'à ce qu'elles paraissent au jour, dépend non seulement de la nature de ce terrain, mais encore de l'inclinaison des couches imperméables sur lesquelles elles se répandent. Ces couches étant presque horizontales dans beaucoup de montagnes, l'écoulement des eaux ne peut être que très-lent; et cette circonstance est bien avantageuse, puisqu'elle établit plus d'égalité dans le cours des rivières.

Les cavernes, interrompant une partie des couches dont se composent les montagnes où elles sont creusées, sont des récipients naturels pour les eaux qui coulent entre ces couches; de là vient qu'assez souvent les cavernes renferment des sources, et que même il en sort des cours d'eau, comme de la célèbre fontaine de *Vaucluse*, qui donne naissance à la Sorgue, affluent oriental du Rhône, vers quarante-quatre degrés de latitude.

51. Quelquefois le terrain, à l'endroit où une source débouche de la hauteur qui la fournit, est perméable; la source se perd alors et ne reparaît qu'au lieu où la couche inférieure qui l'a retenue se montre au jour. On sent que si la chose se passe ainsi dans une plaine basse, la source peut ne reparaître jamais, et demeurer même au-dessous du niveau de la mer. Ce sont des sources perdues de cette manière, en

sortant des montagnes qui bordent le désert, qui entretiennent les puits qu'on y a creusés; et à l'égard des déserts situés dans des régions arrosées par des pluies, la perméabilité du sol empêche l'eau de rester à sa surface, et le nivellement du terrain ne permet pas que la couche imperméable se produise au jour. Telles sont les notions générales que je puis rappeler ici sur la formation des sources et des fontaines qui donnent naissance aux cours d'eau. Je ne saurais entrer dans le détail des singularités que peuvent présenter ces fontaines, ni m'arrêter sur celles qu'on nomme *intermittentes*, parce que leur écoulement n'a lieu que par intervalles; telle est la *fontaine Ronde* près de *Pontarlier*, ville du bassin du Doubs, affluent du second ordre du Rhône. Ce phénomène, analogue à celui qu'on produit en combinant des syphons, tient à la disposition des cavités qui reçoivent l'eau et qui la transmettent au bassin de la fontaine. On trouvera la description de celle dont je parle dans l'*Essai sur la géographie physique et l'histoire naturelle du département du Doubs*, par M. Girod de Chantrans.

Les sources peuvent quelquefois se montrer à un niveau supérieur à celui de la nappe d'eau qui les alimente, et cela lorsque cette nappe, contenue entre deux couches imperméables dans l'endroit le plus bas de son cours, ne trouve une issue que dans un terrain qui se relève, mais pas autant que celui d'où elle est partie. Elle est ainsi dans une espèce de syphon dont les canaux, par lesquels elle descend, représentent la longue branche, et ceux par lesquels elle se relève répondent à l'autre branche. On sent que, par cette disposition, l'eau peut même jaillir si la hauteur d'où elle est partie surpasse notablement celle de l'orifice par où elle sort au jour. C'est à une semblable disposition des couches intérieures du terrain, que sont dues ces eaux qui s'élèvent dans les mines et dans

des puits, après qu'on a percé le banc par lequel elles étaient retenues au-dessous du niveau de leur origine.

52. Les sources telles que je viens de les décrire sont les origines de la plupart des cours d'eau qu'on voit sur la surface terrestre; mais il y a quelques circonstances où ils semblent produits immédiatement, comme lorsqu'ils naissent aux pieds d'un glacier qui les entretient par la fonte des neiges de sa surperficie, et des glaces de sa base: ce cas est celui des fleuves qui sortent des Alpes. Il arrive aussi que d'un sol à peu près horizontal et marécageux sortent des cours d'eau considérables; c'est ce que l'on voit en Europe dans l'espace où naissent le Dniéper, qui se rend à la mer Noire, la Duna et le Niémen qui se déchargent dans la mer Baltique. Quoique ce terrain ne soit pas au pied d'une chaîne de montagnes, il faut pourtant qu'il soit moins élevé que ceux qui l'environnent, et que ces derniers aient assez d'étendue pour recevoir un volume d'eau capable de fournir en tout temps à la dépense des sources des fleuves nommés ci-dessus. On ne peut pas dire que les pluies accidentelles suffisent pour cela; car les eaux qui coulent sur la surface du sol se dépouillant à mesure qu'elles tombent, ne forment que des torrens dont l'existence cesse bientôt après la cause qui les a produits: il n'y a que les eaux emmagasinées dans l'intérieur de la terre comme dans un réservoir, à l'abri de l'évaporation, et soumises à un débit lent et gradué, qui puissent entretenir un cours d'eau permanent.

Le Volga, le plus grand fleuve de l'Europe, prend aussi sa source dans un pays qui n'est pas très-montueux; mais cependant l'élévation du sol environnant est assez sensible pour que la neige s'y conserve plus long-temps qu'ailleurs, sous la même latitude. Les eaux de ce terrain élevé qui est couvert de bois, se rassemblent dans un lac, au

sortir duquel le Volga est déjà un cours d'eau remarquable.

C'est l'application des remarques précédentes qui a conduit aux principes de la construction des canaux artificiels que l'on creuse pour faire communiquer un fleuve à un autre, en franchissant l'arête qui sépare leurs bassins. On cherche d'abord sur cette arête un point qui soit dominé par des terrains supérieurs, afin qu'il soit possible d'y amener les eaux de ces terrains, comme à une source d'où elles doivent se répandre dans l'une et l'autre des vallées que l'on veut faire communiquer. Cette dernière condition exige que ce point soit situé à la rencontre de deux pentes dirigées respectivement vers chacune de ces vallées : on voit par là qu'il ne peut se trouver qu'à l'extrémité de l'arête d'un contrefort ou dans une gorge ouverte perpendiculairement à cette arête (1).

53. Une rivière dans son cours s'alimente et se grossit, tant par les sources qui peuvent se trouver dans le terrain sur lequel elle coule, que par les cours d'eau d'un ordre inférieur qu'elle reçoit sur chacune de ses rives, et qui ont, dans les vallées secondaires, des origines pareilles à la sienne. Le volume absolu d'un grand cours d'eau dépend donc, non seulement de celui que peut fournir sa source, mais encore de l'étendue du terrain qu'embrassent tous ses affluens, de la quantité de neige ou de pluie que ce terrain reçoit annuellement, de l'évaporation plus ou moins considérable, suivant la température du climat, et enfin de la portion d'eau qui se combine dans les végétaux : ces deux dernières circonstances

(1) La détermination de ce *point de partage* des eaux est ramenée à des principes de géographie physique, dans l'*Histoire du canal du midi*, par le général Andréossy, et traitée par des considérations géométriques, dans un mémoire de MM. Dupuy et Brisson, inséré dans le 15e cahier du *Journal de l'École polytechnique*.

tendent à diminuer l'effet des deux premières. Il n'est pas possible d'établir un calcul rigoureux, sur le produit de ces circonstances et sur la quantité d'eau écoulée par le fleuve; mais on verra cependant bientôt comment on a pu s'assurer de leur correspondance d'une manière assez concluante pour ne laisser aucun doute sur les causes qui donnent naissance aux cours d'eau.

De tous les fleuves connus, le Nil est peut-être celui qui, sur une grande partie de son cours, reçoit le moins d'affluens, parce qu'il traverse beaucoup de pays où il ne pleut jamais; il est cependant sujet à des crues périodiques très-régulières, causées par des eaux qui viennent de très-loin, dont une grande partie a dû par conséquent se perdre, soit par l'évaporation, soit en s'infiltrant dans les terres, et d'où il résulte que la région où sont les sources de ce fleuve, et les pays qu'il arrose vers son origine, quoique situés sous un climat brûlant, doivent recevoir annuellement une grande quantité d'eau. C'est aussi ce que les voyageurs qui ont parcouru ce pays, connu sous le nom d'*Abyssinie*, nous ont confirmé par leurs relations. Les pluies commencent à tomber dans ce pays au mois d'avril, et cette saison dure trois mois; le Nil grossit vers le 19 juin, et rentre dans ses limites au mois d'octobre. Il est en général bourbeux, et pendant l'inondation sa couleur est jaune tirant sur le rouge; c'est de la hauteur de ses crues que dépend la nature des récoltes en Egypte. Lorsque ses eaux atteignent 14 coudées (ou 24 pieds) au-dessus de leur niveau inférieur, l'abondance règne, parce que l'arrosement de toutes les campagnes a été complet. Par une cause contraire, il y a stérilité quand les eaux n'atteignent pas 12 coudées (ou 20 pieds); et la récolte est encore mauvaise quand l'élévation des eaux surpasse 18 coudées (ou 31 pieds), parce qu'alors l'inondation est trop forte et les eaux mettent trop de

temps à s'écouler. Outre que les inondations du Nil sont à peu près le seul arrosement que reçoivent les champs d'Egypte, elles contribuent encore à sa fertilité par le limon qu'elles déposent sur ces champs.

Tous les cours d'eau sont également susceptibles de crues alternatives, mais qui ne sont pas aussi réglées, et qui ne produisent pas d'aussi heureux résultats; on cite encore le Gange comme se débordant d'une manière analogue à celle du Nil, et cela parce qu'il prend son origine dans une région où il pleut régulièrement à des époques fixes; il en est de même de la rivière des Amazones et de l'Orénoque, dont les sources partent de la partie boisée de la pente orientale des Andes. Ces fleuves sont peut-être ceux de tout le globe qui éprouvent les plus grandes crues; la différence de niveau entre les basses eaux de l'Orénoque, est d'environ 50 pieds dans la partie moyenne de son cours : ainsi les terres basses placées sur les bords de ces fleuves prennent, quand ils sont débordés, l'aspect d'une vaste mer.

Dans nos contrées où les saisons sont beaucoup plus variables, les crues des fleuves sont souvent accidentelles, les unes ayant lieu en été après les grandes pluies, les autres en hiver par la même cause, ou au printemps par la fonte des neiges tombées en plus grande abondance qu'à l'ordinaire. Les glaces que ces fleuves charient et les débâcles dans lesquelles se détachent les blocs amoncelés, accroissent beaucoup les désastres inséparables des inondations, qui déracinent et entraînent les plus grands arbres, occasionnent des éboulemens dans les rives escarpées, dégradent le lit d'un cours d'eau et quelquefois lui en creusent un nouveau.

54. Il paraît constant que c'est l'action des eaux d'un fleuve qui établit la forme de son lit, et qui en règle la pente. Celle-ci n'est pas uniforme; sa rapidité diminue à

mesure que le fleuve s'éloigne de sa source, et l'on s'en aperçoit à la grosseur des matières qu'il entraîne avec lui. Toutes choses d'ailleurs égales, les cailloux de son fond deviennent de plus en plus petits en avançant vers son embouchure; d'abord parce qu'ils se brisent et s'usent dans le trajet, et plus encore parce que les eaux du fleuve n'ont plus assez de vîtesse pour transporter les plus gros. Cette diminution de vîtesse leur fait déposer en plus grande quantité les particules terreuses et les sables fins qui y sont restés suspendus; de là vient que la partie inférieure du lit d'un cours d'eau tend en général à s'exhausser, et qu'il se forme des bas-fonds et même des *atterrissemens* à son embouchure. On regarde l'espace triangulaire, compris entre les bouches du Nil et nommé *Delta*, comme le produit des anciennes alluvions de ce fleuve, qui ont comblé une partie du golfe dans lequel il se déchargeait; et on applique la dénomination de Delta à tous les terrains qui semblent avoir la même origine.

55. Les accidens les plus remarquables qui se rencontrent dans le lit des fleuves sont les interruptions que souffre sa pente et qui produisent des *chûtes* ou *cascades*; ces accidens sont très-multipliés dans les pays de montagnes, où les cours d'eau, en franchissant une crête, tombent brusquement sur un gradin inférieur. Les cascades, nommées aussi *cataractes* ou *sauts*, diffèrent par la hauteur d'où l'eau tombe, et par la largeur et le volume de la nappe fluide qui se développe alors. Des contrées élevées où il prend naissance, le Gange descend par une cataracte nommée *Gongoutra* ou *Bouche de la vache*, située vers 33 degrés de latitude boréale, mais sur laquelle on n'a aucun détail positif. Les fameuses cataractes du Nil, qui arrêtent sa navigation au-dessus de la ville de *Syenné* (aujourd'hui *Assouan*), sont occasionnées par des rochers peu élevés qui obstruent le cours du fleuve, mais ne

produisent que de petites chûtes, dont la plus haute est à peine d'un pied. Le Rhin en offre une plus remarquable, sous ce rapport, auprès de la ville de Schaffouse, après sa sortie du lac de Constance; il se précipite, dans toute la largeur de son lit, d'une hauteur de quarante pieds. Dans les Alpes et dans les Pyrénées on trouve des chûtes où l'eau tombe de plus de mille pieds de haut, mais ce ne sont que des torrens; en Italie, le *Velino* (affluent du *Tibre*, rivière qui se jette à la mer au-dessous de Rome), forme à *Terni* une cascade de 300 pieds de hauteur; mais c'est sur-tout en Amérique que se trouvent les plus belles chûtes d'eau connues. Au premier rang est celle de *Niagara*, où le fleuve Saint-Laurent, sur une largeur de 350 toises qui n'est interrompue que par une petite île, tombe de 144 pieds de haut. La majesté de ce spectacle est augmentée par le bruit, ou plutôt le mugissement des eaux, qui s'étend à une distance considérable, par les iris, les jeux de la lumière dans les flots, les écumes de cette immense nappe d'eau, et le brouillard qui remplit tous les environs. L'espace compris entre le rocher et la nappe d'eau qui s'en éloigne par la force de sa chûte, est rendu impraticable par le vent impétueux qui résulte de l'agitation de l'air produite par le mouvement de l'eau ( ).

Les cascades sont si communes dans ces contrées, arrêtent si souvent la navigation, que l'on y construit les canots en écorce de bouleau, afin que leur légèreté permette de les transporter par terre, le long du fleuve, dans l'espace qu'occupe la chûte; et non seulement par ce moyen on poursuit son voyage sur le fleuve, après la cataracte, mais on passe

(1) Pour se former une idée des beaux effets de cette cascade, il faut en lire la description dans le *Tableau du sol et du climat des Etats-Unis*, par M. de Volney, tom. 1, pag. 106.

d'une rivière dans une autre, en traversant l'espace où elles s'approchent le plus, ce qui s'appelle *faire un portage*. Il faut, quand on prend des informations sur les voyages de ce genre, avoir attention à cette circonstance; car sans cela on supposerait entre toutes les rivières, des communications qui n'existent pas.

Les cataractes de *Maypurés*, où l'Orénoque traverse une chaîne de montagne pour pénétrer dans la grande vallée qui le conduit à l'Océan, sont très-différentes de la chûte de Niagara : « Elles se forment, dit M. de Humboldt, d'une « quantité innombrable de petites cascades qui se suivent en « tombant de degrés en degrés. Le *Raudal*, c'est ainsi que « les Espagnols nomment cette espèce de cataracte, est do- « miné par un archipel d'îlots et de rochers qui rétrécissent « tellement le lit du fleuve, large de huit mille pieds, que « souvent il ne reste pas vingt pieds de libre pour la navi- « gation ».

36. La diversité des pentes du lit des cours d'eau établit de grandes différences entre eux et même entre leurs parties. Ceux qui descendent des montagnes ont d'abord la vélocité des torrens, et se ralentissent en parcourant les plaines; les rivières qui coulent sur la pente occidentale des Andes, près de l'équateur, ne peuvent être que de véritables torrens, car quelques-unes n'ont guère plus de soixante lieues de cours jusqu'au grand Océan, et la différence de niveau entre leur source et leur embouchure est au moins de 1450 toises. En supposant cette pente répartie également sur toute la longueur du lit, on trouverait 24 toises par lieue.

Le Rhône, connu par sa rapidité, n'est, en sortant du lac de Genève, qu'à 192 toises au-dessus du niveau de son embouchure, à laquelle il parvient après un cours de 90 lieues;

sa pente moyenne n'est donc que d'environ deux toises par lieue, mais sa pente totale se distribue bien inégalement; car à Lyon, la hauteur de ses moyennes eaux au-dessus du niveau de la mer est réduite à 84 toises, et à Avignon à 11 toises. Ainsi de Genève à Lyon, sur une distance de 35 lieues, la pente est de 108 toises, ce qui donne plus de 3 toises par lieue; de Lyon à Avignon, la distance est de 40 lieues; la pente totale, de 73 toises, et par conséquent de 1 toise 5 pieds par lieue; enfin, d'Avignon à la mer, sur une distance de 15 lieues, 11 toises de pente ne donnent que 4 pieds 4 pouces de pente par lieue. La Seine, dans ses moyennes eaux, à Paris, est à 16 toises au-dessus de l'Océan, et le développement de son cours entre ces deux points est de soixante lieues, ce qui donne 1 pied 7 pouces de pente par lieue.

Le Gange, depuis Hurdwar (lat. 29° 55′, long. 95° 52′) jusqu'à la mer, coule dans une plaine dont la pente, insensible à l'œil, n'a été trouvée que de vingt-sept pouces par lieue, sur une longueur de *vingt lieues*; et le fleuve fait tant de détours que la pente de son lit, suivant M. Rennell, ne va pas au-delà d'un pied. Il résulte d'une observation barométrique faite par la Condamine, à 650 lieues de l'embouchure de la rivière des Amazones, que, sur cette distance, la pente totale de ce fleuve est d'environ 200 toises, ce qui donne à peu près 2 pieds par lieue.

Quelques auteurs, entre autres Chappe, ont pensé qu'en établissant, d'après les différences de niveau observées sur le lit de divers fleuves, une pente moyenne, on pouvait s'en servir pour estimer, d'après la longueur des cours d'eau, la différence de niveau de leurs extrémités; mais ce qu'on vient de lire montre assez que cette méthode serait fort incertaine.

La relation entre la pente du lit d'un fleuve et la vîtesse

de ses eaux n'est pas toujours la même ; des circonstances accidentelles, comme les sinuosités, les rétrécissemens du lit, la nature du fond, le volume d'eau, la font varier. On peut dire aussi que les crues augmentent la pente de la superficie, puisqu'elles s'élèvent plus dans le haut du fleuve que vers son embouchure. La vîtesse de la Seine, dans les basses eaux, n'est que d'environ vingt-deux pouces par seconde ; celle du Danube, mesurée à *Bude*, à peu près au milieu de son cours, a été trouvée de deux pieds dans les basses eaux, depuis quatre jusqu'à huit dans les crues, et de trois pieds cinq pouces dans les hauteurs moyennes. Le Gange, dont je viens d'indiquer la pente, parcourt, lorsque ses eaux sont basses, environ une lieue par heure, à peu près cinq pieds par seconde ; et dans le temps que les eaux se retirent des terres inondées, sa vîtesse est plus que double.

Ce sont sur-tout les étranglemens qui augmentent beaucoup la vîtesse des eaux, toutefois quand la profondeur n'est pas très-grande par rapport au volume d'eau. Le Pongo de *Manseriché*, sur la rivière des Amazones, est célèbre par cette circonstance. C'est un passage que le fleuve semble s'être ouvert entre deux rochers presque à plomb, et dont quelques parties même s'avancent sur l'ouverture au point qu'on aperçoit à peine le ciel entre les broussailles qui croissent à leur sommet : le lit du fleuve, auparavant large de [illegible] toises, n'en a plus que 25 à l'endroit le plus resserré. Le radeau qui portait la Condamine, et qui, par sa construction, ne pouvait prendre toute la vîtesse du courant, a parcouru 5000 toises en 57 minutes ; et communément la vîtesse était de deux toises par seconde, c'est-à-dire la même que celle d'un bon cheval de cabriolet. Le passage, nommé *Perte du Rhône*, est un accident de même genre : après le *Fort de l'Ecluse*, au-dessous du lac du Genève, l'eau s'engouffre

entre des rochers, qui, dans leur partie supérieure, se rapprochent assez pour que l'on puisse enjamber d'une rive à l'autre; et M. de Saussure dit que, pendant une soixantaine de pas, des blocs accumulés recouvrant le canal du fleuve le dérobent entièrement à la vue (1).

Les variations que subit le courant d'une rivière, combinées avec les profondeurs de son lit, donnent lieu à beaucoup de remarques d'une application fréquente dans les travaux hydrauliques, mais dont il ne saurait être question dans un ouvrage de la nature de celui-ci; je ferai seulement observer qu'en général une rivière qui coule dans une vallée un peu large, côtoie le plus souvent la parois la plus escarpée, et a ses plus grandes profondeurs au pied de cette parois. Son lit semble ainsi réglé sur deux pentes, l'une dans le sens de sa longueur, et l'autre dans le sens de sa largeur; ou, pour parler plus exactement, les lignes de plus grande pente (première partie, n° 117) du terrain de la vallée vont rencontrer l'escarpement, dont la pente est dirigée en sens contraire. Cette dernière est nommée *contre-pente* par le général Andréossy; il en recommande l'observation à ceux qui s'occupent de géographie physique, et il pense qu'elle est toujours plus abrupte que l'autre.

Pour ce qui regarde les divers mouvemens de l'eau à sa surface, je dirai seulement que les saillies de la rive, en écartant du bord le courant principal, laissent dans les enfoncemens des eaux mortes, c'est-à-dire tranquilles, et le plus souvent affectées de *contre-courans*, dont la direction est opposée à celle du fil de l'eau, et qui produisent des *tournoiemens* comme à tous les endroits où plusieurs courans se rencontrent, ainsi qu'on le voit à quelque distance derrière

(1) *Voyage pittoresque et navigation*, etc., par M. Boissel, p. 15.

les piles d'un pont. Attenant à ces piles est un espace où l'eau dort; il s'en trouve de pareils au-dessous des îles: et lorsque deux cours d'eau viennent à se joindre, ils le font toujours sous un angle aigu, parce qu'il y a toujours un espace d'eau morte compris entre les deux fils d'eau, dans lequel se fait un atterrissement.

57. Une circonstance extrêmement rare dans l'embranchement des cours d'eau, c'est qu'ils envoient des branches à deux grands bassins différens; on n'en connaît d'exemple permanent qu'entre l'Orénoque et l'Amazone; du premier il se détache un bras, nommé *Cassiquiare*, qui se rend dans le *Rio-Negro*, affluent septentrional de l'Amazone; le terrain qui sépare le Cassiquiare de l'Orénoque, fait partie d'un quadrilatère dont les angles répondent à peu près aux quatre points cardinaux; la diagonale qui va de l'ouest à l'est est une ligne élevée qui sépare deux pentes diamétralement opposées, et les côtés sont occupés par quatre cours d'eau tendant deux à deux vers les mêmes angles; savoir: l'*Atabapo* et l'Orénoque, vers le nord où ils se rencontrent; le Rio-Negro et le Cassiquiare, vers le midi où se fait leur jonction. M. de Humboldt a constaté cette disposition déjà indiquée en partie sur la carte d'Amérique de Danville, et M. de Prony en a observé une semblable en Italie; mais ici la communication des bassins n'a lieu que pendant les grandes eaux.

58. Le plus long des cours d'eau connus est sans contredit la rivière des Amazones qui parcourt plus de 700 lieues de sa source à son embouchure; l'Orénoque vient après; et, pour donner une idée de sa grandeur, il suffira de dire que M. de Humboldt lui a trouvé 4632 toises de largeur en un seul bras, sans îles, à quatre-vingts lieues de son embouchure. M. Rennell a comparé la longueur du cours des principales rivières du globe à celle du cours de la Tamise (rivière d'An-

gleterre); il représente celui-ci par l'unité, et trouve les nombres rapportés dans le tableau ci-dessous :

Rivières d'Europe.	Tamise	1
	Rhin	5½
	Danube	7
	Volga	9½
Rivières d'Asie.	Indus (probablement)	5½
	Euphrate	8½
	Gange	9½
	Burampouter	9½
	Rivière d'Ava (Irrawady)	9½
	Yéniséy	10
	Oby	10½
	Amur	11
	Léna	11½
	Hoang-ho	13½
	Kiankeu (Yang-tse-Kiang)	15½
Rivière d'Afrique.	Nil	12½
Rivières d'Amérique.	Mississipi	8
	Amazones	15¼ (1)

Des lacs. 59. Les *lacs* peuvent être divisés en deux classes; les uns sont des bassins traversés par le lit d'un fleuve et comme des dilatations de ce lit, ou bien des espèces de réservoirs dans lesquels les eaux du terrain supérieur se rassemblent et d'où il sort un ou plusieurs cours d'eau. Les autres lacs n'ayant aucune issue, dépensent à peu près, par l'évaporation qui a lieu à leur surface, les eaux qui s'y rendent journellement.

(1) *Description géographique de l'Indostan*, par J. Rennell, traduction française, tom. 3, p. 165. Paris, J. G. Dentu, 1800.

Pour connaître la valeur absolue des nombres du tableau ci-dessus, il suffit de savoir que le développement du cours de la Tamise est d'environ 45 lieues. Sur ce pied, celui de la Seine serait représenté par 2½ (n° 25).

Philippe Buache a donné aussi un parallèle des fleuves, dans les *Mém. de l'Acad. des sciences de Paris*, année 1753, page 586.

ment. Les *étangs* ne sont que de petits lacs, car ils admettent la même division; on en voit qui sont traversés par des ruisseaux ou qui en produisent, et d'autres, environnés partout d'un terrain plus élevé, ne sont que le réceptacle des eaux de ce terrain. Les lacs de la seconde classe diffèrent aussi très-souvent de ceux de la première par la nature de leurs eaux; les unes sont salées, les autres contiennent encore du bitume nageant sur leur surface. La mer Caspienne, celle d'Aral, le lac d'Urmia et beaucoup d'autres sont salés; parallèlement au rivage oriental de la Méditerranée, le Jourdain, petite rivière d'environ trente lieues de cours, va se terminer dans le lac *Asphaltite*, ainsi nommé à cause de l'asphalte que ses eaux contiennent, ou plutôt qu'on recueille sur ses bords: on lui donnait autrefois la dénomination de mer Morte, supposant, contre la vérité, qu'elle ne pouvait nourrir aucun animal, et que les oiseaux même ne volaient pas impunément au-dessus.

La mer Caspienne est le plus grand des lacs; le niveau de sa surface en 1770, était à plus de 100 pieds au-dessous de celui du golfe de Finlande, d'après la comparaison des observations barométriques faites à Pétersbourg et à Astrakan, à l'embouchure du Volga. On a encore un indice de l'infériorité du niveau de la mer Caspienne dans l'élévation du bief que reçoit la mer d'Azof, par rapport au Volga, sur la ligne où ces deux fleuves se rapprochent; élévation qui ne répond pas à la différence de ce qui reste de pente à chacun de ces fleuves jusqu'à son embouchure. Cette élévation est au moins de 60 pieds. La hauteur de la mer Caspienne subit, à ce qu'il paraît, de grandes variations; au printemps de 1730, elle augmenta de près de six brasses (cinq toises) à l'embouchure du Jaïk; et en 1769, cette mer était en baisse depuis trois ans. Il y a des points dans lesquels elle doit avoir une grande

profondeur, car près de son rivage méridional 450 brasses (380 toises) de sonde n'ont pas atteint le fond (1).

L'Amérique septentrionale est la région qui contient le plus grand nombre de lacs de la première classe et les plus étendus. Parmi ceux que traverse le grand fleuve Saint-Laurent, il s'en trouve de très-profonds; de sorte que ce fleuve n'est, pour ainsi dire, qu'une espèce de rigole par laquelle se décharge le trop plein de ces lacs.

En parlant des lacs de l'Amérique septentrionale, je ne crois pas devoir omettre celui de *Nicaragua*, long d'environ 40 lieues et large de 15, parce que sa situation le rend très-remarquable : du côté de l'occident, il s'avance jusqu'à deux lieues et demie du grand Océan équinoxial, et au sud-est il donne naissance à la rivière de *Saint-Jean*, qui se jette dans le golfe du Mexique, entre 10 et 11 degrés de latitude nord. Il a été souvent question de ce lac comme laissant peu de chose à faire pour ouvrir entre les deux parties de l'Océan une communication qui, dans le transport des marchandises destinées à la côte nord-ouest de l'Amérique septentrionale, éviterait le contour de l'Amérique méridionale, et celui de l'Afrique pour celles qui sont envoyées à la Chine. La longueur du canal à ouvrir pourrait être réduite à une lieue, en s'aidant de la partie inférieure du *Rio-Partido* qui passe à l'ouest du lac et se décharge dans le grand Océan (2).

(1) *Voyez*, pour le niveau de la mer Caspienne, le tome XII des *Nova Acta acad. Petrop.*, page 506; le *voyage de Pallas*, tome V de la traduction française, édit. in 4°; et, pour la profondeur, l'*Examen critique des historiens d'Alexandre*, par Sainte-Croix, page 701.

(2) Il existe sur ce passage un mémoire de M. Marin de la Bastide (Paris, 1791). M. de Humboldt, en indiquant, dans son *Essai politique sur le royaume de la Nouvelle Espagne*, les points par où il semblerait possible d'établir d'un océan à l'autre une communication aussi

Ainsi que je l'ai fait remarquer pour la mer Caspienne, le niveau des lacs n'est pas constant; car, dans ceux de la seconde classe, l'évaporation n'est pas toujours précisément égale à la quantité des eaux affluentes; et dans ceux de la première classe, il en est ainsi même en ayant égard au fluide qui s'écoule par les rivières qui en sortent. La saison des pluies, la fonte des neiges qui a lieu au printemps, peuvent élever les eaux d'un lac, et la grande sécheresse de l'été les diminuer; mais plus ce lac est large, moins l'effet doit être sensible. C'est sur le lac de Genève, traversé par le Rhône, qu'ont été observées avec plus de soin ces diverses variations; on a trouvé que l'élévation des eaux a lieu depuis le mois d'avril jusqu'au mois d'août, et qu'elle est assez ordinairement de cinq à six pieds : ce temps est en effet celui de la fonte des neiges dans les Alpes. Outre ces crues régulières et progressives, il y en a de subites dans les journées orageuses de l'été, où le lac s'élève tout à coup de quatre à cinq pieds, ou s'abaisse de même, à *plusieurs reprises*, en quelques heures. Ce phénomène, appelé *Seiche*, a reçu diverses explications que je ne rapporterai point ici; je ferai seulement remarquer qu'il ne se montre pas au même degré dans toute l'étendue du lac, [illegible] droit le plus large, et le devient [illegible] ées, et sur-tout aux extrémités (1).

[illegible] nous a appris qu'elle existait déjà, pendant le temps des pluies, vers cinq degrés et demi de latitude nord, au moyen d'un petit canal creusé par des Indiens dirigés par leur curé, dans le ravin de la *Raspadura*. Ce canal fait passer du bassin de la rivière *Atrato*, qui se décharge dans la mer des Caraïbes (au fond du *golfe de Darien*), au bassin d'une rivière de *Saint-Jean*, qui tombe dans le grand Océan, vers cinq degrés de latitude nord. Cette communication réunit des points de l'Océan distans par terre de 70 lieues.

(1) *Voyages dans les Alpes*, par Saussure, t. 1, page 12.

Le vent peut entrer pour beaucoup dans ce phénomène, car il est aisé de concevoir que les eaux poussées constamment dans la même direction, sur une grande surface, peuvent s'accumuler au point le plus éloigné et s'y élever lorsqu'il y a un rétrécissement.

60. Les variations que je viens d'indiquer dans la hauteur des eaux d'un lac sont accidentelles et périodiques, mais il existe des causes de diminution permanente pour un grand nombre de lacs : la quantité des eaux qui s'y rendent semble décroître; de plus, ces eaux charient avec elles du limon, du sable, qui, joints aux dépouilles des animaux morts dans ces lacs, tendent à en élever le fond, et pourront finir par en transformer plusieurs en marécages, c'est-à-dire en terrains recouverts d'eau à une hauteur assez petite pour qu'il y croisse des plantes aquatiques, qu'il s'y forme un grand nombre d'îles, ou enfin qu'il n'y reste que des *flaques* d'eau stagnante, entrecoupées d'un grand nombre de digues et de chaussées naturelles. On trouve en Europe de très-grands marais près de la source du Don, au sud-est de la Baltique; l'espace compris entre les golfes de Finlande et de Bothnie en est rempli; la mer d'Azof, très-peu profonde, n'est dans un grand nombre de ses parties, qu'un vaste marais; on en indique aussi près des sources de l'Euphrate; enfin, une multitude de terres basses en Amérique, tant au bord des rivières que près des rivages de la mer, renferment des marais. Il est naturel de penser, à l'égard des derniers, qu'ils peuvent devoir leur origine à la mer qui les a formés en se retirant, et qui contribue à les entretenir par des infiltrations.

Les marais peuvent exister indépendamment de toute autre cause, dans les terrains qui n'ont pas de pentes assez marquées, pour que les eaux se réunissent dans un volume suffisant à l'entretien d'un cours d'eau; il s'y forme au plus des

étangs dont l'eau se dissipe par l'évaporation. Cet effet est encore plus prononcé, quand le sol est de terre argileuse, peu perméable à l'eau, et qui ne permet que difficilement les filtrations, au moyen desquelles les eaux se réunissent en canaux dans les parties les plus basses du terrain, et se procurent ainsi de l'écoulement.

61. L'Océan, réceptacle de la plus grande partie des eaux du globe est, à proprement parler, un immense lac de la seconde classe. Les bords du bassin qui le renferme avec tous ses golfes, présentent la plus grande variété. Certaines côtes sont élevées à pic, et à leurs pieds les eaux ont beaucoup de profondeur: telles sont les côtes de Norwège; ailleurs ce sont des terres basses, des *grèves* sablonneuses qui n'ont aucun relief sur la surface de la mer; on en voit de telles à l'entrée de la Manche, près du port de Saint-Malo; il s'en trouve d'une étendue très-considérable près du golfe de Guzurate, au fond de la baie d'Oman, dans le golfe du Mexique à l'embouchure du Mississipi, et dans la Floride. Assez communément on rencontre des rivages d'une élévation médiocre, où se trouvent des rochers coupés à pic nommés *Falaises*. Sur les plages sablonneuses s'élèvent quelquefois des monticules appelées *Dunes*, [illegible] voit beaucoup des deux côtés de la Manche. [illegible] sur le rivage oriental de la mer d'Allemagne, [illegible] embouchures du Rhin, il y a des passages où il a fallu élever des digues pour empêcher la mer d'inonder les terrains placés en arrière, et qui sont plus bas. De l'Océan.

La forme du rivage est de la plus haute importance pour la navigation. Quand il est trop plat, outre qu'il ne s'aperçoit pas d'assez loin, les navires n'en peuvent pas approcher par la crainte d'échouer, faute d'y trouver assez d'eau; lorsque l'eau est trop profonde, les vaisseaux, poussés par la tempête contre les rochers, ne peuvent jeter l'ancre pour s'arrêter;

et la mer agitée, développant ses flots avec violence contre des murailles presque perpendiculaires, ne permet point aux petites embarcations d'accoster la terre, et aux hommes qui les montent de débarquer. C'est dans les enfoncemens, comme les baies, ou les embouchures de rivières, où l'eau est moins agitée qu'au large, et qui sont abrités par des hauteurs laissant entre elles et la mer un espace suffisant pour débarquer, que les vaisseaux battus par l'orage trouvent un refuge assuré, sur-tout si le fond, recouvert d'une quantité d'eau suffisante, est assez tenace pour que l'ancre ne se détache pas en le labourant.

De très-longues côtes, comme une partie de celles qui sont à l'orient de la Nouvelle-Hollande, sont bordées à quelque distance d'une ceinture de rochers presque entièrement cachés sous l'eau, ou *ressifs*, sur lesquels la mer brisant avec fureur produit un *ressac* qu'aucune embarcation légère ne saurait franchir. Les vaisseaux eux-mêmes ne peuvent s'engager sans péril dans des passages où ils sont exposés à chaque instant à donner sur des pointes de rocs que l'on n'aperçoit pas, ou que l'on ne saurait éviter, parce que des courans rapides portent dessus. Des îles environnées de semblables ressifs sont tout à fait inabordables, à moins qu'il ne se trouve une ouverture dans la ceinture de rochers qui les environne, comme cela a lieu en quelques points de la circonférence de l'île d'Otaïti.

Ces mêmes ressifs formés, au moins dans leur partie supérieure, de corail, ouvrage des vers marins, se rencontrent quelquefois loin de toute terre, et composent à eux seuls des îles dont la surface ne s'élève que de quelques pieds au-dessus de l'Océan. Leur intérieur est occupé très-souvent par un lac ou *lagon*, communiquant ou non avec la mer, et ne laissant à l'île que la forme d'un croissant ou celle d'une couronne.

L'entrée des rivières n'est pas toujours praticable, parce qu'il s'y forme des amas de sables ou *barres* qui diminuent la profondeur de l'eau, et occasionnent des vagues dangereuses pour les chaloupes et les petits bâtimens. Il paraît que ces barres sont dues aux courans de la mer qui apportent les sables soulevés par les flots, et arrêtent ceux que charie la rivière. La force et la direction des courans ayant des rapports avec le vent, les barres changent quelquefois d'étendue et de situation.

Des mouvemens de l'Océan.

62. Les eaux de l'Océan ne sont jamais dans un repos parfait : elles exécutent une multitude de mouvemens particuliers, qui dérivent sans doute d'un petit nombre de causes générales; mais ces causes ne sont pas encore toutes connues. Celle des marées est la seule qui paraisse bien constatée, parce qu'on a pu en soumettre les effets au calcul dont les résultats se sont trouvés d'accord avec les observations. Le soleil et la lune exercent sur les eaux de l'Océan une action qui les élève et les abaisse alternativement, dans le même lieu, à des intervalles de temps réglés. L'explication détaillée de ce phénomène est plutôt du ressort de l'astronomie physique que de celui de la géographie; je ne ferai donc que l'indiquer ici d'une manière générale.

La force attractive que les corps exercent les uns sur les autres change avec leur distance; la lune attire donc inégalement les diverses parties du globe terrestre; elle agit davantage sur celles dont elle est plus près, et moins sur celles dont elle est plus éloignée; ainsi les points de la surface de la terre tournés vers la lune seront plus attirés que ceux qui sont dans l'intérieur, et ces derniers plus que ceux qui sont à la surface de l'hémisphère opposé à celui qu'éclaire la lune. Si la terre était entièrement solide, ses molécules, ne pouvant obéir séparément à ces diverses actions, prendraient un

mouvement commun répondant à une force qui serait la résultante de toutes celles que la lune exerce sur chaque molécule en particulier, et c'est ce qui a lieu en effet pour la partie solide du globe, mais non dans la masse d'eau qui le recouvre, dont toutes les parties, mobiles séparément, obéissent à l'action qui les sollicite, selon l'intensité de cette action. De là vient que la partie fluide située immédiatement au-dessous de la lune s'approche plus de cet astre que ne fait le noyau solide de la terre, et la partie fluide qui recouvre l'hémisphère opposé étant encore plus éloignée de la lune que ce noyau, demeure en arrière par rapport à lui. La portion du globe recouverte par l'Océan prend donc la forme d'un sphéroïde allongé, dont le grand diamètre est à peu près dirigé vers la lune; je dis à peu près, parce que les molécules fluides ne prennent pas instantanément les positions respectives qui résultent des vîtesses particulières qui leur sont imprimées, et parce que le soleil agit sur elles comme le fait la lune, mais dans une direction qui varie suivant la situation de cet astre, en sorte que tantôt son action conspire avec celle de la lune, et tantôt elle lui est contraire en tout ou au moins en partie.

La lune, quoique sa masse soit beaucoup plus petite que celle du soleil, mais qui est aussi beaucoup plus près de nous que cet astre, détermine la plus grande partie de l'effet des marées. Son action est environ trois fois plus intense que celle du soleil, et en conséquence c'est principalement sur le mouvement de la lune que se règle celui des marées. *La mer est pleine* dans un lieu, peu de temps après le passage de cet astre par le méridien du lieu, c'est-à-dire que l'eau a atteint sa plus grande élévation ou que le flux est achevé après que la lune s'est approchée le plus du zénith du lieu dont il s'agit; il faut bien remarquer qu'au même moment, d'après ce qui a été dit plus haut, la mer est pleine au point diamétralement

rtient à l'Océan. A mesure que la lune s'é-loigne du méridien, l'eau s'abaisse, le reflux s'opère; et lorsqu'elle en est à un peu plus de 90 degrés, les eaux arrivent au terme de leur abaissement; on dit alors que *la mer est basse*. On voit donc que les eaux de la mer s'élèvent deux fois dans l'intervalle qui s'écoule entre deux passages de la lune par le même méridien, intervalle qui dépend de la combinaison des vîtesses de la lune et de la terre dans leurs orbites respectives : sa durée moyenne étant de 24 heures 50′ 28″, surpasse, d'environ trois quarts-d'heure, celle du jour, ce qui fait retarder de cette quantité le moment de la pleine mer. Les forces du soleil et de la lune ayant leur entier effet toutes les fois qu'elles agissent dans la même ligne, les marées qui répondent à la nouvelle et à la pleine lune doivent être et sont aussi plus considérables que les autres.

Telles sont les principales circonstances qui résultent d'un premier coup-d'œil jeté sur la cause qui produit les marées; c'est au calcul seul qu'il appartient de justifier l'explication dans tous ses détails, et pour cela je renvoie au second volume de la *Mécanique céleste*, où M. de la Place a traité cette matière dans toute son étendue, et en développant toutes les ressources [illegible] offrir l'analyse mathématique. Elles ne [illegible] qu'en faisant abstraction des [illegible] confirmé, et ce n'est par conséquent [illegible] éloignés de ces parois et où le fluide est [illegible] que les choses se passent en tout de la [illegible] que le calcul; mais dans les parties où les eaux sont resserrées, si la grandeur absolue du phénomène diffère de celle que lui assigne la théorie, sa marche et la succession de ses époques cadrent si parfaitement avec cette même théorie, qu'il n'est plus permis de la révoquer en doute.

63. *Ainsi, dans un même lieu, le retard des marées, leurs diverses hauteurs comparées entre elles*, sont en tout conformes à ce qui résulte du changement de position du soleil et de la lune; mais l'heure de la pleine mer varie pour le même jour d'un lieu à un autre; elle arrive plutôt sur le rivage de la mer que dans le lit des rivières, où cependant le flux s'introduit jusqu'à une certaine distance, très-considérable pour les fleuves dont l'embouchure est d'une grande largeur, et se trouve située d'une manière convenable. Dans la Seine, par exemple, le mouvement de la marée n'est sensible que jusqu'à 25 lieues de l'embouchure; tandis que dans la rivière des Amazones, on s'en aperçoit à plus de 200 lieues. Cela ne veut pas dire néanmoins que la hauteur de la pleine mer soit beaucoup plus considérable à l'entrée de la rivière des Amazones qu'à celle de la Seine. Les plus fortes marées s'élèvent, dans le premier de ces lieux, à 30 pieds, et dans le second à 25; mais la différence entre les masses d'eau qui se présentent aux embouchures respectives de ces fleuves, en met une très-grande dans l'étendue de l'ondulation par laquelle se propage le mouvement du flux dans l'un et l'autre cas; elle s'avance beaucoup plus loin dans le fleuve dont l'embouchure est plus ouverte, et tournée vers un espace dans lequel rien n'arrête et ne dérange le mouvement des marées. Le temps que cette ondulation met à parvenir jusqu'au point où elle est arrêtée par la force du courant du fleuve, fait que, dans tous les lieux intermédiaires, la pleine mer a lieu plus tard qu'à l'embouchure.

L'élévation du fluide paraît tenir à des circonstances locales dont l'effet n'est pas encore bien apprécié; elle dépend beaucoup de la forme des bassins qui renferment les golfes, baies et détroits. A l'entrée de la Manche, dans un enfoncement où se trouve le port de Saint-Malo, dans les fortes marées

quarante-cinq pieds; et dans la mer des Indes, suivant le Gentil, à trois pieds seulement, à deux pieds et demi à l'embouchure du Sénégal, et enfin à un pied dans l'île d'Otaïti. Il n'est pas difficile de sentir que ces différences tiennent, au moins en grande partie, à ce que la Manche est un bassin resserré, tandis que la mer des Indes est ouverte sur une immense largeur dans le grand Océan, et que l'île d'Otaïti se trouve au milieu de cet Océan.

Au reste, je n'entreprendrai pas d'expliquer ici toutes les bizarreries qui résultent de la combinaison des localités avec l'action des vents, dont jusqu'à présent j'ai fait abstraction, et des autres courans dont je parlerai bientôt; il me suffira de dire, par rapport aux premières circonstances, qu'elles peuvent être telles que les deux marées du même jour se réduisent à une seule, comme on le rapporte du port de *Batsha*, dans le golfe de Tunquin. Les îles et les presqu'îles jetées au milieu des mers, forçant la masse d'eau mue par le flux et reflux à se diviser, produisent des courans en divers sens; et s'il arrive qu'un même canal reçoive par ses extrémités deux de ces courans, leur opposition, la différence des heures auxquelles répond leur abaissement ou leur élévation, peuvent [illegible] marée, puisque l'eau pourrait monter [illegible] et descendre en même temps par une [illegible]

[illegible] eaux acquièrent en très-peu de temps leur [illegible]nt en masse, et parcourant avec rapi[illegible] sur lequel elles causent beaucoup de [illegible]es marées connues sous le nom de *Mas*[illegible] France, et de *Proroca*, à l'embouchure de la rivière des Amazones. Dans ce dernier lieu, l'eau s'élève par trois et quatre ondes qui se succèdent en peu de minutes, et dont la hauteur est de douze à quinze pieds. On

pense que l'engorgement qui a lieu dans un canal resserré, la résistance qu'oppose le courant du fleuve, et des sables amoncelés à son entrée, retenant le flux pendant quelque temps, occasionnent cette espèce de débordement subit.

Le détail de toutes ces circonstances qui n'intéressent, à proprement parler, que les navigateurs, composerait à lui seul un ouvrage ; il en existe plusieurs sur cet objet, entre autres celui qui remplit le tome IV de la seconde édition de l'*Astronomie* de M. Lalande, et les *Tableaux des vents, des marées et des courans* par Romme. C'est dans ces ouvrages et dans les traités de navigation qu'il faut chercher ce qu'on appelle l'*établissement* des ports, c'est-à-dire l'heure où la mer y est haute le jour de la pleine lune, et d'après laquelle on calcule l'époque correspondante pour les autres jours. Cette indication est de la plus haute importance pour les navigateurs, sur les côtes et dans les ports où la marée s'élève beaucoup, puisque de là dépend la possibilité d'entrer dans ces ports ou de passer sur des fonds où l'on échouerait à mer basse, parce qu'il ne s'y trouverait pas assez d'eau.

Les marées sont peu sensibles dans la Méditerranée et dans la mer Baltique, probablement parce que leur communication avec l'Océan est fort étroite eu égard à leur surface ; l'eau monte à peine de quelques pieds dans la Méditerranée. D'ailleurs l'une et l'autre de ces mers ne peuvent prendre que de très-petits mouvemens en vertu de l'action immédiate du soleil et de la lune ; car ce n'est que l'accumulation des mouvemens partiels imprimés à chaque molécule d'une grande masse qui les rend sensibles ; et voilà pourquoi sur les lacs on n'aperçoit aucun changement analogue au flux et reflux.

64. Outre les courans à périodes régulières produits par les marées, on en trouve un grand nombre d'autres, qui occupent des espaces plus ou moins étendus, parmi lesquels il y

[illegible] constamment la même direction, d'autres qui en changent à certaines époques, d'autres enfin qui sont tout-à-fait accidentels.

La différence que les navigateurs, qui font route dans le grand Océan, de l'est à l'ouest, sous la zone torride, trouvent entre le chemin qu'ils croient avoir fait et celui que, d'après les observations astronomiques, ils ont réellement parcouru, montre que les eaux ont, dans ces parages, un mouvement général de l'est à l'ouest, dont la vîtesse s'ajoute à celle que prend le vaisseau par l'action du vent. Il a déjà été parlé de ce courant à l'occasion des voyages de Mendana, n° 108, de la première partie. Sa vîtesse, entre les tropiques, est au moins de cinq lieues par jour, on l'attribue assez communément à l'impulsion constante du vent *alisé*, qui souffle toujours de l'est à l'ouest dans ces régions. Comme le même vent souffle également entre les tropiques, dans l'Océan Atlantique, on doit y rencontrer un courant pareil; mais la disposition des golfes et des îles dans cette partie, modifie ce courant d'une manière très-remarquable.

Les eaux, en entrant dans la mer des Caraïbes et dans le golfe du Mexique, contournent les rivages de ce dernier avec [illegible] de vîtesse, et sortent, pour ainsi dire, comme un fleuve, par le canal de Bahama, au midi de la Floride. Cette espèce de rivière prolonge son cours le long des côtes de l'Amérique septentrionale, [illegible] une largeur moyenne de quinze à seize lieues, jusqu'à quelque distance au midi de l'île de Terre-Neuve, où il perd sa force et se dilate comme dans une embouchure. Il se distingue de la masse d'eau qu'il traverse, par sa température qui est beaucoup plus élevée, en sorte qu'on s'aperçoit qu'on entre dans le courant, parce qu'on trouve une différence dans le nombre de degrés que marque le thermomètre lorsqu'on le plonge dans la mer hors de ce

courant et dans son sein ; cette différence va quelquefois jusqu'à sept degrés : il avait été remarqué, dès la fin du seizième siècle, par François Drake ; mais ce sont les observations de M. Blagden et de Francklin, qui ont fait connaître l'élévation de sa température. Les marins anglais le nomment *Gulph-Stream*, c'est-à-dire courant du golfe ; sa vîtesse moyenne est d'une lieue à l'heure ; les eaux y sont profondes, et les courans opposés qui se rencontrent sur les bords de son lit, occasionnent, sur-tout du côté du continent, des espèces d'atterrissement d'où résultent des bancs de sable, ou au moins des fonds que la sonde atteint sans peine. Telle est la remarque faite par M. de Volney, dans la description détaillée qu'il donne du courant du golfe du Mexique (1). Il paraît que ce courant ne se termine pas entièrement auprès de Terre-Neuve, car M. de Humboldt lui attribue le transport des productions de l'Amérique jusque sur les côtes de Norwège.

Tous les grands courans sont sans doute accompagnés de contre-courans qui tendent à rétablir l'équilibre général des eaux, en les ramenant des lieux où elles se sont accumulées à ceux d'où elles étaient parties. Ces balancemens ont lieu surtout entre l'Océan et les mers intérieures avec lesquelles il communique. On remarque d'abord que les eaux de l'Océan entrent dans la Méditerranée par le détroit de Gibraltar, que le courant continue le long de l'Afrique, suit exactement les bords de la Méditerranée, puisqu'il pénètre au fond du golfe de Venise, où il occupe une lieue de largeur, et parcourt environ une lieue par jour ; de là il suit les contours du golfe de Gênes, de celui de Lyon, et sort de la Méditerranée, le

(1) *Tableau du climat et du sol des Etats-Unis*, tome 1, page 228.

long de la côte d'Espagne. C'est par son moyen qu'on explique les ensablemens qui ont lieu à l'entrée d'un grand la Méditerranée (1).

Ce n'est pas l'Océan seul qui verse des eaux dans la Méditerranée, celles de la mer Noire s'y déchargent aussi; car on remarque dans le canal de Constantinople un courant perpétuel du nord au midi, le long de la côte nord-ouest, bien supérieur aux courans, en sens contraire, qui se font apercevoir sur la côte opposée, et qui ne sont peut-être dus qu'à des causes accidentelles ou à la forme des rivages. On est d'autant plus porté à admettre ces remarques, qu'il est évident, par le nombre et la grandeur des fleuves qui se déchargent dans la mer Noire, que, proportionnellement à son étendue, elle reçoit plus d'eau de son bassin que la Méditerranée du sien.

Ce qu'on vient de lire ne se rapporte qu'à des courans dont l'effet s'étend jusqu'à la surface du fluide; mais plusieurs expériences portent à croire qu'il y en a qui ne règnent qu'à une certaine profondeur; et peut-être que les contre-courans, dont j'ai parlé ci-dessus, sont en général de ce [illegible] laissant pendre dans la mer des corps [illegible] surface, on a vu que le mouvement imprimé à des embarcations, par les courans de la surface, [illegible] et même changé en sens contraire, [illegible] à laquelle descendait le corps plongé dans le fluide.

Il suffit d'avoir contemplé avec quelque attention le cours d'une rivière, sur-tout pendant les grandes eaux, et

(1) *Histoire du Canal du midi*, par le général Andréossy, tome 1, pages 164, 166.

dans une partie où son lit soit divisé par des îles, embarrassé par des obstacles, pour se former une idée de la multitude et de la variété de courans accidentels que doit offrir la vaste étendue de l'Océan et de ses golfes. Sans même que le vent agite la surface de cette rivière, on y voit des courans en sens opposé, des ondulations qui naissent et disparaissent à des intervalles plus ou moins longs; les intumescences et les dépressions locales qu'elles produisent se combinant de toutes sortes de manières, font jaillir l'eau dans certains endroits et présentent comme de petites cataractes dans d'autres; les eaux tourbillonnent en beaucoup de points, s'élèvent devant les obstacles qui les forcent à se diviser et derrière laissent un vide que les eaux postérieures viennent remplir par un mouvement contraire au mouvement général; et tous ces accidens tiennent plus à la forme des parois latérales qu'à celles du fond du lit. Que l'on augmente maintenant par la pensée ces effets, que l'on se représente ce qui doit résulter de la rencontre de plusieurs courans venant de loin, et par conséquent appuyés sur de grandes masses d'eau, arrêtés par les étranglemens d'un canal, brisés par des rochers à fleur d'eau ou peu submergés, et l'on concevra ce que sont ces courans variables, ces mouvemens irréguliers, ces tourbillons dont la cause prochaine est inconnue ou que l'on attribue presque toujours, très-mal-à-propos, à des gouffres dans lesquels on suppose que les flots s'engloutissent.

Que l'on juge d'après cela combien de courans divers doivent présenter ces archipels placés au sud-est de l'Asie, coupés par un si grand nombre de canaux et environnés de mers très-ouvertes dans lesquelles les mouvemens des marées, les courans constans et l'action des vents réglés mettent en mouvement de si grandes masses. Je ne saurais m'arrêter à détailler tout ce que l'expérience a appris aux navigateurs sur

ces sortes de courans, je me bornerai à citer ceux dont les anciens même ont eu connaissance: je veux parler du courant de l'*Euripe* et de ceux de *Charybde* et de *Scylla*. Le lit du premier est à l'endroit le plus resserré du détroit qui sépare la côte de Grèce et l'île de Négrepont, située dans l'Archipel. Il y a des périodes pendant lesquelles il est réglé comme le flux et reflux, et d'autres où les alternatives d'élévations et d'abaissement varient en nombre depuis 11 jusqu'à 14; la plus grande hauteur des eaux est à peu près de deux pieds.

C'est dans le détroit de Messine, entre la Sicile et l'Italie, que se trouvent les écueils célèbres de Charybde et de Scylla; j'emprunterai de Spallanzani les principaux traits de leur description (1). La marée, presque insensible dans la Méditerranée, produit des courans très-rapides dans le détroit de Messine, à cause du rétrécissement, de la direction, de la forme des parois de ce canal et de sa situation. Quand le vent est opposé à ces courans, l'agitation de l'eau devient très-grande, elle bouillonne, tournoie et prend des directions qui tendent à jeter, sur une côte ou sur l'autre, les corps flottans soumis à son action. Scylla est un rocher placé à l'entrée septentrionale du détroit sur la côte d'Italie, il est taillé à pic du côté de la mer; à sa base sont plusieurs cavernes, dont quelques-unes très-profondes; les eaux dirigées du large sur le rocher jaillissent contre ses parois ou s'introduisent avec violence dans les cavernes dont je viens de parler: telle est la cause du bruit que l'on entend au loin.

Charybde est plus au midi, sur la côte de la Sicile, et à 750 pas de Messine; il se nomme aujourd'hui *Calofaro*; on n'y voit autre chose qu'un espace où l'eau, plus agitée qu'ailleurs, bouillonne d'une façon remarquable. La profondeur y est

(1) *Voyage dans les deux Siciles*, tome IV.

seulement d'environ 500 pieds, tandis qu'elle est double au milieu du détroit. Dans l'état qu'on regarde comme celui de calme, l'étendue du Calofaro offre à peine 100 pas de circonférence; mais si le vent et le courant ont beaucoup de force et sont opposés, le bouillonnement occupe plus d'espace, devient plus impétueux : il s'y forme trois, quatre et même un plus grand nombre de tournoiemens. Les bâtimens légers qui y sont entraînés ne s'engloutissent pourtant pas, à moins que les vagues qui se précipitent sur eux ne les remplissent d'eau. Les grands navires y demeurent comme immobiles, jusqu'à ce que quelques courans prédominans les entraînent à la côte; mais les pilotes Messinois, familiers avec le mouvement des eaux du détroit, les dégagent aisément de Charybde comme de Scylla, et je ferai remarquer qu'il n'y a pas de rivière tant soit peu agitée où l'on n'aperçoive en petit ce qui se passe à l'un et à l'autre.

Comme exemple des tourbillons, j'indiquerai le *Mahlstrom*, dans l'un des canaux qui séparent les îles Loffoden, sur la côte de Norwége. On disait autrefois qu'il attirait d'une très-grande distance les corps flottans, les vaisseaux mêmes, et les rejetait quelques heures après, brisés par des rochers pointus, occupant le fond du gouffre. C'est à cette dernière circonstance que se rapporte le nom de *Mahlstrom*, qui signifie *courant qui moud*. Depuis qu'on observe avec plus de soin et que la navigation s'est perfectionnée, le merveilleux a beaucoup diminué : le phénomène se réduit, à ce qu'il paraît, aux vagues et aux tournoiemens produits par la rencontre des courans opposés qui, à des intervalles réglés, entrent par les deux bouts du canal. Ces mouvemens de l'eau produisent un courant dont la direction, contraire à celles des marées au large, change de six en six heures; et l'eau est plus agitée entre les époques de la pleine mer et de la

basse mer, c'est-à-dire dans le temps où les courans produits par les marées sont les plus forts ; ce qui prouve bien que cette agitation est l'effet de leur combinaison avec la forme des localités. Il n'y a point d'abîme, puisque les pêcheurs n'ont trouvé que 20 brasses (100 pieds) dans la plus grande profondeur. L'enfoncement du tourbillon n'est que d'environ douze pieds ; mais le bruit est très-considérable, et l'agitation ordinaire des eaux donnant une grande prise aux vents violens qui règnent assez souvent dans ces parages, le *Mahlstrom* devient alors très-dangereux (1).

66. Il peut y avoir à la surface de la mer des courans sans que pour cela elle paraisse agitée ; aussi les ondes et les vagues que le vent élève sont des mouvemens d'un genre particulier ; pour les concevoir, il faut les observer en petit sur les eaux stagnantes, et les comparer avec ceux qu'on fait naître en laissant tomber des corps pesans dans l'eau. La plus grande partie du mouvement imprimé consiste dans un abaissement, suivi d'une élévation, qui se répètent de proche en proche en s'éloignant du point qui a été frappé le premier, sans que pour cela les molécules s'écartent beaucoup de leur situation primitive : c'est ce dont on peut encore s'assurer en jetant des morceaux de papier sur une eau agitée par le vent. En participant aux ondulations de cette surface, les morceaux de papier changeront fort peu de position dans le sens horizontal. Si l'on considère ensuite ce qui se passe sur les bords du bassin où l'on observe, on y verra l'étendue des oscillations du fluide croître et décroître pendant une certaine période, et l'élévation de la vague devenir beaucoup plus grande si elle brise contre quelques obstacles.

Quand une fois le vent a dérangé le niveau de la surface

(1) *Mém. de l'Acad. de Suède*, tome 11, année 1750.

d'un fluide, il la creuse de plus en plus par la résistance que lui opposent les vagues ou *lames* qu'il a élevées, et qui se meuvent à la manière des ondes. C'est lorsque le vent est opposé au courant que, dans les rivières, ces vagues s'élèvent le plus haut, et c'est pour la même raison qu'*elles* sont si violentes dans les parages que traverse le courant du golfe du Mexique, lorsque le vent souffle dans une direction contraire. Dans les mers libres, l'action du vent, s'exerçant d'une manière uniforme dans un grand espace, produit des lames très-étendues dans le sens longitudinal, et bien régulières dans leur succession; mais si le bassin est resserré, s'il est soumis à divers courans, s'il renferme des obstacles sur lesquels la mer brise; enfin si le vent tourbillonne, la lame sera *courte*, la mer *dure*, ou il y aura au moins du *clapotis*. La profondeur des lames, dans une mer libre, par un vent passablement fort, a paru de huit pieds seulement; mais il n'y a aucun rapport entre cette élévation et celle qu'elles acquièrent quand elles rencontrent des obstacles, ou qu'elles entrent dans des passages resserrés. On voit un exemple frappant du premier cas sur la côte méridionale de l'Angleterre, où, dans les tempêtes, les vagues dépassent de près de 100 pieds le sommet du fanal d'*Edystone*, qui a lui-même près de 80 pieds d'élévation, et qui est placé sur un très-petit rocher isolé, à trois lieues au large. La forme de cette vague est celle que prend l'eau qui jaillit par l'effet d'un choc violent; les lames qui atteignent le rivage, se déploient dessus lorsqu'il est plat, en couvrent une grande étendue qu'elles découvrent ensuite en se retirant, ce qu'elles font souvent beaucoup en-deçà de la ligne où s'arrête l'eau en temps de calme, et à partir de laquelle elles font de chaque côté des oscillations d'autant plus grandes que la mer est plus agitée.

Le mouvement imprimé aux lames se continue après que

le vent a cessé ; et quand sa direction a changé, elles subsistent encore dans la direction primitive. On sent ce que cette circonstance doit apporter d'irrégularité dans leur succession et de trouble dans leurs formes. Enfin, soit par l'effet des tourbillons de vent ou par quelque autre cause, il s'élève sur la mer des trombes ou colonnes d'eau qui semblent avoir un mouvement de rotation très-rapide, et présentent une forme analogue à celle d'un entonnoir, dont la partie étroite toucherait à la surface de l'eau ; mais ce phénomène, qui paraît ne pas être très-fréquent et n'avoir été observé que de loin, n'est pas encore très-bien connu : on peut d'ailleurs consulter à son sujet les traités de physique.

L'agitation de la mer la rend lumineuse dans beaucoup de parages, pendant l'obscurité. Les observateurs varient sur la cause de ce phénomène : les uns l'attribuent à des animalcules, disséminés dans l'eau et lumineux par eux-mêmes, comme le sont les vers luisans sur terre ; d'autres pensent qu'il n'est dû qu'à des globules d'une matière huileuse provenant des dépouilles d'animaux marins putréfiés.

67. Les profondeurs de la mer ne sont guère connues que sur les côtes et dans le voisinage des îles ; je ne sache pas que l'on ait sondé à plus de 800 brasses (près de 700 toises) : on dit qu'au milieu de l'espace qui sépare la côte de Coromandel des îles de Nicobar, une sonde de 700 brasses de longueur n'a pas atteint le fond. Dès qu'un vaisseau s'éloigne des côtes *il perd les sondes*, c'est-à-dire que des lignes de 100 à 200 brasses n'atteignent plus le fond ; et quand, au large, on le retrouve à des profondeurs moins considérables que celles-là, ce n'est que sur des *bancs* dont le fond est assez ordinairement du sable ; car il est bon de savoir que la partie inférieure du plomb attaché à la corde de la sonde étant enduite de suif, rapporte des fragmens du fond sur

lequel elle s'est reposée. Il ne faut pas croire que tous les bancs de sable soient également dangereux pour la navigation, il y en a qui sont recouverts de plus de 20 à 30 brasses d'eau (100 à 150 pieds) dans leur partie la plus élevée; tels sont les bancs situés au midi de Terre-Neuve, parmi lesquels il y en a un qui est appelé le grand banc à cause de son étendue. L'entrée de la mer d'Allemagne, au nord du Pas-de-Calais, est remplie de bancs, principalement du côté de sa rive orientale, et sur plusieurs desquelles il y a peu d'eau, en sorte que le navire qui vient à y toucher ne tarde pas à être mis en pièces par les vagues qui brisent avec fureur sur cet obstacle. M. de Saussure, en faisant des expériences sur la température de la mer, dans la Méditerranée, a trouvé 1800 pieds de profondeur devant le *Capo della Cosa*, montagne située près de la ville de *Nice*, dans le golfe de Gênes.

68. Les agitations de la mer rendent assez difficile l'évaluation précise de son niveau, qui cependant sert de terme de comparaison à tous les autres. Sur les rivages où les marées sont très-fortes, il faut quelque attention pour fixer le terme auquel arriverait la surface de l'eau sans leur effet, car il ne tient pas précisément le milieu entre la haute et la basse mer; il est un peu plus près de la première que de la dernière; de plus l'action du vent, continuée long-temps dans une même direction, peut, comme je l'ai déjà dit dans le n° 59, accumuler le fluide contre un rivage, en élever par conséquent le niveau; et c'est ce qu'on observe en effet dans les baies et les endroits resserrés, lorsque le vent a soufflé long-temps dans la direction de leur ouverture: il y a des exemples où la différence de niveau s'élève à plus de deux toises (1). On

(1) *Voyages dans les mers de l'Inde*, par le Gentil, t. 2, p. 428.

a pensé par cette raison que l'Océan Atlantique, dans le golfe du Mexique, devait être beaucoup plus élevé que le grand Océan dans la baie de Panama. Quelques auteurs ont porté la différence jusqu'à 60 toises; mais Don Georges-Juan a rendu cette opinion très-douteuse depuis qu'il a trouvé les hauteurs moyennes du baromètre sensiblement égales à l'embouchure du *Chagre*, dans la mer des Caraïbes et à Panama; et M. de Humboldt a confirmé ce résultat par des observations faites avec beaucoup de soin sur les bords de la mer des Caraïbes et sur ceux du grand Océan équinoxial. Ces observations ne permettent pas de croire que la différence de niveau des deux Océans surpasse six à sept mètres (18 à 21 pieds). Ce n'est donc que par un nivellement géométrique que l'on pourra connaître avec certitude les véritables différences de niveau des parties de l'Océan qui se rapprochent après avoir embrassé un grand espace de terre, comme on le voit à l'isthme de Panama et à celui de Suez. Pendant leur séjour en Egypte, les ingénieurs français ont trouvé la surface de la mer Rouge, près du dernier de ces isthmes, plus élevée de 9 mèt. 912 (environ 30 pieds) que celle de la Méditerranée (1).

69. Les eaux de l'Océan sont salées; et leur pesanteur spécifique varie à raison de cette circonstance, qui n'a pas lieu au même degré dans tous les parages; mais cependant les différences sont peu considérables. Quelques expériences tendent à prouver que cette eau contient une plus grande quantité de sel aux tropiques que vers l'équateur, et encore plus vers le milieu de la zone tempérée septentrionale; mais un peu moins dans la zone glaciale. La plus grande proportion est de 45 parties de sel sur 1000 d'eau; la moindre

(1) *Hist. du canal du midi*, par le général Andréossy, *préf.* p. IX.

de 35. Pour constater la salure de la mer, indépendamment des substances qui pourraient nager à sa surface, les physiciens ont imaginé des appareils ingénieux avec lesquels on peut puiser de l'eau à de grandes profondeurs, sans aucun mélange avec celle qui se trouve au-dessus. La saveur de l'eau de mer n'est pas due seulement au sel marin (muriate de soude); elle contient encore plusieurs autres sels qui lui donnent une amertume très-désagréable. Ces divers sels rendent l'eau de mer spécifiquement plus pesante que celles de rivière, de pluie et que l'eau distillée, qui, par cette opération, a été dégagée de tout ce qu'elle contenait d'étranger. On trouve, dans le tome VI de la traduction française du *Système de chimie* de M. Thomson, une table de la pesanteur spécifique de l'eau de mer en différens lieux, d'après laquelle on voit que cette pesanteur est la moindre vers le cinquante-septième degré de latitude nord, et la plus forte du dixième au vingtième de latitude sud. En comparant ces pesanteurs avec celles que prend l'eau où *l'on a fait dissoudre* du sel en diverses proportions, on conclut les quantités de sel que doit contenir l'eau de mer, et l'on trouve que le maximum est de 40 sur 1000, et le minimum de 37, ce qui diffère un peu des résultats rapportés plus haut. Les eaux de la mer Baltique sont beaucoup moins salées que celles de l'Océan, et éprouvent à cet égard des variations qui semblent tenir à la plus ou moins grande quantité des eaux de celui-ci, que le vent pousse dans la première. Le maximum, qui est environ de 18 parties de sel sur 1000 de fluide, a eu lieu par une tempête de l'ouest, direction par laquelle l'Océan communique à la mer Baltique. Le minimum est seulement de 9 parties de sel sur 1000 de fluide, et a eu lieu par le vent d'est qui repousse l'Océan. Tournefort dit que les eaux de la mer Noire et de la mer Caspienne sont moins salées que celles de l'Océan, mais il

est probable que celles de la Méditerranée le sont au moins autant.

Des eaux minérales.

L'eau de la mer Morte ou du lac Asphaltite est d'environ un quart plus pesante que l'eau distillée, et ne contient pas moins de 444 parties de sel sur 1000 de fluide, c'est-à-dire presque la moitié; aussi pourrait-on la ranger parmi les *eaux minérales*. On nomme ainsi celles qui contiennent des substances minérales, des gaz, etc., en dissolution, et dont le plus grand nombre est en usage dans la médecine. Il s'en trouve de froides et de chaudes à différens degrés; presque toutes sont dans des pays de montagnes, quelques-unes dans le voisinage des volcans; mais leur nombre est trop grand pour les indiquer ici, et l'étude de leur composition, qui est l'objet le plus intéressant, se rapporte à la chimie.

De la température des diverses régions.

70. Après avoir indiqué les principales circonstances de forme qu'offrent les diverses régions de la terre, il nous reste à parler de leur climat, en prenant ce mot dans l'acception purement physique, suivant laquelle il désigne ce qui a rapport à la température, à l'humidité ou à la sécheresse, aux vents dominans, enfin à l'ensemble des phénomènes météorologiques. On doit mettre la température au premier rang des qualités physiques d'un climat; et, quoique nous en jugions plus ordinairement par les impressions que l'air fait sur nous, cependant la plus grande partie des phénomènes qu'elle présente vient de la surface terrestre. C'est un fait bien constaté que les corps soumis à l'action de la chaleur s'échauffent d'autant plus qu'ils sont plus denses; ainsi les rayons solaires, en traversant l'atmosphère pour venir jusqu'à nous, l'échauffent très-peu; mais, arrêtés par la surface terrestre, ils communiquent à cette surface une chaleur qu'elle transmet à la couche d'air qui la touche, et de proche en proche à toutes les autres, soit médiatement, soit immé-

diatement, par suite des courans qui font descendre l'air froid et remonter l'air chaud. La vérité de ces remarques est suffisamment établie par ce qu'on éprouve l'été après le coucher du soleil, en se promenant sur les terres qui ont reçu ses rayons tout le jour; c'est de bas en haut que la chaleur nous frappe, elle nous est donc alors transmise par le sol. Je n'ai pas besoin de dire que les mots de *chaleur* et de *froid* ne sont que relatifs; qu'en passant d'une température élevée à une autre qui l'est moins; mais encore bien supérieure à la congélation, on peut éprouver un sentiment de froid, et que le contraire aura lieu si l'on passe d'une température très-basse à une autre qui soit encore au-dessous de la congélation, mais moins que la précédente. C'est donc au thermomètre seul à nous faire juger des températures absolues.

71. Les vicissitudes de température que l'on éprouve à la surface de la terre, ont bien évidemment pour première cause l'action des rayons solaires; car, toutes choses d'ailleurs égales, la chaleur augmente lorsque cet astre demeure plus long-temps sur l'horizon et que ses rayons rencontrent la surface du sol dans une direction moins oblique. C'est pour cela que la chaleur diminue en allant de l'équateur aux pôles; mais il est bien essentiel d'observer que, dans chaque pays, les variations annuelles de la température, renfermées entre des limites plus ou moins étendues, donnent toujours un terme moyen propre à chaque lieu, et qui change peu tant que les circonstances locales demeurent les mêmes: ainsi, quoique le soleil réponde constamment sous la zone torride, que ses rayons y soient fort peu inclinés, néanmoins le maximum de température des lieux situés sur cette zone ne s'accroît pas d'une année à l'autre. La chaleur solaire se comporte ici comme celle qui émane d'un foyer ordinaire lorsqu'il est entretenu dans une activité à peu près constante:

un corps exposé à son action s'échauffe jusqu'à un certain degré qui dépend d'abord de la position qu'il occupe par rapport à ce foyer, ensuite de sa nature, de sa forme, de la température de l'air environnant, et qui demeure le même tant que ces diverses circonstances ne varient pas. Les accroissemens de température du corps diminuent d'intensité à mesure qu'il s'échauffe et ne font bientôt plus que remplacer ce que lui enlèvent l'air et les corps environnans. Il paraît que la surface terrestre est depuis long-temps dans une relation semblable à l'égard du soleil; et la chaleur acquise par la zone torride, s'étant distribuée sur les autres zones dans des proportions déterminées par leurs distances respectives, les diverses natures de sols et les autres circonstances locales, a constitué une température moyenne qu'on retrouve dans les souterrains profonds, que leur position dérobe à l'influence des saisons qui ne s'exerce qu'à la surface.

Dans les caves de l'observatoire de Paris, par 49 degrés de latitude nord, à environ 80 pieds de profondeur, le thermomètre est constamment entre 9 et 10 degrés, et varie à peine d'un degré, tandis qu'à sa surface la différence de l'été à l'hiver passe souvent 40 degrés. Dans les mines de sel de Wieliczka, par 50 deg. de latitude nord (à l'origine du bassin de la Vistule), depuis la profondeur de 300 pieds jusqu'à celle de 700, le thermomètre se tient à environ 9 degrés. En Egypte, au Caire, par 30 degrés, au fond du *Puits de Joseph*, dont la profondeur est de 200 pieds, le thermomètre se tient à 18 degrés. Dans les mines du Mexique, par 20 degrés de latitude, à 260 toises de profondeur, la température est de 29 degrés : ainsi l'on voit qu'elle augmente en approchant de l'équateur. Il serait bien à désirer qu'on multipliât les observations de ce genre; car il se peut que des circonstances particulières, telles que des combinaisons chi-

miques qui s'opéreraient en grand dans les entrailles de la terre, élevassent habituellement ou momentanément la température intérieure dans quelques lieux.

La température que l'on observe à la surface de la terre est celle de la couche d'air qui l'environne immédiatement, et dans laquelle nous sommes plongés. Elle varie avec les saisons ; mais quand on s'est procuré une suite d'observations embrassant plusieurs années, on fait la somme de toutes les hauteurs indiquées par le thermomètre, et on la divise par le nombre de ces observations : on obtient de cette manière une température moyenne qui paraît différer fort peu de la température intérieure de la région où l'on observe. A Paris, on trouve environ 9 degrés ; au Caire, en Egypte, 18 degrés, ce qui s'accorde avec ce qui a été rapporté ci-dessus des caves de l'Observatoire et du Puits de Joseph. A Pétersbourg, dont la latitude est d'environ 60 degrés, cette température moyenne est seulement de 3 degrés. Le point le plus septentrional où elle ait été observée est à *Wadso*, en Laponie, par 70 deg. de latitude ; on l'a trouvée de 1 deg. trois-quarts.

La température moyenne, calculée comme je viens de le dire, ne tient pas précisément le milieu entre la plus haute et la plus basse des températures observées, et dépend moins de ces températures qui n'ont lieu qu'accidentellement et pendant un temps très-court, que de celles qui règnent le plus habituellement : c'est pour cette raison que des pays dans lesquels on éprouve de plus grands froids, mais aussi de plus grandes chaleurs, peuvent avoir une température moyenne plus ou moins élevée que d'autres où la différence des extrêmes est moins considérable. La forme du pays dérange souvent la loi de décroissement que doit suivre la température en allant de l'équateur aux pôles. Les lieux situés au milieu d'une pleine basse ou abritée des vents froids par

des montagnes, ont, à latitudes égales, une température moyenne plus élevée. La hauteur du sol amène toujours un refroidissement, ainsi que je l'ai fait observer : c'est donc dans les régions basses qu'il faut chercher les lieux où la chaleur est la plus grande. Suivant M. de Humboldt, les endroits les plus chauds de la terre sont sur les rivages méridionaux de la mer des Caraïbes et au bord du golfe de *Guayaquil*, dans le grand Océan équinoxial, entre 2 et 3 degrés de latitude australe. Dans ces régions la chaleur moyenne est de 22 degrés, et le thermomètre s'y élève quelquefois jusqu'à 33. On a observé à *Belbeis*, à peu de distance des embouchures orientales du Nil, le thermomètre à plus de 42 degrés à l'ombre, mais par un vent de Sirocco qui amène un air chaud. A Pétersbourg, au contraire, le froid a fait descendre le thermomètre jusqu'à 31 degrés et demi au-dessous de zéro; alors le mercure même s'est trouvé gelé; et l'on y a observé une fois en été 27 degrés et demi au-dessus de zéro. Ces extrêmes embrassent, comme on voit, un espace de 59 degrés.

A latitudes égales et dans des positions à peu près semblables, la température de l'Amérique septentrionale est plus basse que celle de l'ancien continent. La température moyenne de *Nain*, dans la terre de Labrador, par la latitude de 57 degrés, est de 2 degrés et demi au-dessous de zéro, plus basse de 5 degrés et demi que la température correspondante de Pétersbourg, qui est pourtant plus avancé vers le pôle de 3 degrés de latitude. On trouve des différences dans le même sens pour les autres latitudes, et elles peuvent s'expliquer jusqu'à un certain point par l'état actuel du sol, comme je le dirai plus loin.

72. L'élévation du sol, quand elle a lieu par de grands intervalles, fait passer rapidement d'une température à une

autre, et particulièrement sur les cimes élancées, où le refroidissement est plus considérable que sur les plateaux, soit à cause de l'absence de toute réverbération, soit parce que les plateaux, offrant une plus grande masse aux rayons solaires, ont accumulé plus de chaleur. Sous la zone torride, M. de Humboldt a trouvé que, quand la station supérieure est sur un plateau, un degré d'abaissement dans la température répond à environ 166 toises d'élévation, et seulement à 123, quand cette station est sur une cime isolée. Suivant ce dernier résultat, la température moyenne étant au niveau de la mer de 22 degrés, serait réduite à zéro, à la hauteur de 2700 toises; et une élévation d'environ 1200 toises suffit pour produire cet effet dans les régions où la température moyenne est à peu près de 10 degrés. Les observations faites à l'hospice du Saint-Gothard donnent une température moyenne encore plus basse, puisqu'elle est à 1 degré au-dessous de zéro. Ce résultat, rapproché des températures extrêmes observées à Pétersbourg, vérifie bien la différence qui a été mise entre la température moyenne et celle qui tiendrait le milieu entre les extrêmes; car sur le Saint-Gothard, le thermomètre ne descend jamais aussi bas, ni ne s'élève aussi haut qu'à Pétersbourg; mais il s'y tient plus constamment à des degrés peu élevés. Pour faire juger des effets que l'élévation, comparativement avec l'augmentation de latitude, produit sur le refroidissement, il suffira de rapporter ici quelques-unes des températures moyennes que M. de Humboldt a conclues de ses propres observations et de celles qu'il a recueillies.

A 0°, 20°, 45°, 62°, et 65° de lat. N., ces températures sont de 22°, 21°, 10°, 3°, 0°.

Il suit de ces résultats que l'élévation sur le Saint-Gothard, dont la latitude est de 46 degrés et demi, change le climat

presque autant qu'une augmentation de 20 degrés en latitude. Si l'on veut voir l'effet de l'élévation opposé à celui des abris, il n'y a qu'à remarquer que Madrid, quoique plus méridional de 4 degrés de latitude que Gênes, a une température moyenne plus basse de 2 degrés ; et cela parce que la première de ces villes est, comme nous l'avons déjà dit, sur un plateau élevé, tandis que la seconde est située au bord de la mer, au midi de hautes montagnes qui la garantissent des vents froids.

M. de Humboldt pense qu'il ne faut pas confondre la limite des neiges perpétuelles avec la hauteur à laquelle la température moyenne est à zéro. Sous la zone torride, les neiges perpétuelles commencent à une élévation dont la température moyenne est à peu près d'un degré au-dessus de zéro ; la neige se maintient malgré cela, parce qu'il en tombe toujours plus, ou au moins autant qu'il en peut fondre ; mais dans les zones tempérées, où les météores aqueux sont beaucoup moins considérables et les jours d'été beaucoup plus longs, les neiges perpétuelles ne commencent qu'à une hauteur où la température moyenne est au moins de 3 degrés au-dessous de zéro ; plus bas, elles fondraient pendant les mois de l'été où la température diffère beaucoup de celle de l'hiver, alternative bien moins forte sous l'équateur.

On trouverait sans doute quelque différence entre la loi de décroissement de la chaleur dans les couches d'air isolées que traversent les ballons aérostatiques, et celles qui reposent sur les montagnes ; cependant l'observation faite par M. Gay-Lussac, à 3600 toises de hauteur, s'accorde assez avec les résultats obtenus sur les montagnes.

73. La chaleur se distribue, tant à la surface des mers que dans leurs profondeurs, suivant des lois dépendantes de la nature de l'eau qui s'échauffe plus facilement que l'air, et partage plus vîte sa température avec les corps environnans.

Il faut distinguer ce qui se passe sur la vaste étendue de l'Océan, et ce qui a lieu dans les mers resserrées et dans les lacs. On pense que la surface de l'Océan, dans les parages où il n'y a pas de courans ni de bas-fonds, est à peu près à la température moyenne qui appartient à la latitude de ces passages. Les observations donnent 22 degrés dans les environs de l'équateur; 17 degrés vers 26 degrés de latitude nord, et 12 et demi vers 45 degrés de la même latitude.

Sur les bas-fonds, la température de la mer baisse, même à la surface; et, sous toutes les latitudes, lorsqu'il n'y a ni courans ni bas-fonds, le thermomètre marque une température d'autant moins élevée, qu'on le plonge à de plus grandes profondeurs. M. Peron, près de l'équateur, a trouvé la température de l'eau seulement de 6 degrés à 429 brasses de profondeur (357 toises), tandis qu'à la surface, la température était de 24 deg., 8. On conçoit bien que les courans modifient ces phénomènes, puisqu'ils transportent l'eau dans des régions de températures différentes. On a déjà vu plus haut que le courant du golfe du Mexique avait une température plus élevée que les eaux environnantes, et le contraire a lieu dans un courant qui ramène, dans le grand Océan équinoxial, les eaux du détroit de Magellan.

L'Océan a aussi ses glaces perpétuelles; elles occupent les régions polaires, d'où elles s'avancent plus ou moins vers les zones tempérées suivant l'intensité du froid des hivers, et la direction des courans, soit permanens, soit accidentels; mais dans chaque hémisphère, il existe un terme auquel les navigateurs sont arrêtés par des champs de glaces fixes, après en avoir rencontré beaucoup de flottantes. Ce terme, pour l'Océan atlantique, est vers le quatre-vingtième degré de latitude boréale; et dans le grand Océan, Cook n'a pu s'avancer au-delà du soixante-onzième degré de latitude australe.

On a cru pendant long-temps que les glaces qu'on rencontrait en mer venaient toutes des rivières ; mais cette [illegible] us soutenable, sur-tout depuis les navigations [illegible] Océan austral, d'après lesquelles, s'il existe [illegible] environs du pôle, elles doivent avoir bien [illegible] ne sauraient fournir les masses énormes de [illegible] ve dans cet Océan. On y a vu des îles flottantes [illegible] illes de circuit et de plus de cinquante pieds [illegible] sus de la surface de la mer, ce qui suppose [illegible] plongée à près de six cents pieds d'épaisseur; car, [illegible], la glace ne s'élève sur l'eau douce que d'environ un quinzième de son épaisseur, et d'un douzième sur l'eau salée qui est plus pesante : à la vérité l'eau de la mer, en se gelant, se dépouille de sa salure; mais elle la conserve dans les ondes mêmes qui baignent le pied des glaces.

Dans l'hémisphère septentrional, les glaces flottantes arrivent quelquefois jusqu'auprès de l'île de Terre-Neuve, sur l'Océan atlantique, et les glaces fixes s'étendent depuis l'ouest du Spitzberg jusqu'au Groenland ; du côté de l'est, elles se rapprochent de la nouvelle Zemble, et s'avancent ensuite beaucoup plus vers le midi, puisque Cook a trouvé la mer fermée au-delà du détroit de Béerings, par 70 degrés de latitude. Il se pourrait cependant que la configuration des côtes et leur rapprochement eussent retenu les glaces en cet endroit, et que, plus au nord la mer fût libre. C'est ainsi que le passage entre le Groenland et l'Islande se trouve fermé quelquefois pendant tout l'été. Dans ces parages, les glaces qui commencent à se détacher, en avril et en mai, de la masse septentrionale, arrivent par bancs ou radeaux d'une immense étendue; et les glaçons sont si serrés, que lorsque le vent ne les sépare pas, on peut sauter de l'un à l'autre. C'est entre ces bancs que les navigateurs se trouvent souvent enfermés,

et n'ont d'autre espoir d'en sortir que par le mouvement que les vents et les courans impriment aux glaces. Dans l'hémisphère austral, les glaces flottantes paraissent beaucoup plus tôt : pendant l'été de ces régions, Cook en a rencontré vers le cinquante-sixième degré de latitude. Cette circonstance, qui avait frappé d'autres navigateurs avant lui, faisait regarder l'hémisphère austral comme sensiblement plus froid que l'hémisphère boréal ; et on croyait en trouver la cause dans le plus long séjour que le soleil fait sur ce dernier hémisphère, puisqu'il demeure environ cinq jours de plus dans les signes septentrionaux du zodiaque, que dans les signes méridionaux : on remarque aussi que l'hiver des régions australes a lieu au temps où la terre est à sa plus grande distance du soleil ; mais on peut présenter la chose d'une manière encore plus simple en considérant les températures moyennes, qui ne paraissent pas différer beaucoup, à latitudes égales, dans l'un et l'autre hémisphère. Celle de l'hémisphère austral peut être un peu plus basse, parce qu'il contient beaucoup moins de terre, et par cette raison se trouver moins éloignée des termes extrêmes, en sorte que la chaleur de l'été et le froid de l'hiver y soient moindres que dans l'hémisphère boréal. La congélation peut donc s'y maintenir plus long-temps et plus loin du pôle ; et la présence des glaces contribue ensuite à refroidir les parages où elles s'avancent, car leur approche est annoncée de fort loin par un abaissement très-sensible du thermomètre.

De l'intensité de la lumière.

74. La lumière, en passant à travers l'atmosphère, subit dans sa direction des changemens qui s'opèrent par réfraction et par réflexion, ainsi qu'on l'a dit dans la première partie, nos 37 et 41. Ceux de la dernière espèce dispersant dans tous les sens la lumière que nous envoient les corps célestes, en affaiblissent beaucoup l'éclat ; et l'air absorbe

par lui-même une certaine quantité de lumière, comme le verre et l'eau qui deviennent moins transparens lorsqu'ils ont une grande épaisseur. Les physiciens ont remarqué depuis long-temps que, sur les hautes cimes, l'air jouissait d'une transparence beaucoup plus grande qu'au niveau des plaines; que les astres y paraissaient plus brillans; « sur le Mont-Blanc, Saussure vit les étoiles en plein midi peindre le bleu foncé du ciel. Sur le col du Géant, le même observateur remarqua que les étoiles paraissaient plus petites, parce qu'elles scintillaient moins; le bleu du ciel y était très-foncé et presque noir, ce qui se conçoit aisément lorsqu'on fait attention que c'est la dispersion de la lumière, par les réflexions et les réfractions dont nous avons parlé, qui donne à l'air cette teinte qui passe successivement du bleu pâle au gris des nuages. C'est par cette même dispersion de la lumière que M. Biot a expliqué un phénomène remarqué par Saussure sur le col du Géant: l'horizon, au milieu de la nuit, paraissait entouré d'une lumière faible semblable à celle du crépuscule, mais qui ne pouvait pas être attribuée tout-à-fait à la même cause, puisqu'alors le soleil se trouvait beaucoup au-dessous du cercle crépusculaire (première partie, n° 41). Il se peut que des réflexions et des réfractions successives, en illuminant, faiblement à la vérité, toutes les parties de l'atmosphère inférieure, rendent visibles ses bords, à l'horizon, sur-tout quand la calotte supérieure est presque noire, comme cela avait lieu au point où observait Saussure.

Entre les tropiques il n'est pas besoin de s'élever pour que l'air y soit plus transparent que sous les zones tempérées; le bleu du ciel y a également plus d'intensité, les étoiles fixes y brillent d'une lumière tranquille, semblable à celle des planètes, et la scintillation ne se fait apercevoir qu'à l'horizon, nous dit M. de Humboldt. Suivant M. de la Nux,

on voit en plein jour, à l'île de Bourbon, l'étoile appelée *Sirius*, qui est, à la vérité, l'une des plus brillantes du ciel; mais ce qui n'était, pour les voyageurs du siècle passé, que l'objet de remarques générales, est devenu un sujet d'observations précises depuis que Saussure a inventé le *cyanomètre*, instrument avec lequel on peut mesurer l'intensité de la couleur bleue du ciel, le *diaphanomètre* qui en apprécie la transparence; et si l'on y joint le *photomètre* de M. Leslie, on pourra comparer la quantité de lumière que le soleil répand à des heures données sur les différens points de la surface terrestre. Déjà, sans le secours d'aucun instrument, on a remarqué des lieux où cette lumière jouit d'un éclat extraordinaire, même lorsqu'il n'y a aucun reflet; on cite à ce sujet *Pondichéry*, dans la presqu'île en-deçà du Gange, sur la côte de Coromandel.

Les changemens qui arrivent dans la densité de l'air, par les variations de sa chaleur, occasionnent des inégalités dans la réfraction qu'il fait subir aux rayons de lumière et qui les élève tantôt plus, tantôt moins; c'est ainsi que les montagnes de l'île de Corse, tantôt sont visibles des environs de Gênes, et tantôt disparaissent sous l'horizon de la mer. La réfraction augmentant avec la densité, est plus forte en général en hiver qu'en été, et la nuit que le jour; aussi les points éminens d'une vallée, vus du sommet d'une montagne plus élevée, paraissent s'abaisser après que le soleil, étant levé sur cette vallée, échauffe l'air qu'elle renferme.

Le *Mirage*, sur lequel M. Monge a fixé l'attention des physiciens, est un des jeux de lumière les plus remarquables; il paraît dû principalement à la nature et à la configuration du sol; voici en quoi il consiste: « Le terrain de la basse « Egypte est une plaine à peu près horizontale, qui, comme « la surface de la mer, se perd dans le ciel aux bornes de

« l'horizon : son uniformité n'est interrompue que par quel-
« ques éminences sur lesquelles sont situés les villages. Le
[illegible] l'aspect du terrain est tel qu'il doit être,
[illegible] les derniers villages qui s'offrent à votre
[illegible] cevez que la terre; mais dès que la surface
[illegible] mment échauffée par la présence du soleil,
[illegible] terminé à une lieue environ par une inon-
[illegible] ; les villages placés au-delà de cette dis-
[illegible] t comme des îles situées au milieu d'un
[illegible] chacun, on voit son image renversée;
« seulement comme cette image est à une assez grande dis-
« tance, les petits détails échappent à la vue, et l'on ne voit
« distinctement que les masses..... A mesure qu'on approche
« d'un village, le bord de l'eau apparente s'éloigne, et dis-
« paraît enfin entièrement; et le phénomène qui cesse pour
« ces villages se reproduit sur-le-champ pour un nouveau
« village que vous découvrez derrière à une distance conve-
« nable (1) ». M. Monge ne s'est pas borné à décrire ce phénomène : il en a donné une explication très-ingénieuse, mais qui n'est pas de nature à trouver place ici. Le même phénomène a été observé par M. de Humboldt dans les [illegible] méridionale, et il a lieu, dit-on, dans les [illegible] Bordeaux, terrain aride situé au midi de l'em-[illegible] Garonne.

De l'évaporation.

[illegible] fois, dans le cours de cet ouvrage, j'ai eu [illegible] de l'évaporation, phénomène dans lequel [illegible] diminuer de volume et disparaître en entier, [illegible] ou moins long, quand elle n'est pas renouvelée. Dans cette opération, l'eau n'est pas détruite; elle change de forme en passant à l'état de vapeur invisible, et

(1) *Mémoires sur l'Egypte*, t. 1, p. 65 et suiv.

se mêlant ou se combinant avec l'air. Les physiciens sont partagés sur ce dernier point; mais il suffit à mon sujet de savoir que l'air, suivant sa densité et sa chaleur, peut, d'une manière quelconque, se charger d'une quantité d'eau plus ou moins grande. Ce fait est l'un des mieux constatés de la physique, et l'on en a des mesures précises dans la plupart des lieux où l'on suit avec soin les observations météorologiques. On y remarque de combien s'abaisse, dans un intervalle, par une température et pour une hauteur du baromètre donnés, la surface de l'eau contenue dans un vase et exposée à l'action de l'air. On a recueilli ces résultats, mois par mois, année par année, en divers lieux de la terre, et l'on en a composé des résultats moyens dont je vais donner l'idée, d'après M. de Humboldt.

Par une chaleur moyenne de 9 degrés, il y a, dans notre zone tempérée, une évaporation de 934 millimètres ou 414 lignes par an; c'est-à-dire que la surface de l'eau s'abaisserait de cette quantité dans un vase exposé à l'air. Pour un jour, le terme moyen serait de 2, 6 millimètres ou 1 ligne un sixième. Dans la zone torride, à Cumana, sur le rivage de la mer des Caraïbes, par une chaleur moyenne de 22 degrés, l'évaporation annuelle, en ne tenant compte que des observations faites à l'ombre, doit approcher de 2780 millimètres ou 1237 lignes, et celle d'un jour va de 6 à 8 millimètres ou 3 à 4 lignes. A la Guadeloupe, l'une des îles du Vent, le terme moyen de l'évaporation en 24 heures a été trouvé de 6, 6 millimètres ou 3 lignes; à Mexico, à la hauteur de 1168 toises, et par une température de 13 à 14 degrés, l'évaporation moyenne a été de 8, 8 millimètres ou 4 lignes, en 24 heures.

L'eau combinée ainsi avec l'air, cesse d'être perceptible à nos sens, même lorsqu'elle est sur le point de revenir à sa première forme. Les physiciens ont donc imaginé un instru-

ment appelé *hygromètre*, pour découvrir la présence de l'eau dont l'air est prêt à se dépouiller, c'est-à-dire l'humidité de [illegible]mètre porté sur les hauteurs, par MM. de [illegible]umboldt, a fait voir que généralement l'hu-[illegible]minue à mesure que l'élévation augmente, [illegible]t ses résultats à la température de 20 degrés, [illegible]eau de la mer 86 de ses degrés et seulement [illegible] d'élévation (1).

[illegible]onstances de la combinaison de l'eau avec [illegible] sujet de recherches très-délicates; mais ce phénomène doit nous intéresser ici que par son effet pour maintenir à peu près l'équilibre entre la quantité d'eau que les fleuves versent dans les réservoirs où ils se déchargent et celle que perdent journellement ces réservoirs. Pour en donner une idée, je considérerai d'abord ce qui se passe sur la mer Caspienne qui ne communique avec aucune autre. La surface de cette mer est de 12 000 lieues quarrées; et comme elle est comprise dans la zone tempérée, on peut assimiler l'évaporation moyenne de sa surface à celle que j'ai indiquée ci-[illegible] pour la même zone. Suivant cette hypothèse, la mer Caspienne perdroit par an une masse d'eau ayant pour base [illegible] lieues d'épaisseur; or, la lieue quarrée con-[illegible]oo de toises quarrées, et pour n'employer [illegible]onds, je prendrai, au lieu de 414 lignes, [illegible]lume d'eau évaporée sur la lieue quarrée, [illegible] toises cubes; ainsi la surface entière perdra [illegible], ou 48 000 millions de toises cubes;

(1) *Système de Chimie* de M. Thompson, traduction française, *introduction*, page 123. J'avertis ici que j'ai tiré de cette introduction et du tome VI de cet ouvrage une grande partie de ce qui précède et de ce qui va suivre.

ce qui donne plus de 131 millions pour l'évaporation moyenne, pendant un jour, quantité qu'il faut comparer maintenant avec celle que peuvent fournir les fleuves qui se jettent dans cette mer. Dans la vue de simplifier, je supposerai que l'eau évaporée est restituée par un seul fleuve ayant 2 toises de profondeur moyenne, immédiatement avant son embouchure, et où les eaux coulent avec une vîtesse d'un pied et demi par seconde, et j'en déterminerai la largeur comme il suit. Dans une seconde, la vîtesse étant le quart d'une toise, 4 secondes seront employées à l'écoulement d'une tranche de fluide longue d'une toise; et comme le jour contient 86 400 secondes, il s'écoulera pendant ce temps une masse fluide dont la longueur sera de 21 600 toises; multipliant ce nombre par la profondeur de 2 toises, et, ne supposant d'abord qu'une largeur d'une toise, la quantité de fluide débité sera de 43 200 toises cubes. Divisant par ce dernier nombre celui qui a été donné ci-dessus, comme exprimant la quantité d'eau évaporée sur la mer Caspienne, on obtiendra 3000 toises pour la largeur du canal capable de débiter, sous les conditions proposées, cette quantité d'eau dans un jour. Il faudrait connaître la section moyenne du lit de chacun des fleuves qui se rendent à la mer Caspienne et la vîtesse moyenne de leurs eaux un peu au-dessus de leur embouchure, pour s'assurer s'ils versent dans cette mer une pareille quantité d'eau. Ces données manquent; mais le canal déterminé ci-dessus débiterait environ cent fois plus d'eau qu'il n'en passe à Paris dans l'état moyen de la Seine, puisqu'il aurait près de cinquante fois autant de largeur, une profondeur double, et que la vîtesse du fluide y serait la même. Or il ne paraît pas que les cours d'eau qui se rendent dans la mer Caspienne équivaillent tous ensemble à un pareil canal; mais il faudrait aussi tenir compte de la quantité de pluie qui tombe sur cette mer.

Les premiers calculs de ce genre qui aient été faits ont eu pour objet la Méditerranée; et l'on a trouvé que les cours d'eau qui y débouchent y portent une quantité d'eau presque égale à celle que lui enlève l'évaporation (1). Ce résultat n'est pas assez exact, si, comme quelques observations semblent l'indiquer, l'Océan verse continuellement de l'eau dans la Méditerranée; cependant, pour prononcer définitivement à cet égard, il faudrait savoir si le contre-courant qui amène les eaux à l'Océan n'établit pas une compensation. Quelque parti qu'on prenne dans cette question, on ne peut nier que l'évaporation ne soit suffisante dans un grand nombre de cas pour dépenser toute l'eau d'un fleuve lorsqu'elle vient à se répandre sur une grande surface. Franklin a fait remarquer en conséquence qu'il n'était pas exact de dire que tous les fleuves qui atteignaient le rivage de la mer y versaient leurs eaux. En effet, si la superficie du fleuve s'élargit assez à son embouchure pour que l'évaporation enlève autant de fluide que le courant supérieur en amène, le fleuve ne fournira rien à la mer, qui pourra même soutenir ses eaux en s'introduisant dans son lit. Ces considérations, quoique hypothétiques, prouvent qu'il peut être intéressant de déterminer jusqu'où les eaux d'un fleuve repoussent celles de la mer, quand celle-ci est basse. C'est par-là que l'on peut reconnaître si le fleuve verse ou non ses eaux dans la mer. Dans le premier cas, les eaux de celle-ci doivent être moins salées autour et au-dessus de l'embouchure. Cet adoucissement des eaux est très-remarquable, même à quelque distance en-dehors de l'embouchure de l'Orénoque.

77. Ce n'est pas seulement la surface des eaux courantes et stagnantes qui fournit à l'évaporation; les terres humides

(1) *Transactions philosophiques*, année 1710.

y sont soumises, les plantes comme les animaux transpirent et répandent ainsi dans l'atmosphère une grande quantité d'eau; en sorte qu'il n'existe aucun moyen pour déterminer avec exactitude la quantité totale qu'elle en reçoit annuellement dans les diverses régions de la terre.

Des météores aqueux.

78. L'eau que l'évaporation a introduite dans l'atmosphère n'y demeure pas toujours suspendue, ni dans le même état. D'abord, entièrement invisible, elle ne trouble point la transparence de l'air; mais ensuite diverses causes, au nombre desquelles on doit mettre les changemens de température, lui font prendre la forme de vapeurs visibles qui se groupent en nuages. Elle retombe sous la forme de brouillard, quand la vapeur est rassemblée en gouttelettes assez petites pour rester suspendues dans l'air: c'est, à proprement parler, le nuage qui descend sur la surface de la terre, car ceux qu'on traverse quelquefois, en parcourant des montagnes, ne présentent pas d'autre apparence; et il ne faut pas s'élever beaucoup pour cela, parce que les gros nuages que l'on voit en été se tiennent le plus souvent, en Europe, à une hauteur qui ne passe pas 600 toises. Quand, par leur réunion, les gouttelettes du nuage, devenues des gouttes, ont acquis assez de volume pour ne pouvoir demeurer suspendues, l'eau tombe en pluie; ce serait en neige si le brouillard était gelé immédiatement, et en grêle si la congélation n'avait lieu que lorsque l'eau est déjà réunie en gouttes. Le détail de tous ces phénomènes appartient à la météorologie; je n'en dois parler ici que pour montrer, ainsi que je l'ai annoncé précédemment, que les météores aqueux suffisent à l'entretien des cours d'eau, et pour indiquer par occasion les principales différences qu'y apportent les localités.

La quantité d'eau produite par ces météores, se mesure par

la hauteur à laquelle elle s'élèverait si elle était retenue sur la surface où elle tombe. On dit, par exemple, qu'il est tombé un pouce d'eau lorsqu'elle a atteint cette hauteur dans le vase où on la recueille. On a rassemblé depuis quelque temps les résultats de ce genre obtenus dans diverses contrées. M. Cotte a comparé la quantité moyenne de pluie qui tombe annuellement dans 17 lieux différens, situés entre le onzième et le soixantième degré de *latitude* nord (1). Le milieu de tous ces résultats est d'environ 29 pouces ½, mais les extrêmes sont très-différens. Suivant le tableau formé par M. Cotte,

A la Grenade, île des Antilles, par 12 degrés de latitude nord, il tombe annuellement.	105 pouces d'eau.
Au port Louis de l'Ile-de-France, par 20 degrés de latitude australe. . . .	30 pouces.
A Rome, par 42 degrés de latitude.	33 pouces ½.
A Paris, par 49 degrés de latitude.	19 pouces ½.
A Upsal, par 60 degrés de latitude . .	14 pouces ½.

En général, vers l'équateur, il tombe annuellement une plus grande quantité de pluie que dans les zones tempérées, et cependant le nombre de jours où il pleut y est moins considérable qu'ailleurs; mais aussi l'eau y tombe, pour ainsi dire, à torrens. Par des raisons à peu près pareilles, la quantité de pluie est plus considérable en été qu'en hiver. Dans les montagnes, les météores aqueux sont plus fréquens que dans les pays de plaines : parmi ces derniers, j'ai déjà cité deux contrées où il ne pleut presque point, savoir l'Egypte et une région située à l'occident des Andes; et il y en a

(1) Journal de physique, octobre, 1791, page 264.

beaucoup d'autres dans le sein de l'Afrique et de l'Asie qui offrent le même phénomène. Pour donner une idée des variétés que peuvent apporter les circonstances locales, il suffira de dire que la quantité moyenne de pluie qui tombe annuellement à Londres n'est que de 16 pouces, tandis qu'à Kendal, ville éloignée seulement de 60 lieues de la première, il en tombe 57 pouces.

M. de Humboldt a rapproché la quantité moyenne de pluie qui tombe à diverses latitudes, et la température moyenne qui leur est propre; et il a trouvé que.

Sous l'équateur, la température moyenne étant de 22 degrés, la quantité moyenne de pluie s'élève à . . . . . 90 pouces.

A 19 degrés de latitude nord, température moyenne 21 degrés, la quantité moyenne de pluie s'élève à . . . . . 75 pouces.

A 45 degrés, température moyenne 10 degrés; la quantité moyenne de pluie s'élève à 26 pouces.

A 60 degrés, température moyenne 3 degrés et demi, la quantité moyenne de pluie s'élève à 16 pouces.

79. Essayons à présent de comparer la quantité d'eau qui tombe sur la surface de la terre avec celle que fournissent les fleuves; et, pour commencer par un exemple où les données soient moins conjecturales, occupons-nous du bassin de la Seine. Son étendue étant de 2500 lieues contient environ vingt mille millions de toises quarrées, sur lesquelles il tombe annuellement 20 pouces d'eau, ce qui produit environ 5500 millions de toises cubes. La Seine, mesurée dans un endroit où elle est réunie en un seul bras, avant de sortir de Paris, a 400 pieds de largeur et 5 de profondeur moyenne; ce

qui forme une surface de 2000 pieds (1). La vîtesse moyenne des eaux étant supposée d'un pied et demi par seconde, il doit passer par cette surface 3000 pieds cubes en une seconde, [illegible] toises cubes en 24 heures, et environ 440 millions en un an. Au-dessous de Paris, la Seine reçoit encore l'Oise et plusieurs autres rivières qui toutes ensemble y versent un volume d'eau à peu près égal à celui qu'on vient de calculer; ainsi la Seine portant à la mer, dans un an environ, [illegible] millions de toises cubes d'eau, y verse à peine le sixième des eaux qui tombent dans son bassin; les autres cinq sixièmes sont absorbés par les végétaux ou rendus à l'air par l'évaporation. Il suit de là que, pour entretenir à peu près la même quantité d'eau en circulation entre la terre et l'atmosphère, sur le bassin de la Seine, il suffit que la partie versée dans l'Océan soit remplacée sur le produit de l'évaporation des mers.

Ce que l'on vient de voir pour le bassin de la Seine a lieu d'une manière analogue pour ceux des autres fleuves; d'après un calcul approximatif, la quantité d'eau versée annuellement par tous les fleuves est d'environ 320 lieues marines cubes, et la quantité moyenne de pluie tombant annuellement sur la surface de la terre est de 1220 lieues marines cubes : le premier de ces nombres n'est pas tout-à-fait le sixième du second, ce qui s'accorde avec le résultat obtenu pour le bassin de la Seine.

Quoique ces calculs ne puissent être regardés que comme des aperçus grossiers, jusqu'à ce que des observations multipliées nous aient procuré des données plus exactes, ils prouvent dès à présent que la chûte des météores aqueux, combinée avec l'évaporation, suffit pour rendre raison de la formation des

(1) *Traité du mouvement des eaux*, par Mariotte, second discours.

cours d'eau et de leur entretien, sans qu'il soit besoin de recourir à de grands réservoirs d'eau, placés dans l'intérieur de la terre, non qu'il ne puisse exister quelques canaux souterrains par lesquels des eaux se déchargent dans les mers au-dessous de leur surface; mais ce ne serait que des accidens particuliers. L'Océan a, pour réparer ses pertes, soit le volume d'eau qu'y versent les fleuves, soit les météores aqueux qui tombent sur sa surface. S'il n'y a pas compensation, si l'eau, qui s'unit aux corps solides, n'est pas rendue libre par d'autres combinaisons, la quantité d'eau inhérente à notre globe doit diminuer annuellement; mais on observe depuis trop peu de temps ces divers phénomènes, pour en tirer aucune induction probable.

Des vents. 80. Ce sont les vents qui distribuent sur la surface terrestre les eaux répandues dans l'atmosphère, en transportant un grand volume d'air d'une région dans une autre. Cet air, ainsi transporté, conserve encore une partie des qualités qu'il avait acquises dans la région où il a *séjourné* le plus long-temps: il est froid si la région d'où il vient a une température plus basse que celle où il arrive; il est en général plus chargé d'eau s'il vient de l'Océan, que s'il a traversé des régions sèches ou des plages arides. A la partie occidentale du milieu de l'Europe, par exemple, le vent de nord-est qui n'y parvient qu'en passant sur un grand espace de terre dont le climat est de plus en plus froid, est en général sec et fait baisser la température, tandis que le vent d'occident amenant dans ces régions l'air qui reposait sur l'Océan, est fréquemment accompagné de pluie, et que le vent du midi, qui a traversé des régions plus chaudes élève la température. Tout ceci ne doit s'entendre que d'un état général, susceptible de quelques exceptions qui sont entièrement du ressort de la météorologie et dont je ne parlerai pas, mon but n'étant ici

que de montrer comment la connaissance des vents importe à la géographie physique, en tant que leur action détermine en grande partie la nature du climat. Ce qu'on vient de lire suffit pour faire concevoir les effets du Kamsin (page 318), vent qui amène jusqu'aux confins de l'Egypte l'air qui a reposé sur les déserts brûlans et arides du centre de l'Afrique. Ce même air est transporté sur la Méditerranée et dans le midi de l'Italie, par le vent de Sirocco ou du sud-est. A l'inspection des cartes on pourrait croire que tous les vents compris entre le sud-est et le sud-ouest auraient la même qualité; mais il paraît qu'il n'en est pas ainsi, et l'on pourrait en donner plusieurs explications, soit en considérant l'effet des chaînes de l'Atlas, sur lesquelles doivent passer les vents du sud pour arriver en Italie, soit en observant qu'il peut y avoir dans l'air, comme sur l'Océan, des plages où les courans changent de direction.

Toutes les grandes chaînes de montagnes arrêtent les courans qui ont lieu dans la partie basse de l'atmosphère, ou, les forçant à s'élever, elles les refroidissent (n° 72) et les obligent souvent à abandonner l'eau dont ils étaient chargés : voilà comment, en général, les formes du terrain, lorsqu'elles sont très-prononcées, peuvent influer sur le climat et sur les météores aqueux. Ceux-ci toujours plus abondans près des montagnes en font, pour ainsi dire, des réservoirs d'où sortent les eaux destinées à l'arrosement des régions moins élevées; ainsi c'est à l'élévation de la contrée où le Nil prend sa source, et à l'effet de cette élévation sur les vents qui y règnent, que sont dues les pluies périodiques, capables de fournir à l'entretien de ce grand fleuve. Il est donc utile d'examiner dans chaque pays la succession des vents, les qualités qui leur sont propres; c'est-à-dire, leur effet sur la température de l'air, sur la quantité d'eau qu'il absorbe ou qu'il abandonne,

et leur correspondance avec les météores aqueux. Sur l'Océan et les mers, la connaissance des vents n'est pas moins importante, puisqu'elle sert de base à la navigation.

81. L'observation a fait ranger les vents en trois classes, savoir : ceux qui soufflent constamment dans une même direction, ou du moins à peu près ; ceux qui sont périodiques ; et enfin, parmi les vents irréguliers, ceux qui, soufflant plus fréquemment que les autres, sont appelés *vents dominans*.

J'ai déjà eu occasion de parler des *vents alisés*, qui règnent constamment, entre les tropiques, sur l'Océan atlantique et le grand Océan (page 349). Au nord de l'équateur, leur direction moyenne est le nord-est, et dans leurs variations ils ne s'en écartent que d'un ou deux rumbs, vers le nord ou vers le sud : au midi de l'équateur, leur direction moyenne est le sud-est. Dans le passage de la région du vent alisé sud-est à celle du vent alisé nord-est, il y a une zone où ni l'un ni l'autre de ces vents ne règne, et où ils sont remplacés par des calmes entre-mêlés de violens orages. Cette zone s'étend du deuxième au cinquième degré de latitude nord, sauf quelques variations qui paraissent suivre la marche du soleil vers l'un ou l'autre tropique. Cette zone peut être appelée la limite intérieure des vents alisés ; leurs limites extérieures sont encore plus variables : on a remarqué qu'ils règnent plus au nord sur les côtes d'Amérique que sur celles d'Afrique ; que là, leur direction décline de plus en plus vers l'est, et que leur force diminue.

Le phénomène des vents alisés a depuis long-temps occupé les physiciens qui en ont indiqué diverses causes. On paraît adopter aujourd'hui, au moins comme la principale, la raréfaction de l'air occasionnée par la présence continuelle du soleil sur la zone torride. L'air échauffé, tendant à s'élever dans la partie supérieure de l'atmosphère, ne presse plus au-

tant les colonnes latérales, et laisse arriver ainsi, dans la partie inférieure, celui qui se trouvait placé sur des parallèles plus éloignés de l'équateur. Or, la masse d'air, en tournant avec le globe, acquiert, dans chacun de ses points, après un certain temps, une vîtesse de rotation proportionnelle au rayon du parallèle décrit par ce point, et par conséquent d'autant moindre que ce parallèle est plus avancé vers le pôle. Si donc le fluide est transporté vers l'équateur, avant qu'il ait pu acquérir la vîtesse propre au parallèle qu'il va décrire, il reste en arrière des corps qui ont cette vîtesse, et les frappe dans une direction contraire à celle de leur mouvement; et comme celle-ci est de l'ouest à l'est, la première est de l'est à l'ouest. De plus, le fluide ayant par son déplacement une vîtesse dans le sens du méridien, elle doit modifier le sens de l'impulsion dont je viens de parler, en le détournant un peu vers le nord ou vers le sud, selon la région de laquelle ce fluide est parti. Je renvoie aux traités de physique pour les détails de cette explication (1).

82. Les vents périodiques les plus remarquables sont ceux que, dans la mer des Indes, on appelle *moussons*, dont la région, commençant au dixième degré de latitude méridionale, s'étend plus ou moins au nord de l'équateur, suivant les parages. Tous les six mois ils passent à la direction opposée; et l'époque à laquelle ce changement s'opère est annoncée par des vents variables, et des ouragans qui rendent la navigation périlleuse pendant cet intervalle.

La côte de l'Arabie, au fond de la baie d'Oman, le vent [illegible] sud-ouest pendant les mois d'avril, mai,

(1) On peut consulter aussi le *Système de Chimie* de M. Thomson, traduction française, tome 6, page 46.

juin, juillet et août, et du nord-est, pendant ceux d'octobre, novembre, décembre, janvier et février.

Le long des côtes occidentales de l'île de Sumatra, les vents sont du sud-est pendant les mois de mai, juin, juillet, et du nord-ouest pendant novembre, décembre et janvier. Ici l'intervalle rempli par les vents variables est plus long.

Dans l'espace compris entre la presqu'île orientale de l'Inde, l'île Bornéo et les terres adjacentes, le vent vient du sud-est, depuis avril jusqu'à la fin de juin, et prend la direction contraire depuis octobre jusqu'à la fin de février. Ces moussons règlent le temps des voyages à la Chine, qui deviennent impraticables lorsque la mousson est contraire: il faut alors alonger excessivement le trajet, en passant en dehors des Philippines, et des îles adjacentes à la Nouvelle-Guinée.

La navigation de la mer Rouge doit également se régler sur les moussons; car le vent y souffle du nord-ouest depuis le mois d'avril jusqu'à celui d'octobre, et du *sud-est pendant* le reste de l'année; sa direction est sensiblement parallèle à celle des côtes de cette mer. Voilà les moussons les plus marquées ou celles dont la durée est la plus longue; on trouve encore des vents de cette espèce sur les côtes d'Afrique et même sur celles d'Amérique, situées dans la zone torride; mais leur détail me mènerait trop loin.

83. Parmi les vents périodiques, il faut ranger ceux qu'on appelle *brise de terre* et *brise de mer*, qui se succèdent alternativement, entre les tropiques, sur un grand nombre de côtes, soit des continens, soit des îles. La brise de mer contribue beaucoup à rendre supportable la température dans les lieux où elle souffle sous la zone torride, et principalement dans les îles; car elle souffle assez généralement depuis dix heures du matin jusqu'à six heures du soir, intervalle qui

comprend l'époque de la plus grande chaleur; et comme ce vent passe sur la mer, qui est moins échauffée que la terre, il répand sur celle-ci une fraîcheur agréable : les côtes de la Méditerranée jouissent aussi pendant l'été d'une légère brise de mer. La brise de terre, soufflant depuis sept heures du soir jusqu'à huit heures du matin, remplit presque en entier le reste du temps.

La prodigieuse variété que présente le cours des vents, s'oppose à ce que j'entre ici dans le détail de tout ce que comporterait ce sujet, pour lequel il faut consulter les ouvrages qui en traitent spécialement (1). On sent en effet que, puisqu'il suffit d'un changement de température pour occasionner une variation dans la pesanteur spécifique de l'air, et par suite le déplacement de ses couches, et que la précipitation de l'eau, lorsqu'elle quitte la forme de vapeur élastique en se condensant, produit dans l'atmosphère un vide vers lequel se porte l'air environnant; on sent, dis-je, que ces deux causes et d'autres que peut-être nous ne connaissons point, se succédant et se combinant, de proche en proche, d'une infinité de manières, produisent dans le règne des vents cette foule de bizarreries qui les a rendus le symbole de l'inconstance. Non seulement il souffle en même temps des vents divers dans des contrées diverses; mais dans la même contrée, on rencontre plusieurs vents selon la hauteur à laquelle on se place : c'est ce que les [illegible]nsions aérostatiques ont pleinement constaté. L'air, en [illegible]t dans les vallées, en suivant les chaînes de montagnes, [illegible]uve des effets analogues à ceux que les parois du [illegible]ère exercent sur les eaux; on doit donc d'autant [illegible] reconnaître les effets du courant principal,

(1) *Traité des moussons de l'Inde*, par Forrest, et *Tableaux des vents, des courans et des marées*, par Romme.

qu'on se trouve plus loin du fil de ce courant et environné d'un plus grand nombre d'obstacles qui le modifient. Dans les régions libres, et là où les causes des grands courans ont le plus d'effet, la régularité reparaît; c'est ce qui a lieu pour les vents alisés, et ce qui probablement donne une assez grande uniformité à la succession des phénomènes météorologiques dans plusieurs régions de la zone torride : il semble même que c'est dans ces régions qu'il faut d'abord étudier la météorologie, pour avoir quelque espérance d'en découvrir les lois générales, altérées par une foule de causes accidentelles dans les zones tempérées. Tout ce qu'une longue suite d'observations a pu faire connaître dans celles-ci, c'est que, parmi les diverses directions que prennent les vents, il y en a quelques-unes qui sont beaucoup plus fréquentes que d'autres. A Paris, par exemple, suivant M. Cotte, le vent du sud-ouest, dans une année commune, souffle pendant 173 jours, tandis que le vent d'est ne souffle que 10. A Londres, le vent du sud-ouest souffle 112 jours, et le vent du nord seulement 16; nombres qui se rapprochent assez de ceux qui ont été trouvés à Paris : mais dans des lieux moins éloignés, cet ordre est souvent interverti, ainsi qu'on peut le voir dans les recueils d'observations météorologiques. Il y a des contrées où la disproportion des nombres qui marquent combien de jours les divers vents ont soufflé, est beaucoup moins considérable. A Pétersbourg, par exemple, le vent d'ouest, qui paraît le plus fréquent, ne souffle que pendant 72 jours de l'année, et le vent de sud-est qui est le moins fréquent souffle pendant 30. En vain a-t-on voulu supposer une correspondance entre les courans de l'air et le mouvement de la lune, en assimilant ces courans à ceux du flux et reflux. M. de la Place a prouvé que les espèces de marées produites dans l'atmosphère, par l'action de la lune, sont très-peu sensibles, puisque l'élévation et l'abais-

sement du fluide, qui auraient lieu dans les 24 heures, ne feraient pas varier la hauteur du baromètre d'une demi-ligne.

Pour terminer ce que j'ai à dire sur les vents, il me reste à donner une idée de leur puissance, ce que je ferai en rapportant quelques observations sur leur vîtesse, et sur la force de leur impulsion contre une surface d'un pied carré. Dans ce qu'on peut appeler un vent doux, l'air parcourt de 66 à 83 pouces dans une seconde, et son impulsion sur la surface dont j'ai parlé pourrait soutenir un poids de 10 à 16 gros.

Dans un vent élevé, la vîtesse varie de 41 à 48 pieds; la force impulsive, de 74 à 101 onces.

Enfin, dans un ouragan qui renverse les édifices et déracine les arbres, la vîtesse s'élève à 138 pieds par seconde (plus de 29 lieues par heure), et l'impulsion à 52 livres (1).

Du climat physique des régions.

84. Le mot *climat* n'a eu dans le principe que la signification astronomique expliquée dans le n° 26 de la première partie; mais il paraît que, dans ces derniers temps sur-tout, on l'applique à la réunion des qualités variables de l'atmosphère dans chaque région, en sorte que l'acception de ce mot s'est beaucoup étendue dans un sens physique. On dit que le climat d'une région est froid, ou tempéré, ou brûlant, selon que la température y est basse, ou moyenne, ou élevée. Ce même climat est sec ou humide, selon que les météores aqueux y sont plus ou moins fréquens, plus ou moins forts, et que l'eau répandue sur la surface du sol, se dissipe plus ou moins promptement par la nature de cette surface et la manière dont elle est disposée pour beaucoup dans cette dernière circonstance. Si [illegible] pentes où les eaux se rassemblent en [illegible] il les absorbe par sa nature sablonneuse, [illegible] et que les vents balaient continuellement sa

(1) [illegible] *Dissertations philosophiques*, 1759, page 165.

surface, l'eau n'y séjourne pas; mais souvent aussi il devient aride. Quand au contraire il est bas, ou qu'il n'a pas de pente bien marquée, ou que sa nature est tenace et argileuse, l'eau y demeure plus long-temps. Enfin s'il est couvert d'épaisses forêts ou d'une végétation vigoureuse qui le dérobe à l'action des vents, l'évaporation s'y fait lentement; et ce concours de circonstances rend alors le climat insalubre, parce qu'il se dégage des eaux stagnantes, et des débris de plantes et d'animaux en putréfaction, des gaz délétères, qui, quoique mêlés à l'air en quantité trop petite pour être appréciables par les moyens chimiques, exercent une action dangereuse sur l'économie animale.

Cette insalubrité de l'air a été long-temps un paradoxe pour la chimie, tant que l'on s'en est tenu aux expériences directes de l'*eudiométrie*, par lesquelles on analyse l'air atmosphérique. On le trouvait toujours composé de gaz oxigène et de gaz azote, dans des proportions très-peu variables, quels que fussent la saison, le lieu, la hauteur où on l'eût recueilli; on y rencontrait seulement quelquefois une très-petite quantité de gaz acide carbonique : mais MM. Thenard et Dupuytren ont tenté des expériences inverses; et, en mêlant à de l'air ordinaire de très-petites quantités *de gaz hydrogène sulfuré*, qui par lui-même est très-délétère, ils ont composé un gaz dans lequel on ne pouvait plus reconnaître la présence du premier, et agissant néanmoins encore d'une manière fâcheuse sur les animaux que l'on y plongeait.

Voilà comment tant de contrées fertiles, ornées d'une belle végétation, dévorent pour ainsi dire leurs habitans : tel est le climat de Batavia, dans l'île de Java; celui de beaucoup de parties des côtes de l'Amérique méridionale, le long de la mer des Caraïbes; celui d'un grand nombre

de lieux en Europe, au moins pendant la saison chaude, après de grandes pluies ou des inondations. Certaines cultures, celles du riz, par exemple, qui exigent que l'on tienne le sol inondé pendant quelque temps, produisent les mêmes effets, qui d'ailleurs semblent n'appartenir qu'aux eaux dont la surface n'est pas renouvelée par de grands mouvemens; car on ne les a point remarqués sur l'Océan, soumis à tant d'agitations de la part des courans et des vents : et ce que l'on vient de dire montre le rôle important que jouent ces derniers sur le climat considéré dans le sens le plus étendu du mot.

85. Les diverses circonstances des sols et des climats dont je viens de présenter une énumération rapide, doivent former les principaux traits de la description des régions terrestres. Déjà quelques voyageurs savans et exacts se sont attachés à recueillir les observations nécessaires pour rendre cette description aussi complète qu'il est à désirer. M. de Volney, qui s'était imposé cette tâche dans son intéressant voyage en Egypte et en Syrie, avait encore imaginé d'y faire concourir nos agens diplomatiques, pour lesquels il avait rassemblé dans une suite de questions, bien ordonnée, les divers renseignemens qu'ils devaient se procurer sur la géographie physique, le climat et la statistique du pays où ils étaient en mission. Ce fut la matière d'une instruction qu'il rédigea sur un plan qu'on peut lire dans les leçons d'histoire qu'il a données à l'école normale, et que M. Miot, alors commissaire des relations extérieures, fit passer aux ambassadeurs et ministres de France près des puissances étrangères. M. de Volney a mis lui-même ce plan à exécution dans son *Tableau du sol et du climat des Etats-Unis;* et le voyage de M. de Humboldt ne manquera pas d'exciter aux mêmes recherches, dont il offre un grand nombre de résultats importans. En

accoutumant les voyageurs à considérer l'influence que l'élévation du sol, la direction des chaînes de montagnes exercent sur la température et la végétation, il les rendra attentifs à décrire et à mesurer ces circonstances. Toutefois, je ne pense pas qu'il soit possible d'en faire la seule base d'une division méthodique de la surface terrestre; car les régions élevées ne forment que des espèces d'îles, la plupart du temps fort éloignées les unes des autres, et qu'il faudrait néanmoins rapporter à une même division lorsqu'elles offriraient la même température et des productions analogues; et ensuite comment grouper les sols inférieurs qui les séparent, et dont le climat ne dépend que de la latitude où ils sont placés? L'esprit se formerait difficilement le tableau de divisions aussi morcelées et aussi disparates; il n'en est pas de même des espaces circonscrits par les lignes élevées du terrain, qui sont rentrantes en elles-mêmes et contiguës. C'est pour cela qu'il m'a semblé indispensable de les employer à la division primordiale de la surface terrestre, et de ne faire des autres que l'objet de remarques générales.

De la géographie des plantes.

86. C'est principalement sous le point de vue des productions végétales que les régions de même température et de même exposition doivent être rapprochées; c'est donc dans l'application de la géographie à la botanique et à l'agriculture, que ces considérations doivent trouver place; elles offrent le plus grand intérêt dans l'*Essai sur la géographie des plantes* de M. de Humboldt, où l'on voit comment une plante qui exige une température modérée, et qui par cette raison ne peut croître dans la zone torride que sur un sol élevé, descend à mesure qu'on s'éloigne de l'équateur; comment des situations abritées font reparaître à une latitude assez avancée des plantes équatoriales. M. de Candolle, dans l'édition qu'il a donnée de la *Flore française* de M. de la

Marck, trace la marche des plantes dans l'espace compris entre l'Océan, les Pyrénées, la Méditerranée, les Alpes et le Rhin. Il a remarqué que les plantes propres à la partie méridionale de cet espace s'approchent davantage vers le nord, du côté de l'ouest, que du côté de l'est, ce qui s'accorde avec les lois de la température; mais le contraire a été observé par Arthur Young, relativement à quelques plantes cultivées pour leur fruit, telles que la vigne, le maïs (ou blé de Turquie) et l'olivier. Les deux premières cessent d'être cultivées en grand dans les lieux où les chaleurs de l'été ne sont pas assez fortes pour mûrir leur fruit; la limite particulière à la vigne est la plus septentrionale, et s'avance beaucoup vers le nord, en allant de l'ouest à l'est. La limite du maïs est sensiblement parallèle à la précédente, mais placée plus au sud. La limite de la culture de l'olivier est la plus méridionale de toutes; et l'inspection de la carte fait voir qu'elle est principalement déterminée par les montagnes, qui forment des abris tournés vers le sud-est (1).

Il y aurait encore de grandes divisions à établir sur la surface terrestre, par la seule considération de la physionomie des végétaux; et si cette idée, que M. de Humboldt a développée avec étendue dans ses *Tableaux de la nature*, où il a rangé sous dix-neuf classes les formes qu'offrent ces êtres organiques, était saisie par un artiste observateur, elle fournirait le sujet de dessins du plus grand intérêt par eux-mêmes, et d'après lesquels on pourrait donner plus de vérité à toutes les représentations des scènes où l'on veut indiquer des contrées particulières.

---

(1) Voyez le discours préliminaire du second volume de la troisième édition de la *Flore française*, et la carte qui l'accompagne.

De la géographie des animaux.

87. La distribution des races d'animaux sur le globe, leurs migrations, le rapport de leurs habitudes, de leur nature, de leurs formes, avec le climat où ils vivent, le sol qui les nourrit, introduisent les considérations géographiques dans cette partie de l'histoire naturelle que l'on nomme *zoologie*. L'ensemble de ces considérations pourrait former une *géographie des animaux*, comme le règne végétal a fait naître celle des plantes.

L'homme dont la constitution, beaucoup plus souple que celle de tous les êtres organisés, se plie à tous les climats, tiendrait le premier rang dans cette géographie. En le considérant à part des institutions sociales, on ferait remarquer la diversité des races dont se compose l'espèce entière, diversité qui est aujourd'hui bien constatée, quoiqu'on ignore si elle tient à des souches distinctes ou aux changemens que le climat et la manière de vivre ont pu apporter au type primitif de l'espèce. Si l'on voulait embrasser tout ce qui se rapporte à sa constitution physique, comme l'histoire des maladies auxquelles il est sujet, à raison du sol et du climat qu'il habite, l'effet de ces circonstances sur la *loi* de mortalité, on serait ramené par-là aux institutions sociales, qui entrent pour beaucoup dans tous ces résultats. Enfin, ces mêmes institutions donnent naissance aux arts et au commerce, qui peuvent former aussi leur géographie, en classant les régions suivant les matières premières qu'elles fournissent ou qu'on y façonne.

Au reste tous ces objets sont plus clairement exposés dans des tableaux que par de longs discours; et c'est de la même manière que doit être traitée la *statistique*, science qui réunit aux objets que je viens d'énumérer, l'évaluation de leur produit monétaire, celle des revenus des états et de leurs forces respectives.

De la géographie des minéraux et de la géologie.

88. Les arts tirent des entrailles de la terre une grande partie des matériaux qu'ils emploient; les différentes sortes de pierres qui servent à construire nos édifices ou à les orner, et la rechèrche des métaux, si importante pour la société, en fixant l'attention sur les substances que renferme l'intérieur du globe, ont fait entrer dans la description des régions celle des minéraux qu'elles contiennent et de leur arrangement; et dès qu'on a pénétré au-dessous de la surface du globe, soit par des excavations faites de main d'homme, soit par les cavernes et les escarpemens des rochers, on a dû être frappé, tantôt de la disposition régulière des couches, tantôt de l'espèce de désordre qu'elles présentent. On ne tarda pas à remarquer ensuite dans un grand nombre de ces couches, des débris de plantes ou d'animaux qui ont dû occuper, dans d'autres temps, la surface de la terre, ou vivre, les uns dans l'eau douce, les autres dans l'eau salée. Des productions marines se sont rencontrées à plus de 2000 toises au-dessus des mers actuelles. D'après ces faits, comment se défendre du désir de connaître les états successifs par lesquels la terre a passé pour arriver à celui qu'elle nous présente aujourd'hui? et quand les traditions de la plupart des peuples parlent de déluges, de grands espaces de terre qui ont dû disparaître, de mers intérieures qui ont forcé les digues naturelles qui les contenaient, il est tout simple que l'imagination mette en œuvre ces données. Mais tant qu'on se livre à des systèmes prématurés, la *géologie* ne mérite pas le nom de science, puisque rien n'est enchaîné d'une manière durable, et [illegible] aucun principe généralement admis. Quelle [illegible] des dépouilles des animaux, quand on ne sait [illegible] non des analogues vivans, dans quelle con- [illegible] ers se trouvent, et s'ils habitent les rivières ou [illegible] n'est donc qu'après une connaissance bien déve-

loppée des êtres actuellement existans sur la terre, qu'on peut tirer des conséquences justes de la présence des *animaux fossiles*, qui sont les monumens les plus authentiques et les plus instructifs des révolutions qu'a subies notre globe; mais, pour arriver à ce point, il ne faut pas se borner à des observations générales faites sur de grandes masses très-éloignées les unes des autres. Les opérations de la nature, quoique variées, ont, pour qui sait les scruter, des principes communs que l'on aperçoit mieux en étudiant dans tous ses détails un phénomène bien circonscrit, duquel on ne manque pas de tirer des lumières importantes sur tous ceux avec lesquels il peut avoir des rapports. Telles sont les vues qui ont dirigé MM. Cuvier et Brongniart, dans les belles recherches qu'ils viennent de faire sur une grande partie du bassin de la Seine. Le premier, à qui l'anatomie comparée doit un si grand avancement, a porté dans l'examen des animaux fossiles une précision inconnue jusqu'alors, et est parvenu à en recomposer un grand nombre, dont il a déterminé les rapports avec les familles actuellement existantes; car, ce qui est bien remarquable, les espèces auxquelles ont dû appartenir ces animaux ont entièrement disparu du globe. Ce résultat bien constaté et l'absence totale de dépouilles humaines, dans ces débris des temps antérieurs, semblent annoncer un état bien différent de celui que nous voyons aujourd'hui; ce qui doit d'autant moins surprendre que, dans un espace très-resserré, MM. Cuvier et Brongniart ont reconnu, d'une manière certaine, que le même local occupé par la mer, l'a été ensuite par des eaux douces qu'il a dû être entièrement à sec, et que la mer y est ensuite revenue au moins jusqu'à deux fois; révolutions qui ont précédé de beaucoup les temps historiques; et cependant il ne s'agit ici que des terrains *tertiaires* ou de troisième formation, suivant

les géologues. Ces découvertes faites dans des lieux explorés depuis long-temps par les plus habiles naturalistes, montrent ce qu'on peut attendre d'une bonne méthode d'observer, et font désirer que l'on mette à profit les indications que M. Cuvier a données sur ce sujet (1).

(1) *Mémoires de la classe des sciences physiques et mathématiques de l'Institut*, premier semestre de 1807, pag. 137.

APPENDICE.

Des services qu'un voyageur peut rendre à la géographie.

C'est aux voyageurs à remplir, suivant les sciences auxquelles ils se livrent plus particulièrement, les divers cadres que je viens de tracer; mais lorsqu'ils parcourent des régions peu connues, tous peuvent et doivent s'attacher à en déterminer les positions, et se persuader que, pour en donner une première esquisse, il ne faut pas un travail bien compliqué : un peu d'attention dans la tenue de leurs journaux de route, et la détermination de quelques points principaux, suffisent pour réformer des cartes qui ne sont encore que conjecturales, et fournir un canevas qui se rectifie par les combinaisons auxquelles donnent lieu les nouveaux voyages.

J'ai supposé, dans la première partie de cet ouvrage, des connaissances de *géométrie* et de *trigonométrie élémentaire* : ainsi l'on ne doit pas s'attendre à trouver ici l'exposition des procédés pour lever un plan, ou pour prendre des relèvemens à la boussole. D'ailleurs, la première de ces opérations ne saurait s'exécuter pour l'ensemble des contrées qu'embrasse un grand voyage. C'est plutôt, comme je l'ai dit (page 154), par l'estime du chemin qu'on a parcouru pour se rendre d'un lieu à un autre, et par la direction qu'on a suivie, qu'on fixe les positions respectives des lieux; mais la mesure actuelle d'une longue route est impraticable : pour l'évaluer, on compte le temps employé à la parcourir, soit à pied, soit à cheval. Pour cela, on détermine, par des distances connues ou mesurées, la valeur de son pas, et cette valeur sert de terme de comparaison dans les autres manières de voyager. La boussole offre un moyen

facile de connaître les directions des routes, mais peu susceptible de précision, et de plus il faut en déterminer fréquemment la déclinaison, en la comparant avec une méridienne (page 49), ou en observant les amplitudes du soleil (page 52). C'est pourquoi il est bien à désirer que les voyageurs lui substituent un sextant ou un cercle de réflexion, instrumens que l'on construit aujourd'hui avec beaucoup d'exactitude, quoique sous de petites dimensions. On peut d'abord s'en servir pour observer l'azimuth des points importans (page 55), ou pour déterminer une première direction : on n'aura plus ensuite qu'à mesurer, à chaque détour bien marqué, l'angle compris entre la direction que l'on quitte et celle que l'on prend. En joignant à l'un de ces instrumens un horizon artificiel, qui n'est, à proprement parler, qu'un miroir garni de deux niveaux, on peut observer les latitudes avec beaucoup de précision, prendre des hauteurs du soleil pour connaître l'heure vraie (page 51), régler par ce moyen une montre, et si cette montre était un bon chronomètre, on trouverait les différences de longitude; la longitude elle-même se déterminerait par des distances de la lune au soleil ou aux étoiles : enfin, il ne faudrait pas manquer d'observer les éclipses de soleil ou de lune, et même celles des satellites de Jupiter, si l'on était muni de lunettes assez fortes pour cela. Il est à propos de remarquer ici que celui qui voyage par terre, n'ayant pas besoin du résultat de ses observations pour connaître et diriger sa route, n'est pas obligé de les calculer, mais seulement de les noter avec soin dans son journal telles qu'il les a faites, sans se permettre la moindre altération afin qu'on puisse mieux juger de leur exactitude. Elles seront ensuite discutées lorsqu'il s'agira de rédiger le voyage ou de construire les cartes auxquelles il aura donné lieu. En général, en multipliant les combinaisons de

distances et d'angles entre les divers objets qu'il apercevra, le voyageur obtiendra un grand nombre de vérifications pour le tracé des routes et des configurations, sur-tout quand ces angles seront pris avec assez de précision pour offrir des différences sensibles par de petits déplacemens. On prendra une idée de ce genre de travail dans l'appendice de la relation du voyage d'Entrecasteaux, par M. Beautemps-Beaupré qui, en substituant le cercle de réflexion à la boussole dans les relèvemens, a considérablement perfectionné cette partie de l'hydrographie.

Dans les pays de montagnes, on peut souvent prendre des bases verticales, c'est-à-dire observer un même point de plusieurs autres placés à différentes hauteurs, et la grande distance à laquelle s'étend l'horizon, multiplie les combinaisons d'angles dont je viens de parler. A la mesure des angles de dépression ou des angles de hauteur qui fixent la position des points dans un plan vertical, il faut joindre l'observation des azimuths de ces points, afin d'orienter ce plan et de compléter ainsi la détermination des points proposés. La partie astronomique du voyage de M. de Humboldt offre des exemples remarquables d'opérations de ce genre, pour lesquelles ce savant voyageur a profité des grandes montagnes qui dominent le plateau du Mexique; et de cette manière il a déterminé, par rapport à la ville de Mexico, la position du port de la Veracruz, sur laquelle il existait encore une incertitude assez grande.

Le baromètre sert à mesurer les différences de niveau dont se composent les bases verticales: les formules pour calculer ces différences d'après les observations, sont aujourd'hui rapportées dans un si grand nombre d'ouvrages, que je me suis cru dispensé d'en parler dans le mien; mais il n'est peut-être pas inutile de rappeler ici un conseil que donne M. de Humboldt, aux voyageurs qui se proposent de parcourir

des régions où les arts ne sont point cultivés. Quelque soin qu'on ait mis à rendre le baromètre portatif, il n'est pas encore à l'abri des accidens, et lorsqu'on ne peut les réparer, on manque des observations importantes; il semble qu'on diminuerait beaucoup les risques du transport, en revenant au premier procédé employé par Pascal. Sans doute il ne faudrait pas s'en servir pour mesurer de petites différences de niveau, même de grandes dans les pays où l'on pourrait opérer avec plus de précision; mais tel qu'il est, il avait donné sensiblement la hauteur du Puy-de-Dôme, et pourrait faire connaître de même celle des montagnes situées dans les contrées où l'on ne saurait parvenir que difficilement. Ce procédé consiste à porter, séparément avec soi, du mercure et plusieurs tubes de verre fermés hermétiquement par un bout. Chaque fois que l'on veut connaître la hauteur du mercure dans un lieu, on remplit un de ces tubes, on en bouche avec le doigt l'extrémité ouverte, on le renverse ensuite pour plonger cette extrémité dans un vase contenant aussi du mercure, après avoir appliqué contre ce tube une règle bien divisée, et sur laquelle on lit la hauteur de la colonne du fluide qu'il renferme.

Toutes les relations ne présentent point, comme celles de M. de Humboldt, des observations astronomiques multipliées; la crainte d'éveiller la défiance des peuplades qu'ils traversent, s'oppose trop souvent au zèle des voyageurs, ainsi que l'ont éprouvé Hornemann et Mungo Parck. Makenzie, qui le premier, je crois, nous a donné le détail de sa route, quoique moins gêné par les circonstances, n'a fait usage que de la boussole; mais on peut encore, je le répète, tirer un grand parti de ces renseignemens quand il s'agit de pays peu connus.

Des cartes qui accompagnent cet ouvrage.

Avant de terminer cet appendice, je dois dire quelques mots des cartes que M. Lapie a bien voulu construire pour faciliter la lecture de la seconde partie de mon ouvrage. Elles sont au nombre de cinq; la première, celle du bassin de la Seine, se rapporte aux pages 195 et 251. La seconde et la troisième composent une mappemonde projetée sur l'horizon de Paris; elles tiennent d'abord lieu de la figure 62 de la première partie, et se rapportent aux pages 102 et 171; ensuite elles sont destinées, pour la seconde partie, à montrer l'ensemble des régions terrestres, et spécialement les grandes îles et les principaux archipels qui ne sont pas adjacens à l'un ou à l'autre continent (page 259); et il faut bien remarquer que les deux parties de cette carte comprennent toute la surface du globe, parce que ce sont deux hémisphères opposés.

Il n'en est pas de même des cartes de l'*ancien* et du *nouveau continent*, quoique chacune embrasse un hémisphère. Le premier est toujours plus ou moins morcelé sur les mappemondes ordinaires; voulant le montrer dans son entier, afin de faire mieux saisir l'ensemble de ses contours et de ses presqu'îles (pages 198 et 201) j'ai cherché à placer le globe de manière que ce continent eût à la fois toutes ses parties au-dessus de l'horizon et même les îles qui lui sont adjacentes: et pour cela j'ai vu qu'il fallait prendre le centre de la carte à 20 degrés de latitude nord, et à 70 de longitude orientale du méridien de Paris. L'horizon de ce point ne laissant en dehors qu'une partie très-étroite de la Nouvelle-Hollande, on pouvait l'insérer dans la carte comme une portion du développement de l'hémisphère inférieur. Il n'était pas difficile de représenter le nouveau continent dans son entier; mais pour le placer au milieu de l'hémisphère, montrer ses connexions avec l'ancien continent et les régions polaires arctiques, j'ai

pris le centre de cette carte à 20 degrés de latitude nord, et à 90 degrés de longitude occidentale du méridien de Paris. Cette carte et la précédente ne représentent donc point des hémisphères opposés ; mais les portions de mer qu'elles laissent de côté, principalement vers le pôle austral, ne sont occupées que par quelques îles dont on peut prendre une idée dans l'hémisphère austral de la petite mappemonde projetée sur l'horizon de Paris.

Je dois dire ici que ce que j'ai fait pour me procurer une représentation plus complète de l'ancien et du nouveau continent, l'a été par Boulanger, pour construire une mappemonde qui rassemblât dans un de ses hémisphères le plus de terre possible, et rendît plus sensible le rapport d'étendue de la terre et de la mer. Il a trouvé que pour atteindre ce but, il fallait prendre le centre de la carte sur le méridien de Paris, à 45 degrés de latitude nord. Dans la plupart des atlas, c'est ordinairement par une carte réduite qu'on montre l'ensemble de la surface terrestre ; mais cette projection défigure trop les contrées éloignées de l'équateur, pour en faire un tableau qui puisse donner une idée des formes et des situations respectives de ces régions.

La projection des cartes de l'ancien et du nouveau continent étant déterminée, M. Lapie a mis tous ses soins à y faire entrer les meilleurs matériaux et les découvertes les plus récentes ; il a profité des voyages de Billings, Broughton, Lewis et Clarke, Dentrecasteaux, Baudin, Azara, des nombreuses déterminations de M. de Humboldt, des meilleures cartes espagnoles et anglaises ; enfin, il s'est servi des recherches qui lui sont propres, tant sur l'île de Madagascar, dont il a publié une carte construite d'après des renseignemens nouveaux, que sur les régions comprises entre la mer Noire, la

mer Caspienne et le golfe Persique, par rapport auxquelles il a fait un grand travail pour dresser une carte de Perse par la réunion des connaissances anciennement acquises sur ce pays, et de celles que donnent les itinéraires des officiers attachés à la dernière ambassade française.

La petitesse de l'échelle ne permet pas que ces détails aient ici la même valeur que dans les cartes originales dont ils sont tirés; cependant plusieurs sont encore très-sensibles. Il n'a pas été possible non plus d'écrire tous les noms rapportés dans le texte; mais ceux qu'on trouvera sur la carte indiqueront assez l'emplacement de ceux qui sont omis, pour qu'on puisse les chercher dans des cartes plus détaillées.

Les formes du terrain ont été indiquées sans exagération et indépendamment de tout système géologique. Les chaînes de montagnes sont tracées d'après les observations des voyageurs ou les informations qu'ils ont prises. Là où elles manquent, on a laissé du blanc, et les lignes ponctuées qui marquent les limites des pentes vers l'océan et des bassins des mers intérieures, ont été tracées d'après les cours d'eau (page 196). Ces limites ne forment encore sur la surface terrestre que des divisions du premier ordre, mais elles font voir ce que seraient celles qui résulteraient des bassins des fleuves et des rivières.

FIN.

TABLE I.

Longueur qu'il faut donner au degré de longitude sur chaque parallèle, ou nombre de milles nautiques contenus dans ce degré.

OBSERVATION. Cette table dont la formation est indiquée dans le n° 57, 1re partie, peut servir à construire les projections indiquées dans les nos 80 et 81, 1re partie. Par les raisons exposées dans le n° 42, 1re partie, on y a négligé, ainsi que dans les deux tables suivantes, l'aplatissement de la terre.

Lat.	Milles.	Lat.	Milles.	Lat.	Milles.	Lat.	Milles.	Lat.	Milles.	Lat.	Milles.
1	59,99	16	57,67	31	51,43	46	41,68	61	29,09	76	14,51
2	59,96	17	57,38	32	50,88	47	40,92	62	28,17	77	13,50
3	59,92	18	57,06	33	50,32	48	40,15	63	27,24	78	12,48
4	59,85	19	56,73	34	49,74	49	39,36	64	26,30	79	11,45
5	59,77	20	56,38	35	49,15	50	38,57	65	25,36	80	10,42
6	59,67	21	56,01	36	48,54	51	37,76	66	24,41	81	9,38
7	59,56	22	55,63	37	47,92	52	36,94	67	23,44	82	8,35
8	59,42	23	55,23	38	47,28	53	36,11	68	22,48	83	7,32
9	59,26	24	54,81	39	46,63	54	35,27	69	21,50	84	6,28
10	59,09	25	54,38	40	45,96	55	34,41	70	20,52	85	5,23
11	58,89	26	53,93	41	45,28	56	33,55	71	19,53	86	4,18
12	58,69	27	53,46	42	44,59	57	32,68	72	18,54	87	3,14
13	58,46	28	52,97	43	43,85	58	31,79	73	17,54	88	2,09
14	58,22	29	52,47	44	43,16	59	30,90	74	16,54	89	1,05
15	57,95	30	51,96	45	42,43	60	30,00	75	15,53	90	0,00

TABLE II.

Superficie des quadrilatères sphériques, comprenant un degré en longitude et un degré en latitude. (Voyez nos 59 et 115, 1re partie.)

Latitude.	Lieues quarrées.	Latitude.	Lieues quarrées.	Latitude.	Lieues quarrées.	Latitude.	Lieues quarrées.	Latitude.	Lieues quarrées.	Latitude.	Lieues quarrées.
°		°		°		°		°		°	
0	399,98	15	385,45	30	344,65	45	280,36	60	196,97	75	100,15
1	399,86	16	383,52	31	341,05	46	275,34	61	190,86	76	93,38
2	399,62	17	381,48	32	337,35	47	270,23	62	184,70	77	86,57
3	399,25	18	379,33	33	333,55	48	265,05	63	178,48	78	79,74
4	398,76	19	377,05	34	329,65	49	259,78	64	172,20	79	72,89
5	398,16	20	374,66	35	325,64	50	254,43	65	165,87	80	66,02
6	397,42	21	372,16	36	321,54	51	249,00	66	159,50	81	59,12
7	396,58	22	369,55	37	317,34	52	243,50	67	153,07	82	52,21
8	395,60	23	366,82	38	313,04	53	237,92	68	146,60	83	45,28
9	394,51	24	363,98	39	308,65	54	232,28	69	140,08	84	38,34
10	393,30	25	361,03	40	304,16	55	226,56	70	133,52	85	31,38
11	391,97	26	357,97	41	299,58	56	220,77	71	126,92	86	24,42
12	390,51	27	354,82	42	294,91	57	214,92	72	120,28	87	17,45
13	388,94	28	351,52	43	290,15	58	209,00	73	113,60	88	10,47
14	387,25	29	348,14	44	285,30	59	203,01	74	106,89	89	3,49
15		30		45		60		75		90	

TABLE III.

Latitudes croissantes ou longueurs qu'on doit donner aux divisions du méridien dans les cartes réduites.

1° L'usage de cette table est indiqué dans les nos 85, 106, 1re partie.

M.	D.	Long.	D.	Long.	D.	Long.	D	Long	D.	Long.	D.	Long.	D.	Long.	D.	Long
0	0	0	6	666	12	725	18	1098	24	1484	30	1888	36	2318	42	2782
10		10		680		735		1109		1495		1900		2330		2795
20		20		380		746		1119		1506		1911		2343		2809
30		30		390		756		1130		1517		1923		2355		2822
40		40		400		766		1140		1528		1935		2368		2836
50		50		410		776		1151		1539		1946		2380		2849
0	1	60	7	421	13	787	19	1161	25	1550	31	1958	37	2393	43	2863
10		70		431		797		1172		1561		1970		2405		2877
20		80		441		807		1183		1572		1981		2418		2890
30		90		451		818		1193		1583		1993		2430		2904
40		100		461		828		1204		1594		2005		2443		2918
50		110		471		838		1214		1605		2017		2456		2932
0	2	120	8	482	14	848	20	1225	26	1616	32	2028	38	2468	44	2946
10		130		492		859		1236		1628		2040		2481		2960
20		140		502		869		1246		1639		2052		2494		2974
30		150		512		879		1257		1650		2064		2506		2988
40		160		522		890		1268		1661		2076		2519		3002
50		170		532		900		1278		1672		2088		2532		3016
0	3	180	9	542	15	910	21	1289	27	1684	33	2099	39	2545	45	3030
10		190		552		921		1300		1695		2111		2558		3044
20		200		562		931		1311		1706		2123		2571		3058
30		210		573		941		1321		1717		2135		2584		3072
40		220		583		952		1332		1729		2147		2597		3087
50		230		593		962		1343		1740		2159		2610		3101
0	4	240	10	603	16	973	22	1354	28	1751	34	2171	40	2623	46	3116
10		250		613		983		1364		1762		2184		2636		3130
20		260		623		993		1375		1774		2196		2649		3144
30		270		634		1004		1386		1785		2208		2662		3159
40		280		644		1014		1397		1797		2220		2675		3173
50		290		654		1025		1408		1808		2232		2688		3188
0	5	300	11	664	17	1035	23	1419	29	1819	35	2244	41	2702	47	3203
10		310		674		1046		1429		1831		2256		2715		3217
20		320		684		1056		1440		1842		2269		2728		3232
30		330		695		1067		1451		1854		2281		2741		3247
40		340		705		1077		1462		1865		2293		2755		3262
50		350		715		1088		1473		1877		2306		2768		3276

Suite de la table des latitudes croissantes.

M.	D.	Long.	D.	Long.	D.	Long.	D.	Long.	D.	Long.	D.	Long.	D.	Long.
0	48	3291	54	3865	60	4527	66	5323	72	6335	78	7745	84	10137
10		3566		3882		4547		5348		6367		7793		10234
20		3521		3899		4568		5373		6400		7842		10334
30		3537		3916		4588		5398		6435		7892		10437
40		3552		3933		4608		5423		6467		7942		10543
50		3567		3950		4629		5448		6500		7994		10652
0	49	3582	55	3967	61	4649	67	5474	73	6534	79	8046	85	10765
10		3597		3985		4670		5500		6569		8099		10881
20		3412		4003		4691		5526		6603		8152		11002
30		3428		4021		4712		5552		6638		8207		11127
40		3443		4038		4733		5578		6674		8262		11257
50		3459		4056		4754		5604		6710		8318		11392
0	50	3474	56	4074	62	4775	68	5631	74	6746	80	8375	86	11533
10		3490		4092		4796		5658		6782		8433		11679
20		3506		4110		4818		5685		6819		8492		11832
30		3521		4128		4839		5712		6856		8552		11992
40		3537		4146		4861		5739		6894		8614		12160
50		3555		4164		4883		5767		6932		8676		12334
0	51	3569	57	4183	63	4905	69	5794	75	6970	81	8739	87	12522
10		3585		4201		4927		5822		7009		8803		12719
20		3601		4219		4949		5851		7048		8869		12927
30		3617		4238		4972		5879		7088		8936		13149
40		3633		4257		4994		5908		7128		9004		13587
50		3649		4275		5017		5937		7169		9074		13641
0	52	3655	58	4294	64	5039	70	5966	76	7210	82	9145	88	13917
10		3681		4313		5062		5995		7251		9218		14216
20		3698		4332		5085		6025		7293		9292		14543
30		3714		4351		5108		6055		7336		9368		14906
40		3731		4370		5132		6085		7379		9446		15311
50		3747		4389		5155		6115		7423		9525		15770
0	53	3764	59	4409	65	5179	71	6146	77	7467	83	9606	89	16300
10		3780		4429		5202		6177		7512		9689		16926
20		3797		4448		5226		6208		7557		9774		17694
30		3814		4468		5250		6240		7603		9861		18682
40		3831		4488		5275		6271		7650		9951		20075
50		3848		4507		5299		6303		7697		10043		22458

TABLE IV. *Conversion des anciennes mesures en nouvelles.*

Nombres de mesures.	Lieues marines en kilom.	Toises en mètres.	Pieds en mètres.	Pouces en mètres.	Lignes en mètres.	Lieues mar. quarrées en kilomètres quarrés.	Arp. Eaux et For. en hec. ou perches quarrées en ares.	Arp. de Paris en hectares ou perches quarrées en ares.	Toises quarrées en mètres quarrés.	Pieds quarrés en mètres quarrés.	Toises cubes en mètres cubes.	Pieds cubes en mètres cubes.
1	5,5556	1,949014	0,32484	0,027070	0,002256	30,864	0,510720	0,341887	3,798744	0,105521	7,40389	0,0342773
2	11,1111	3,89807	0,64968	0,054140	0,004512	61,728	1,021440	0,683774	7,597487	0,211041	14,80778	0,0685545
3	16,6667	5,84711	0,97452	0,081210	0,006768	92,593	1,532060	1,025661	11,396231	0,316562	22,21167	0,1028318
4	22,2222	7,79615	1,29936	0,108280	0,009024	123,457	2,042880	1,367548	15,194975	0,422083	29,61556	0,1371090
5	27,7778	9,74519	1,62420	0,135350	0,011280	154,321	2,553600	1,709435	18,993718	0,527604	37,01945	0,1713863
6	33,3333	11,69422	1,94904	0,162419	0,013536	185,185	3,064320	2,051322	22,792462	0,633124	44,42334	0,2056636
7	38,8889	13,64326	2,27388	0,189489	0,015792	216,049	3,575040	2,393209	26,591205	0,738645	51,82723	0,2399408
8	44,4444	15,59230	2,59872	0,216559	0,018048	246,914	4,085760	2,735096	30,389949	0,844166	59,23112	0,2742181
9	50,0000	17,54133	2,92356	0,243629	0,020304	277,778	4,596480	3,076983	34,188693	0,949686	66,63501	0,3084953
10	55,5556	19,49037	3,24840	0,270699	0,022560	308,642	5,107200	3,418870	37,987436	1,055207	74,03890	0,3427726

Mesures de poids, tonneau de mer, 2000 livres, ou 979kil. — La livre, 0kil.489506.
Mesures astronomiques et physiques : 1 heure ancienne, 0h 41′ 67″ décimales. — 1 minute, 69″,4 décimales. 1 seconde, 1″, 16 décimales.
1 degré vaut 1 l, 1111. — 1′ vaut 1′,852. — 1″ vaut 3″08.
1 degré du thermomètre de Réaumur vaut 1d,25 du thermomètre centigrade.

TABLE V. *Principales mesures géographiques anciennes et modernes, rapportées à la toise et au mètre.*

	TOISES.	MÈTRES.
Mille romain, cité dans Pline.	757,5	1476,4
Mille de Strabon, suivant Cassini.	766	1492,7
Stade égyptien, suivant Fréret et Leroi (*Ruines des monumens de la Grèce*), et qui paraît être celui de 500 au degré.	114	222,2
Le même, suivant M. Nouet, astronome de l'expédition française en Egypte	118,5	230,7
Stade des anciens Romains, de 625 pieds romains, et		
Stade olympique, estimé la 8e partie du mille romain.	94,7	184,6
Stade de Ptolémée, de 700 au degré. . . .	81,4	158,7
Stade égal au 10e du mille romain	75,7	147,6
Stade de 1100 au degré (1)	51,8c	101
Schœne égyptien, estimé 4 milles romains .	3030	5905,6
Rast des Germains, valant 2 lieues gauloises, et		
Parasanges des Perses, ou		
Agash des Turcs, toutes ces mesures étant évaluées à trois milles romains, ce qui revient à peu près à 25 au degré	2272,4	4429,2
Lieue des Germains, ou *de Scandinavie*, valant 2 rasts.	4545	8858,4
Lieue gauloise		
Grand mille arabique, usité au temps des croisades, mesures estimées à un mille romain et demi.	1136	2214,5
Lieue marine, de 20 au degré.	2851	5555,5
Mille géographique ou *nautique*, de 60 au deg.	950	1851,8
Lieue commune de France, de 25 au deg.	2280	4444,4
Petite lieue des environs de Paris, ou lieue de poste	2000	3898,1
Lieue d'une heure de chemin	2500	4872,5
Mille ou *lieue d'Allemagne*, contenant 2000 perches ou verges du Rhin	3866	7527

N. B. Assez ordinairement on compte le mille d'Allemagne sur le pied de 15 au degré, ce qui ne donnerait pour sa valeur que 3800 toises; mais, sur ce pied, la conversion des milles d'Allemagne en lieues marines est très-facile, puisqu'il suffit d'ajouter au nombre des premières le tiers de ce nombre pour obtenir celui des secondes; ainsi 36 milles d'Allemagne équivaudraient à 48 lieues marines.

(1) Tous ces stades, comme la plupart des autres mesures, sont tirés des cartes de d'Anville. A la tête de la nouvelle traduction française de Strabon, on trouvera l'opinion de M. Gossellin sur l'origine astronomique de ces stades, et les valeurs qu'il leur assigne en conséquence.

	TOISES.	MÈTRES.
Nous ferons observer que la perche ou verge dont se compose la lieue d'Allemagne indiquée ci-dessus, contient 12 pieds du Rhin; que le pied du Rhin est égal à 0,967 du pied français, et à 0,314 du mètre: ainsi la perche du Rhin vaut 11 pieds, 6, ou 3 m., 776.		
Lieue d'Espagne, contenant 4 milles romains anciens; il faut environ 19 de ces lieues pour faire un degré	3030	5905,6
N. B. Cette mesure est de même valeur que le schœne égyptien, rapporté plus haut.		
Grande lieue d'Espagne, estimée 5 milles romains	3787,5	7382
Mille romain moderne, suivant Boscowich. .	764	1489,1
Mille d'Angleterre, d'environ 69 au degré. .	830	1617,7
Mille grec moderne, *Mille turc*, et *Werst commune de Russie*, estimée 7 stades olympiques,	663	1292
Autre *werst de Russie*, de 500 sagènes. . .	547	1066,1
Coss de l'Inde, d'environ 37 au degré. . .	1541	3003
Lis chinois, contenant 1800 *tché* suivant Pingré, (*Description de Péking*).	295	575
Le chemin que fait une caravane dans une heure est évalué par d'Anville à environ	1900	3073
La journée de caravane est estimée de 8 à 9 lieues communes de France, ou 35 à 40 kilomètres.	pieds.	mètres.
Brasse. Mesure que les marins emploient dans leurs sondes.	5	1,624

DES MESURES ANGLAISES.

Les mesures anglaises étant employées dans un très-grand nombre de Voyages, je rappellerai le procédé que j'ai donné, page 137, pour convertir les milles anglais en milles géographiques : j'y ajouterai que le pied anglais, qui contient 304 mmè,7, est à peu près les $\frac{12}{13}$ du pied français ; en sorte qu'en retranchant autant d'unités qu'il y a de fois 13 dans un nombre de pieds anglais, on aura assez exactement le nombre correspondant de pieds français.

La *verge* est composée de trois pieds anglais, et vaut 0mè,915, c'est-à-dire, qu'en retranchant un dixième d'un nombre de verges, on aura à peu près le nombre correspondant des mètres.

L'*acre*, qui est la mesure agraire, est à peu près les $\frac{4}{5}$ de l'arpent de Paris, et vaut 40 res, 46. En retranchant donc d'un nombre d'acres le cinquième de ce nombre, on le convertira en arpens de Paris.

Les Anglais se servent du thermomètre de Farenheit, dans lequel le terme de la glace est à 32°, et celui de l'eau bouillante à 212; l'intervalle qui est de 180, répond à 80° dans le thermomètre de Réaumur, et à 100° du thermomètre centigrade : ainsi chaque degré de Farenheit est les $\frac{8}{18}$ ou $\frac{4}{9}$ du degré de Réaumur, et $\frac{10}{18}$ ou $\frac{5}{9}$ du degré centésimal.

Il suit de là que pour *réduire les degrés de Farenheit à ceux de Réaumur, il faut en ôter* 32, *prendre les* $\frac{4}{9}$ *du reste, ou d'abord la moitié, et retrancher ensuite le* 9e *de cette moitié : en l'ajoutant, au contraire, on aura la conversion en degrés centésimaux.*

Exemple : De 56° ôtant 32, reste 24, dont la moitié est 12; le 9e de cette moitié est 1° $\frac{1}{3}$: en le retranchant, il reste 10° $\frac{2}{3}$ de Réaumur; et en l'ajoutant, on obtiendra 13° $\frac{1}{3}$ centésimaux.

Les poids anglais sont : { la livre troy . . . . . } { 372,6 / 453,1 } grammes.
{ la livre aver du poise. }

TABLE ALPHABÉTIQUE
DES MATIÈRES,

Contenant l'explication des termes de la géographie mathématique et physique.

N. B. J'ai fait usage, dans plusieurs circonstances, de la nomenclature et des définitions proposées par M. de Fleurieu, à la suite du Voyage du capitaine Marchand, et par M. Vallongue, dans le n° 5 du *Mémorial topographique et militaire*, du dépôt de la guerre.

Affluens, p. 135, cours d'eau qui se déchargent dans un autre plus considérable.

Amphisciens ou *Asciens*, p. 31, habitans de la zone torride, dont les ombres, à midi, sont alternativement tournées vers l'un et vers l'autre pôle.

Amplitude ortive ou occase, p. 52, arc compris entre le point est ou le point ouest de l'horizon et un astre qui se lève ou qui se couche.

Angle horaire, p. 52, angle compris entre le méridien d'un lieu et celui qui passe instantanément par un astre.

Année sydérale, p. 35, durée de la révolution annuelle de la terre, comparée aux étoiles, c'est-à-dire, intervalle de temps qui ramène le soleil dans la même situation par rapport aux étoiles.

Année tropique, p. 34, durée de la révolution de la terre dans son orbite, ou, ce qui revient au même, intervalle qui s'écoule entre le passage du soleil à l'un des équinoxes, et son retour apparent au même point.

Antipodes, p. 5, habitans de lieux situés aux deux extrémités d'un diamètre terrestre, et dont les pieds sont par conséquent opposés.

Antœciens, p. 31, habitans de lieux placés sur le même méridien, l'un au nord de l'équateur, l'autre au midi, à des latitudes égales.

Archipel. Voyez *Iles*.

Arsacides, (terre des) p. 162, fait partie des îles Salomon.

Asciens. Voyez *Amphisciens*.

Asie, p. 202, division arbitraire de l'ancien continent.

Atlas, p. 127, collection de cartes reliées en un ou plusieurs volumes.

Atterrissemens, p. 329, terrains formés par le dépôt que les eaux courantes ou agitées laissent en se retirant.

Avalanches ou *lavanges*, p. 292, masses de neiges et de glaces qui se détachent des cimes des hautes montagnes et roulent dans les vallées, entraînant quelquefois avec elles des blocs considérables de rochers.

Axe, p. 8, ligne autour de laquelle un corps exécute un mouvement de rotation, c'est-à-dire, tourné sur lui-même.

Axe optique, p. 97, rayon visuel, perpendiculaire au tableau sur lequel se fait la projection.

Azimuth, p. 53, angle que fait un cercle vertical quelconque avec le méridien.

B

Baie, p. 198. Voyez *Golfe*.
Bancs, p. 194, endroits où la mer a moins de profondeur qu'aux environs; ils peuvent être de sable ou de rochers. Il y en a à fleur d'eau, d'autres qui couvrent et découvrent à chaque marée; d'autres enfin sur lesquels il y a beaucoup d'eau, tel est celui de Terre-Neuve. *Voyez* p. 358.
Barres, p. 343, amas de sable accumulés en travers de l'embouchure de certaines rivières.
Bassin, p. 195, espace de terre qui fournit des eaux à un cours d'eau.
Enumération des principaux *bassins* de l'Europe et de l'Asie, p. 207.
— de l'Afrique, p. 220.
— de l'Amérique septentrionale, p. 232.
— de l'Amérique méridionale, p. 235.
Détail du *bassin* de la Seine, 250.
Bateau du Loch, p. 162. Voyez *Loch*.
Berge. Voyez *Cours d'eau*.
Boussole, p. 86, 154 et 161, instrument qui sert à reconnaître la direction d'une ligne ou d'une route, à l'égard du méridien magnétique indiqué par une aiguille d'acier aimantée, qui tourne librement sur un pivot.
Brasses, p. 180, mesures de longueur en usage pour exprimer les profondeurs de la mer, déterminées par la sonde. Voyez la table v.
Brise. Voyez *Vents*.

C

Cadre d'une carte, p. 2. Voyez *Châssis*. Ce cadre varie suivant la projection de la carte. Voyez le mot *Projection*.
Calotte sphérique, p. 116, portion retranchée de la surface d'une sphère, par un plan.
Canaries, p. 76, îles de l'océan Atlantique boréal, adjacentes à l'Afrique.
Canopus, p. 15, étoile très-brillante, ou de la première grandeur, située dans la partie australe du ciel.
Cap, p. 201, partie saillante du rivage de la mer, qui prend aussi les noms de *promontoire* et de *pointe*. On a cherché à circonscrire la signification de chacun de ces mots; mais les bizarreries de l'usage n'ont pas permis de la fixer d'une manière bien tranchée. On a proposé d'appeler *cap* toute avance considérable sur la mer, formée par des terres élevées ou par la terminaison d'une chaîne de montagnes; de donner le nom de *pointe* aux saillies peu considérables et assez peu élevées, et de réserver le mot *promontoire* pour désigner les grandes saillies formées par des terres basses.
Cartes plates, p. 120, cartes dans lesquelles les méridiens et les parallèles sont représentés par des lignes droites perpendiculaires entre elles, et où l'on n'a aucun égard à la courbure de la terre.
Cartes réduites, p. 122, cartes dans lesquelles les méridiens et les parallèles sont des lignes perpendiculaires entre elles, et où l'on fait croître les degrés de latitude dans un rapport inverse de celui que suit sur le globe la diminution des degrés de longitude.
Cartes générales ou géographiques, p. 125, celles qui représentent un grand état ou une portion considérable du globe.
Cartes particulières ou chorographiques, p. 125, celles qui représentent une étendue médiocre, comme une province, un département.
Cartes marines ou hydrographiques, p. 165, celles qui représentent spécialement les côtes et les diverses parties de la

mer. Voyez *Cartes* réduites et *Cartes* plates.

Cartes topographiques, p. 125, celles qui n'embrassant qu'une petite étendue de terrain, en présentent les détails et en expriment les formes.

Cartes à grand point, p. 125, celles qui n'embrassent que peu de pays, sous de grandes dimensions.

Cartes à petit point, p. 125, celles où l'on représente beaucoup de pays sous de petites dimensions. Cette dénomination et la précédente sont particulièrement employées pour les cartes marines.

Casbine, p. 40, ville située à quelque distance au sud de la mer Caspienne. Détermination de sa longitude.

Cascade. Voyez *Cours d'eau*.

Cassiopée, p. 56, constellation.

Cavernes, p. 297, excavations naturelles dans les montagnes.

Cercle d'illumination, p. 24, celui qui sépare à chaque instant, sur le globe terrestre, la partie éclairée par le soleil, de celle qui ne jouit point de la présence de cet astre.

Cercles polaires, p. 29, cercles parallèles à l'équateur, qui embrassent l'espace privé des rayons du soleil lorsqu'il est au solstice de l'hémisphère opposé. Ils circonscrivent les zones glaciales.

Cercle polaire arctique, p. 30, celui qui enveloppe le pôle arctique.

Cercle polaire antarctique, p. 30, celui qui enveloppe le pôle antarctique.

Cercle répétiteur, p. 64, instrument propre à mesurer les angles, et dont la construction permettant d'ajouter un angle à lui-même autant de fois qu'on le veut, rend sensibles les petites fractions qui entrent dans sa mesure.

Cercle des hauteurs, p. 88, quart de cercle mobile, dont une des extrémités peut se fixer sur tel point du méridien que l'on veut, et qui sert, par ce moyen, à mesurer les hauteurs des divers points du globe au-dessus de l'horizon.

Cercles azimutaux, p. 117, cercles perpendiculaires à l'horizon et passant tous par le zénith. On les appelle aussi verticaux.

Cercles almicantarats, p. 117, cercles parallèles à l'horizon.

Cercle des crépuscules, p. 173, cercle parallèle à l'horizon, placé au-dessous, marquant la limite de l'abaissement du soleil à la fin du crépuscule. Voyez *Crépuscule*.

Chaînes, p. 193. Voyez *Montagnes*.

Châssis d'une carte, assemblage des lignes qui représentent les méridiens et les parallèles, ou en général qui servent à fixer les positions des points qu'elle doit comprendre. La construction du châssis dépend de la projection qu'on emploie, ou de la méthode dont on se sert pour placer ces points sur la carte.

Chersonèse, nom grec d'une presqu'île.

Chutes ou *Cascades*, page 329. Voyez *Cours d'eau*.

Climats, p. 30 et 145, dans l'acception astronomique, divisions de la terre par des cercles parallèles à l'équateur, fondées sur la durée du jour solsticial.

Climats, p. 361, 389, dans l'acception physique, ce qui a rapport à la température, à l'humidité ou à la sécheresse, aux vents dominans, enfin à l'ensemble des phénomènes météorologiques d'une région.

Comètes, p. 14, astres qui ne font que des apparitions plus ou moins longues, dont le disque est souvent mal terminé, la lumière pâle et diffuse.

Compas de mer, p. 154, boussole dont se servent les marins pour reconnaître la direction que suit le navire dans sa course. Ces

instrument se nomme aussi *compas* de route. Voyez *Boussole.*

Compas (pointe du), p. 154, division de la rose des vents.

Conjonction (en), p. 36, position de la lune lorsqu'elle est entre le soleil et la terre, sur la ligne qui joint ces deux corps.

Constellations, pag. 28, groupes d'étoiles fixes.

Continens, p. 197. On nomme ainsi les plus grandes portions de terre sur le globe. Ce ne sont, dans le fait, que de très-grandes îles.

Continent (ancien), ses divisions physiques, p. 198.

Continent (nouveau), ses divisions physiques, p. 229.

Couchant, p. 9, partie de l'horizon dans laquelle les astres semblent se plonger dans leur mouvement diurne apparent. Voyez *Ouest.*

Coucher des astres, p. 6. C'est l'instant de leur disparition dans l'horizon. Voyez *Lever.*

Coupe ou *Profil*, p. 38, dessin pris dans l'intérieur de l'objet à représenter, ou qui le montre de côté.

Courans (contre-courans), p. 334, ceux qui sont opposés au fil de l'eau.

Courans des mers, p. 348.

Cours d'eau, pag. 194. Les plus considérables se nomment *fleuves;* cependant l'usage en fait appeler quelques-uns de cette espèce, *rivières;* la rivière des Amazones, par exemple, quoique le mot *rivière* soit, à proprement parler, la désignation des *cours* d'eau d'une moindre importance. Après les rivières viennent les *ruisseaux*, qui prennent le nom de *torrens* lorsque leur *cours* est rapide; d'ailleurs, le torrent est le plus souvent un *cours* d'eau passager qui n'existe que pendant les grandes pluies ou la fonte des neiges. La cavité qu'occupe un *cours* d'eau en est *le lit;* les bords s'appellent *rives* quand ils sont peu élevés ou que le *cours* d'eau n'est pas *encaissé;* dans le cas contraire, ils se nomment *berges.* Le *fil* de l'eau est sur la largeur du fleuve, la ligne où le courant a plus de rapidité. Lorsque le lit d'un cours d'eau est interrompu par des rochers ou change brusquement de niveau, il s'y forme une *cascade* ou une *chute.*

Cratères, pag. 3. Voyez *Volcans.*

Crépuscule, p. 53, lueur due à la réflexion des rayons du soleil par l'atmosphère terrestre, soit avant le lever de cet astre, soit après son coucher.

Cyanomètre, p. 372, instrument inventé par Saussure pour mesurer l'intensité de la couleur bleue du ciel.

D

Déclinaison, p. 48, distance de l'équateur au parallèle décrit par un astre.

Déclinaison de l'aiguille aimantée ou *variation* de la boussole, p. 161. C'est l'angle que fait cette aiguille avec le méridien.

Défaut d'une carte, p. 124, ce qu'on entend par *défaut* d'une carte, relativement à sa projection.

Degré du méridien, p. 60, ce qu'on doit entendre par un degré sur une courbe quelconque.

Degré du méridien, sa valeur moyenne, p. 72.

Delta, p. 329, espace triangulaire formé par atterrissement entre les bouches d'un fleuve.

Déserts, p. 317, l'idée que nous en donne M. de Volney.

Dépression, p. 400, c'est-à-dire abaissement. Les angles de *dépression* sont ceux que forment, avec une ligne horizontale, les rayons visuels menés d'un point à ceux qui lui sont inférieurs.

Dessins et cartes, leur objet, p. 1. Voyez *Cartes.*

Dewahk, p. 135, coudée du Nil. Voyez *Nilomètre.*

Diaphanomètre, p 372, instrument inventé par Saussure pour mesurer la transparence de l'air.
Distance de deux points; comment la plus courte se mesure sur la sphère, p. 81.
Dunes, p. 341, monticules de sable sur le bord de la mer.

E

Eaux, p. 294. Les eaux rassemblées sur la surface du globe se divisent en eaux courantes et en eaux stagnantes.
Eaux minérales, p. 361.
Echelle d'une carte, comment on la détermine, p. 131.
Eclipse de lune, p. 37. C'est le passage de cet astre dans l'ombre de la terre, qui le prive en tout ou en partie de la lumière qu'il nous réfléchit.
Eclipse de soleil, p. 37, circonstance dans laquelle la lune intercepte la vue du disque de cet astre ou seulement d'une portion, à quelques parties de la terre.
Eclipse centrale, p. 43, éclipse dans laquelle le centre du soleil, celui de la lune et l'observateur se trouvent sur la même ligne.
Eclipses annulaires, p. 43, éclipses dans lesquelles le soleil déborde de tous côtés le disque de la lune.
Ecliptique, p. 29, orbite que décrit la terre dans son mouvement annuel, et dans le plan de laquelle le soleil paraît toujours au point opposé à celui qu'occupe la terre.
Ecliptique (obliquité de l'), p. 33. C'est l'inclinaison du plan de l'écliptique par rapport à celui de l'équateur.
Emersion, p. 40, sortie d'un satellite de l'ombre de sa planète.
Equateur, p. 16, grand cercle dont le plan est perpendiculaire à l'axe de rotation de la terre. Tous les points de sa circonférence sont à égale distance des deux pôles.
Equation du temps, p 36, différence entre le temps moyen et le temps vrai.
Equinoxes, p. 27. Ce sont deux points diamétralement opposés sur l'orbite de la terre, à chacun desquels son axe ne penche d'aucun côté vers le soleil, qui répond alors sur l'équateur terrestre.
Est, p. 9, point de l'horizon qui se trouve à gauche quand on regarde le midi. On le nomme aussi *orient*.
Etablissement des ports, p. 348. C'est l'heure où la mer y est haute le jour de la pleine lune.
Etangs, p. 337. Voyez *Lacs*.
Etérosciens, p. 31, habitans des zones tempérées, et dont l'ombre est toujours tournée vers le pôle.
Etoiles fixes, p. 14, celles qui conservent sensiblement entre elles la même situation.
Etoile polaire, p. 8. Elle est très-voisine du pôle céleste arctique. — Comment on la reconnaît, ibid. *note*.
Europe, pag. 202. Division arbitraire de l'ancien continent. — Limites physiques que l'on pourrait lui assigner, p. 216.
Evaporation, p. 375. — Sa quantité moyenne en diverses régions, p. 380.

F

Falaises, p. 341, rochers coupés à pic, sur le bord de la mer.
Fil à plomb, pag. 4, fil à l'extrémité duquel on a suspendu un corps pesant. Quand ce fil est attaché par l'autre extrémité, il prend la direction verticale.
Flaques d'eau, p. 340, eaux stagnantes ayant très-peu d'étendue et de profondeur.
Fleuves. Voyez *Cours d'eau*. — Nom des principaux *fleuves*. Voyez *Bassins*.
Flot. Voyez *Flux*.

Flux ou *Marée* montante. Voyez *Marées*.
Fond. Bas-fonds et hauts-fonds désignent des endroits où la mer a peu de profondeur; mais elle en a plus dans les derniers que dans les premiers, sur lesquels les vaisseaux ne peuvent pas passer.
Fontaines, p. 323, lieu où l'eau sort de l'intérieur de la terre.
Fontaines intermittentes, p. 324. Ce sont celles dont l'écoulement n'a lieu que par intervalles.
Force centrifuge, p. 58, force par laquelle un corps qui tourne autour d'un axe tend à s'en éloigner.
Forêts, p. 320, des grandes forêts.
Fuseaux, p. 123, portions de cartes servant à recouvrir les globes lorsqu'ils ne sont pas très-grands.

G

Garde-temps, p. 45, ou *montres marines*, ou encore *chronomètres*, montres construites avec assez de soin pour donner les longitudes en mer.
Géographie en général, sa définition, p. 1.
Géographie narrative, sa définition, *ibid.*
Géographie mathématique et critique, son objet, p. 2.
Géographie physique, son objet, p. 191.
Géologie, p. 192, partie de l'histoire naturelle, qui a pour but la description de l'intérieur de la terre et l'histoire de sa formation.
Glaciers, p. 291, amas de glace renfermés dans les vallées élevées de quelques grandes chaînes de montagnes.
Gnomon, p. 50, ligne verticale dont on reçoit l'ombre sur un plan horizontal, ce qui fait connaître la hauteur du soleil au moment de l'observation.
Golfes, p. 198, enfoncemens du rivage de la mer. On applique ordinairement ce nom à ceux qui ont une assez grande étendue et qui sont plus larges à l'entrée qu'au fond; ceux dont l'entrée est rétrécie se nomment en général *bates*; mais l'usage renverse souvent ces dénominations, puisqu'on dit *golfe d'Oman* et *golfe Arabique*. Les petits enfoncemens évasés à leur ouverture se nomment *anses*, quelquefois *ports* ou *havres* quand ils offrent un abri pour les vaisseaux. Ce sont de petits enfoncemens de la mer dans les terres, que désignent le mot *trou*, employé dans les Antilles, le mot *crique*, le mot anglais *inlet*, et le mot français *entrée*; mais ces deux derniers s'appliquent particulièrement aux enfoncemens profonds et étroits qui ressemblent à des canaux.
Grade, p. 69. C'est la centième partie du quart du méridien terrestre; sa longueur est par conséquent de cent mille mètres.
Grèves, p. 341, parties sablonneuses et peu élevées du rivage de la mer.
Grottes, p. 297. Voyez *Cavernes*.
Gulph-Stream, p. 350, courant du golfe du Mexique.

H

Hauteur du pôle, élévation angulaire d'un pôle au-dessus de l'horizon, p. 16.
Hauteur méridienne d'un astre. C'est l'angle d'élévation de cet astre au-dessus de l'horizon, lorsqu'il passe au méridien.
Hauteurs correspondantes, p. 50, hauteurs égales d'un astre, observées avant et après son passage au méridien pour en conclure cet instant.
Havre. Voyez *Golfe*.
Hémisphère, moitié d'une sphère.
Horizon sensible, p. 3 et 5, plan tangent au globe par le point où se trouve l'observateur.
On désigne aussi par ce nom le cercle qui borne la vue d'un

observateur placé au milieu d'une plaine découverte, ou, pour parler plus exactement, de celui dont l'œil serait au niveau de la surface de la mer.

Horizon rationnel, p. 14, plan mené par le centre de la terre parallèlement à l'horizon sensible.

Hydrographie, description des mers, de leurs rivages, et parties de l'art de naviguer, qui fournissent les élémens de cette description.

Hygromètre, p. 373, instrument inventé pour mesurer l'humidité de l'air.

I

Iles, p. 194, portions de terre environnées d'eau. Les îles sont les sommets des montagnes sous-marines. *Voyez* p. 281.

— Les îles assemblées en groupes forment des *archipels*.

Iles adjacentes à l'ancien continent, p. 223.

— Au nouveau, 237.

Iles éparses dans l'Océan, p. 239.

Ile-de-Fer, p. 76, la plus occidentale des Canaries, par laquelle on fait passer quelquefois le premier méridien.

Immersion, p. 40, entrée d'un satellite dans l'ombre de sa planète.

Islande, p. 143, île que l'on croit être la Thulé des anciens. Elle est adjacente au nouveau continent, p. 237.

Isthme, p. 197, portion de terre qui joint une presqu'île au continent, ou deux presqu'îles entr'elles.

Jusant. Voyez *Reflux*.

K

Kamsin, p. 318, vent brûlant qui dessèche en peu de minutes la végétation, et suffoque les êtres animés qu'il rencontre sur son passage.

Kilomètre, longueur de mille mètres. Voyez *mesures nouvelles*.

L

Lacs, p. 336, bassins d'eau stagnante, ou dilatations du lit d'un fleuve.

Un *étang* est un petit *lac*.

Lagon, p. 342, petit lac formé dans les sables au bord de la mer.

Lames p. 356, élévations produites par le vent sur la surface des eaux.

Landes, p. 314, espace de terre sablonneuse, ne produisant que des végétaux peu élevés.

Latitude, p. 20, la distance d'un lieu à l'équateur, comptée sur le méridien.

Latitude septentrionale, boréale ou nord, celle qui se compte de l'équateur au pôle nord.

Latitude méridionale, australe ou sud, celle qui se compte de l'équateur au pôle sud.

Comment on détermine celle d'un lieu, p. 18, 33 et 48.

Latitudes croissantes, p. 122, divisions du méridien sur les cartes réduites. On les représente en échelles et en tables. Calcul de ces tables, p. 158.

Laves, p. 304, pierres qui tirent leur origine des volcans.

Levant, p. 19, partie de l'horizon dont les astres semblent sortir dans leur mouvement diurne apparent. Voyez *Est*.

Lever des astres, p. 6. C'est l'instant de leur apparition sur l'horizon.

Lever et coucher héliaques, p. 21. C'est l'apparition d'une étoile avant le lever du soleil, et sa disparition après le coucher de cet astre.

Lever et coucher cosmiques. C'est lorsque l'étoile se lève et se couche en même temps que le soleil.

Lever et coucher achroniques. C'est lorsque l'étoile se lève quand le soleil se couche, et réciproquement.

Quelques auteurs changent l'application de ces mots, et

nomment *lever* et coucher cosmiques ceux qui ont lieu avec le lever du soleil.

Lever et coucher acroniques (le mot écrit sans h), ceux qui coïncident avec le coucher du soleil. Voyez l'*Histoire des Mathématiques* de Montucla, 2e édition, t. 1, p. 66, et l'*Astronomie* de Lalande, 3e édit., t. 1, p. 266.

Levés, p. 127, plans de portions de terrain peu étendues, dressés d'après des mesures prises sur le terrain même, suivant les procédés de l'arpentage ou de la trigonométrie.

Lieue marine, p. 57. C'est la vingtième partie du degré de latitude; elle est de 2851 toises.

Ligne équinoxiale, p. 24, nom que l'on donne quelquefois à l'équateur. Les navigateurs disent souvent *la ligne*.

Lignes de niveau, p. 180, ou sections horizontales du terrain, lignes qui passent par les points placés au même niveau, c'est-à-dire à la même hauteur au-dessus de la surface de la mer, ou à la même profondeur au-dessous. Elles peuvent servir à représenter géométriquement la configuration de la surface d'un pays.

Lignes de plus grande pente, p. 183, perpendiculaires aux lignes de niveau. Ce sont celles que suivent, dans leur chute, les eaux répandues sur le flanc des montagnes. La ligne de plus grande pente absolue est la suite des points dans laquelle les lignes de niveau se rapprochent le plus. On prouve que les lignes de plus grande pente ne sauraient exprimer les formes du terrain d'une manière aussi complète que les lignes de niveau.

Llanos, p. 315, dénomination espagnole des steppes ou landes de l'Amérique méridionale.

Loch, p. 162, instrument dont on se sert à la mer pour mesurer le chemin que parcourt un vaisseau.

Longitude (différence en), p. 20, l'angle des méridiens, mesuré par l'arc compris entre eux sur l'équateur ou sur l'un de ses parallèles.

Comment on la détermine, p. 19, 40 et 44.

Longitudes, comment on les réduit d'un méridien à un autre, p. 78.

Loxodromies, p. 86, courbes que forment sur la surface terrestre les rhumbs de vent, à cause qu'ils coupent tous les méridiens sous un même angle.

M

Mappemonde, p. 96, représentation de l'ensemble des deux hémisphères du globe terrestre.

Marées, p. 343, élévation et abaissement successif des eaux de l'Océan, dans un même lieu, à des intervalles de temps réglés.

Mascarets, p. 347, marées extraordinaires sur la côte de France.

Mer, quelques grandes portions de l'Océan qui pénètrent très-avant dans l'intérieur des terres, p. 198.

On donne aussi ce nom à quelques grands lacs, p. 194.

Mer (pleine), p. 344, circonstance dans laquelle la marée a atteint sa plus grande hauteur.

Mer (basse), p. 345, temps du plus grand abaissement.

Méridien, p. 14. Le méridien terrestre est un grand cercle qui passe par les pôles de la terre.

Le méridien céleste passe par les pôles célestes, et partage en deux parties égales l'espace que semblent parcourir les astres dans le mouvement diurne de la terre.

Méridien (premier), p. 20, 75 celui dont on part pour compter les longitudes.

Méridienne, p. 9, ligne qui joint

sur le plan de l'horizon le point du nord et celui du midi. *Voyez* ces mots.
Mesures itinéraires et géographiques, p. 134 et 410.
Mesures nouvelles, p. 68, 136, 409.
Mètre, sa longueur, p. 68.
Midi. Voyez *Sud*.
Mille nautique ou géographique, p. 410. C'est le tiers de la lieue marine ou la minute du degré de latitude.
Minéralogie, p. 192, partie de l'histoire naturelle, qui a pour objet la description des minéraux.
Géographie des minéraux, p. 395.
Mirage, p. 372, réfraction extraordinaire de la lumière au-dessus d'un sol très-échauffé.
Myriamètre, p. 68, longueur de 10,000 mètres. Voyez *Mesures* nouvelles.
Mont, voyez *Montagne*.
Montagne, p. 193, élévation considérable sur la surface de la terre. On y distingue d'abord la *base* et le *sommet* ou *cime*. Quand le sommet est conique, on le nomme *pic*; s'il est prismatique, anguleux et fort élancé, il s'appelle *aiguille*, et quelquefois *dent*; si le sommet est applati, il forme alors un *plateau*, et on donne également ce nom à toute plaine élevée qui se termine de tous côtés par des pentes plus ou moins rapides. Une suite de sommets aigus, ou la rencontre de pentes rapides, prend le nom d'*arête* et de *crête*, sur-tout si elle est découpée. Les sommets arrondis se désignent quelquefois par le mot *croupe*, et les pentes par celui de *flanc*. Les montagnes s'assemblent en *chaînes*. Plusieurs chaînes se réunissent dans un *nœud*. Quand une chaîne se divise, elle forme des *embranchemens*, ou elle jette des *rameaux*. Quand ceux-ci sont courts et que leur direction est à peu près perpendiculaire à celle de la chaîne, ils se nomment *contreforts*.
Lorsque l'arête qui unit les sommets d'une chaîne s'abaisse en devenant concave, elle forme un *col* où se trouvent ordinairement les *passages* qui conduisent d'une pente à l'autre; le col s'appelle *port* dans les Pyrénées.
Les petites hauteurs se nomment *collines* ou *côteaux*, ou enfin *mamelons* lorsqu'elles sont arrondies et isolées.
Montagnes, p. 63, attraction des montagnes.
Montagnes ignivomes, pag. 303. Voyez *Volcans*.
Montagnes sous-marines, p. 179-281. Ce sont celles qui s'élèvent sur le fond de la mer, et qui forment les bas-fonds lorsque leur sommet n'atteint pas la surface de la mer.
Moussons, p. 385. Voyez *Vents*.
Mouvement annuel du soleil, p. 21, apparence produite par un mouvement réel que la terre exécute autour du soleil dans l'espace d'une année, et qui donne lieu à la variété des saisons.
Mouvement diurne apparent des astres, dirigé d'orient en occident, p. 9. Il est produit par le mouvement de rotation de la terre, p. 7.

N

Nadir, p. 5, point du ciel diamétralement opposé au zénith. Voyez *Zénith*.
Neiges, p. 289, limite inférieure des neiges perpétuelles.
Nilomètre de l'île Eléphantine, p. 136, édifice anciennement construit pour mesurer les crues du Nil. On y trouve des traces de la coudée du Nil ou *Dewahk*.
Nœuds, p. 38, points dans lesquels l'orbite d'une planète rencontre le plan de l'écliptique.
Nord, p. 9, point de l'horizon qui répond verticalement au-

dessous du pôle nord. On le nomme aussi *septentrion*.
Normales à une courbe, p. 67, perpendiculaires aux tangentes d'une courbe, et menées par le point de contact.
Nutation, p. 65, mouvement de l'axe terrestre occasioné par l'attraction de la lune sur la terre, et dont la période est d'environ 18 ans.

O

Oasis, p. 318. Ce sont, dans les déserts, des espaces arrosés par des sources et ombragés par des bosquets.
Océan, p. 194, étendue d'eau ou lac immense, occupant la majeure partie du globe; c'est le réceptacle de la plus grande partie des eaux du globe.
Ses divisions, p. 198.
Formes de ses rivages, 341.
Ses mouvemens, 343.
Ses profondeurs, 357.
Son niveau ordinaire, 358.
Salure de ses eaux, 359.
Ses températures, 367.
Ses glaces, 368.
Occident, p. 9. Voyez *Ouest*.
Occultation, p. 44, passage d'une étoile derrière le disque de la lune.
Ombre pure, p. 39, espace dans lequel tous les rayons d'un disque lumineux sont interceptés par un corps opaque.
Opposition (en), p. 37, position de la lune lorsqu'elle est au-delà de la terre par rapport au soleil, sur le prolongement de la ligne qui joint ces deux corps.
Orient, p. 9. Voyez *Est*.
Orientées (feuilles des levés), p. 128. Ce sont celles sur lesquelles on a marqué la méridienne.
S'orienter sur le terrain, c'est se placer dans une situation déterminée par rapport à la méridienne; et si l'on tient une carte, c'est placer celle-ci de manière que ses points soient dirigés vers les lieux qu'ils représentent.
Ouest, p. 9. Point de l'horizon qui se trouve à droite quand on regarde le midi. On le nomme aussi *occident*.
Oule, p. 267. Voyez *Vallée*.

P

Parallaxe, p. 47, angle compris entre les directions suivant lesquelles un astre serait vu simultanément du centre de la terre et d'un point de sa surface.
Péninsule, [illegible].
Pénombre, p. 39, espace dans lequel il n'arrive pas de rayons de tous les points d'un disque lumineux, mais seulement d'une partie de ce disque.
Pente, (contre-pente), p. 334.
Periœciens, p. 31, habitans de lieux placés du même côté de l'équateur, mais sous des méridiens opposés.
Perisciens, p. 31, habitans des zones glaciales, et dont l'ombre se projette successivement dans tous les sens.
Représentations perspectives, p. 95, celles qui offrent l'image des parties de la terre comme elles seraient vues par un spectateur placé dans un point donné de l'espace.
Phases, p. 36, aspects divers de la lune, déterminés par sa position à l'égard du soleil et de la terre.
Phases d'éclipse, p. 44, apparences diverses qu'offre une éclipse.
Photomètre, p. 372, instrument propre à comparer les quantités de lumière dans diverses circonstances.
Pics, p. 193, voyez *Montagnes*.
Pilotage, p. 123, ensemble des méthodes qui déterminent à chaque instant la situation d'un vaisseau à la mer, et la route qu'il doit tenir pour se rendre d'un lieu dans un autre.
Plan figuratif des données, p. 163, plan sur lequel on trace les situations respectives qui

diverses données
ute.
l, p. 5, plan pa-
rizon. Il est indi-
surface d'une eau
enfin, il est perpen-
diculaire à la verticale.
Plan géométral, p. 38, plan sur lequel sont assis les objets qu'on veut représenter. Il est généralement horizontal quand il s'agit d'objets terrestres.
Planètes, p. 14, astres assujétis à des mouvemens, dont la période est connue, et qui ne brillent que par la lumière qu'ils reçoivent du soleil, et qu'ils réfléchissent.
Planètes qui ont des satellites, p. 42.
Planisphère, p. 1[illegible], carte d'un hémisphère, sur laquelle sont tracés des cercles qui servent à résoudre des problèmes astronomiques et géographiques.
Plateaux, p. 193, voyez *montagnes*.
Pluie, p. 378, quantité d'eau qui tombe annuellement sur diverses régions.
Points de vue, p. 95, situations où l'on suppose l'œil du spectateur, lorsqu'on veut tracer une représentation perspective des parties de la surface terrestre.
Point, faire le *point* c'est calculer, ou tracer sur une carte, les circonstances journalières de la route d'un vaisseau.
Point de départ, p. 154, c'est, sur une carte, le point d'où l'on commence à compter le chemin parcouru par un navire.
Point d'arrivée, p. 154, point où se termine sur la carte la distance parcourue par un navire dans l'intervalle d'un jour, ou bien entre deux époques où l'on a fait le point.
Pointes, voyez *cap*.
Points cardinaux, p. 149. C'est ainsi qu'on désigne collectivement l'*est*, l'*ouest*, le *nord* et le *midi*, qui divisent l'horizon en quatre parties égales.
Points collatéraux, p. 150, points intermédiaires entre les points cardinaux.
Pôle céleste, p. 8, point du ciel qui paraît immobile pendant que la terre tourne sur elle-même. Les pôles célestes sont sur le prolongement de l'axe de la terre.
Pôles terrestres, p. 9, points de la surface terrestre par lesquels passe son axe de rotation.
Pôle boréal, p. 9. Celui qui est au nord. On le nomme aussi *pôle arctique*, *pôle nord*, *pôle septentrional*.
Pôle austral, p. 9, celui qui est au midi. On le nomme aussi *pôle antarctique*, *pôle sud*, *pôle méridional*.
Pôle, p. 16. Voyez *hauteur du pôle*.
Port. Voyez *golfe*.
Portage, p. 331. Transport des canots par terre pour éviter une cascade, ou pour passer d'une rivière dans une autre.
Portes caspiennes, p. 145 et 216, défilés des montagnes qui bornent au midi le bassin de la mer Caspienne.
Précession des équinoxes p. 65, rétrogradation des points équinoxiaux, occasionée par un mouvement que l'attraction combinée de la lune et du soleil produit dans l'axe terrestre, à cause de l'aplatissement de la terre et de l'inclinaison du plan de l'équateur sur l'écliptique.
Presqu'île, p. 201, espace de terre environné d'eau dans la plus grande partie de son contour, et qui tient au continent sur une largeur plus ou moins grande. Quand ce n'est que par une langue de terre étroite, ce qui est le cas le plus conforme à l'acception rigoureuse du mot, cette langue s'appelle *isthme*. Voyez le tableau des presqu'îles de l'ancien continent, p. 201, et du nouveau, p. 230.
Projection, p. 95, représentations des parties d'une surface courbe, sur un plan.

Projection stéréographique, p. 96, représentation perspective des régions terrestres, faite en supposant l'œil placé au point diamétralement opposé à leur centre, et prenant pour tableau le plan du grand cercle perpendiculaire au diamètre qui joint ces deux points.

Projections polaires, p. 97, représentations des régions terrestres qui avoisinent les pôles, et dont ces points occupent le centre.

Projections horizontales, p. 97, représentations d'un hémisphère sur le plan de l'horizon qui termine cet hémisphère.

Projection orthographique, pag. 196, représentation d'une portion de la sphère sur un plan, par des perpendiculaires abaissées sur ce plan, ou comme elle serait vue par un spectateur placé à une distance infinie.

Projection par développement, p. 110, châssis de carte sur lequel on développe, d'après des lois géométriques, les méridiens et les parallèles de la portion du globe terrestre, que l'on veut représenter.

Projection conique, p. 110, châssis d'une carte sur lequel on suppose que la portion du globe terrestre que l'on veut représenter, se confond avec la surface d'un cône dont on fait le développement.

Projection employée par M. Arrowsmith, p. 114.

Projection de Flamsteed, p. 115.

Projection proposée par M. de Lorgna, p. 115.

Projection proposée par M. Cagnoli, p. 117.

Projection géosphérique ou plan trigonographique de la France, par M. Rizzi-Zannoni, p. 177.

Promontoires. Voyez *Cap*.

Proroca, p. 347, marée extraordinaire à l'embouchure de la rivière des Amazones.

Q

Quadratures de la lune, p. 37, position de la lune quand elle paraît éloignée du soleil d'un quart de la circonférence. Elle présente alors les phases qu'on appelle premier et dernier quartier.

R

Ras de marée, courans produits par les marées dans des localités particulières.

Rectifier le globe, p. 72. C'est le placer, par rapport à son horizon, dans une situation telle qu'un lieu donné occupe le zénith de cet horizon.

Relief de la terre, p. 74. On nomme ainsi le globe, parce qu'il représente la terre dans sa forme naturelle, c'est-à-dire, sous les trois dimensions, par opposition aux projections ou cartes qui n'en offrent que deux.

Réfraction, p. 46, dérangement que souffre un rayon de lumière en traversant des milieux de densités différentes.

Repères, p. 129, marques que l'on fait sur les côtés des carreaux ou sur les lignes qui servent à copier les dessins.

Reflux ou marée descendante. Voyez *Marées*.

Rescifs, p. 342, rochers cachés sous l'eau, sur lesquels la mer se brise.

Ressac, p. 342, agitation de la mer sur les rescifs.

Révolution synodique, p. 36, révolution de la lune par rapport au soleil.

Rivières. Voyez *Cours d'eau*.

Rivières côtières, p. 207, celles qui se jettent immédiatement à la mer après un cours très-borné.

Rivières, p. 336, table comparative de la longueur de leur cours.

Rhumb de vent, p. 86 et 120, direction indiquée par la bousole, et dont la propriété est de faire un angle constant avec tous les méridiens. Voy. *Vents*.

Ruisseau. Voyez *Cours d'eau*.

Salses, p. 295, espèces de volcans dont les éruptions sont ordinairement gazeuses.
Saturne, p. 36, planète secondaire qui ne se meut pas immédiatement autour du soleil, mais autour d'une autre planète.
Utilité de ses éclipses pour déterminer les longitudes, p. 42.
Savanne. Voyez *Steppes*.
Sections horizontales du terrain, p. 188. Voyez *Lignes de niveau*.
Seiches du lac de Genève, p. 339, crues subites des eaux de ce lac.
Signes du zodiaque, leurs noms, p. 28.
Soleil. Voyez *Mouvement*.
Solstice d'été, p. 27. C'est le point de l'orbite de la terre dans lequel la partie boréale de son axe est le plus inclinée vers le soleil, qui paraît alors à la limite de son élévation au-dessus de l'équateur, et répond sur le tropique du cancer.
Solstice d'hiver, p. 281. C'est le point de l'orbite de la terre dans lequel la partie australe de son axe est le plus inclinée vers le soleil, qui paraît alors à la limite de son abaissement au-dessous de l'équateur, et répond sur le tropique du capricorne.
Sondes, p. 357, profondeurs de la mer. Une *sonde* est aussi une corde chargée d'un poids qu'on laisse tomber pour connaître cette profondeur.
Sources. Voyez *Fontaines*.
Sphère, p. 32, ensemble des cercles fictifs auxquels on rapporte les mouvemens soit apparens, soit réels, des astres à l'égard de la terre.
Sphère droite, p. 32. C'est la sphère considérée par un habitant de l'équateur, qui voit les astres monter et descendre perpendiculairement à l'horizon.
Sphère oblique, p. 32. C'est la sphère considérée partout ailleurs que sous l'équateur et aux deux pôles ; la route diurne des astres y coupe obliquement l'horizon.
Sphère parallèle, p. 32. C'est la sphère considérée sous le pôle ; la route diurne des astres y est parallèle à l'horizon.
Sphère armillaire, p. 11, nom que l'on donne quelquefois aux sphères composées de cercles de carton ou de métal, évidés.
Stade, p. 135, mesure itinéraire des anciens, dont la longueur a beaucoup varié suivant les temps et les lieux.
Stalactites, p. 298, concrétions semblables aux aiguilles de glace qui pendent des toits en hiver, et formées par le dépôt des eaux qui transsudent de la voûte des cavernes.
Stalagmites, p. 298, concrétions de même nature que les précédentes, mais s'élevant du sol, au lieu de partir de la voûte.
Steppes, p. 314, plaines immenses privées de grands végétaux.
Sud, pag. 9, point de l'horizon opposé au nord. On le nomme aussi *Midi*.
Surfaces de révolution, p. 64, surfaces engendrées par une ligne courbe qui tourne autour d'un axe.
Surfaces développables, p. 292, surfaces courbes qui peuvent s'étendre sans déchirure ni duplicature, sur un plan.
Surface terrestre, son étendue et celle de ses principales régions, p. 257.
Système du monde, p. 22, l'arrangement des corps célestes et l'ensemble des phénomènes qu'ils présentent.
Syzigies, p. 37, dénomination commune à l'opposition et à la conjonction de la lune par rapport au soleil.

T

Tableaux, p. 95, plans sur lesquels on trace la représentation des régions terrestres, par la rencontre des rayons visuels

menés de l'œil aux différens points de ces régions.
Température moyenne des diverses régions, p. 364.
Temps moyen, p. 36, temps indiqué par la durée moyenne d'une révolution diurne de la terre à l'égard du soleil, et que doit marquer une horloge bien réglée.
Temps vrai, p. 36, temps indiqué par les révolutions diurnes de la terre à l'égard du soleil, qui sont inégales en durée.
Terre, ses dimensions, p. 67 et 69.
Terre (aplatissement de la), p. 62, différence entre l'axe qui passe par les pôles et le diamètre de l'équateur.
Thulé (île de), p. 142, terme septentrional des connaissances géographiques des anciens.
Torrens. Voyez *Cours d'eau*.
Tropiques, p. 29, cercles sur lesquels répond le soleil aux solstices, et qui sont les limites de la zone torride. Voyez *Solstice*.
Tropique du cancer, p. 29, celui qui est au nord de l'équateur.
Tropique du capricorne, p. 29, celui qui est au midi de l'équateur.
Treillis, p. 128, méthode qu'on emploie pour copier ou réduire les dessins et spécialement les cartes.

V

Vagues, p. 356. Voyez *lames*.
Vallée, p. 193, enfoncement de la surface terrestre, ou espace resserré entre des hauteurs. La vallée prend le nom de *vallon* ou de *val* quand elle est plus resserrée. Si elle s'élève entre deux contreforts, vers le sommet d'une chaîne, on l'appelle *gorge*; elle conduit alors à un *col*. Voyez ce mot à l'article *Montagne*. Quand c'est une déchirure, c'est-à-dire une excavation dont les parois sont verticales, on la nomme *ravine* ou *ravin*; le fond en est alors occupé par un cours d'eau soit permanent, soit accidentel. Quand la vallée ne mène pas à un col, elle se termine quelquefois par un espace arrondi ou espèce de cirque nommé *oule* dans les Pyrénées.
Les vallées forment un système d'embranchemens qui correspond à celui des montagnes, leur fond ou la rencontre des pentes qui les composent, est la ligne la plus basse du terrain. On la pourrait nommer *talweg*, mot qui signifie chemin de la vallée, on a aussi proposé de la nommer *fil d'eau*, parce que ce serait la direction que prendraient les eaux qui couraient dans la vallée. Ce sont des espèces de ravins, ou du moins des vallons très-étroits qui forment ce qu'on appelle des *défilés*; ils sont bordés par de grands escarpemens au moins d'un côté, quand de l'autre il se trouve une rivière.
Le mot *combe*, employé dans le vieux langage pour désigner un enfoncement du terrain, pourrait être appliqué à ces creux qui sont terminés dans tous les sens par des bords relevés, et qui diffèrent des vallées, parce qu'ils n'offrent pas d'issue. Lorsque le sol de ces localités est marécageux, elles prennent le nom de *fondrières*.
Vents, p. 382, déplacement de l'air qui se meut quelquefois avec une très-grande vitesse. Il y a des *vents constans*, tels que les *vents alisés*; des *vents périodiques*, nommés *moussons*; des *vents variables*, parmi lesquels on appelle *vents dominans* ceux qui soufflent plus fréquemment que les autres dans la même région. Les *brises* sont des vents réguliers qui soufflent à certaines heures, soit de la terre, soit de la mer.
Vent alisé, p. 349, 353, effet sur les courans de l'Océan.
Vents (rose des), p. 154, division de l'horizon en 32 parties nommées *rhumbs* ou *aires de vent*. Voyez ces divisions, p. 152.

Vents (demi-, aires, quarts de) p. 101, direction de la rose des vents.

Verticale (ligne), p. 4, direction suivant laquelle tombent les corps pesans, et celle que prend le fil à plomb.

Vertical (premier), page 119, cercle qui passe par le zénith et par les points est et ouest. Il est perpendiculaire au méridien.

Villes, rochers qui s'élèvent du milieu de la mer.

Villes, p. 246, énumération des principales villes du globe.

Volcans, p. 303, montagnes qui lancent des matières fondues, et dont il sort de la fumée et des flammes. Elles ont à leur sommet une ouverture nommée *cratère*.

Z

Zénith, p. 4, sommet de la calotte céleste qui nous enveloppe de toutes parts. Ce point répond perpendiculairement au-dessus de notre tête.

Zodiaque, p. 28, bande ou zone sur laquelle se trouvent toujours les planètes anciennement connues qui s'écartent peu de l'écliptique.

Zones, p. 30, portions de la surface terrestre, renfermées entre des cercles parallèles à l'équateur, et au nombre de cinq.

Zone torride, p. 30, région terrestre comprise entre les deux tropiques.

Zones tempérées (deux), p. 30, régions terrestres comprises entre les cercles polaires et les tropiques.

Zones glaciales (deux), p. 30, régions terrestres renfermées dans les cercles polaires.

Rapports d'étendue des zones, p. 34.

Fin de la Table des Matières.

CORRECTIONS ET ADDITIONS.

Pag. Lign.

12, 4, CC', *lisez* C,C'.

13, 22, *effacez le mot* seulement.

14, 3, PAP', *lisez pAp'*.

15, 24, *après* circonférence de la terre, *ajoutez :* (Voy. l'*Histoire des Mathématiques de Montucla*, 2e éd. t. I, p 269.)

34, 13, *observez en cet endroit*, que comme il y a deux zones glaciales et deux zones tempérées, les nombres qui doivent composer la surface entière de la terre sont 166, 1038, 796, dont la somme est 2000, et qu'il faut les réduire à moitié, ce qui donne les nombres écrits à l'endroit cité.

43, 7, plus distans, *lisez* moins distans.

52, *dern. lig.* Cette définition du mot *amplitude*, n'est pas celle qu'on en donne ordinairement. On compte les amplitudes à partir des points est et ouest (*Voyez* le mot *amplitude* dans la table des matières); mais de cette manière il faut indiquer pour chaque amplitude, si elle est du côté du midi ou du côté du nord, distinction qui devient inutile quand on les compte à partir du méridien, comme je le fais à l'endroit cité; et alors l'*amplitude ortive* et l'*amplitude occase* ne sont plus que l'*azimuth de l'astre lorsqu'il est à l'horizon*.

55, 1, BCE, *lisez* BCD.

56, 3, *Après* AB, *ajoutez :* c'est sur cette droite que tombe la projection de A*b*, ou ce côté réduit au plan horizontal.

59, 11, avait, *lisez* avaient.

63, 18, Pichintcha, *lisez* Chimborazo.

65, *dern. lig.* M. Melander-Hielm n'est mort que depuis que l'opération est terminée; il en avait abandonné la direction à MM. Ofverbom et Svanberg, auxquels on adjoignit MM. Holmquist et Palander. M. Melander-Hielm a mis une préface en tête de l'exposition des opérations rédigées par M. Svanberg.

66, 9. Au lieu de $\frac{1}{10}$, *lis.* $\frac{1}{13}$, suivant les observations.

68, 5, *géodosie*, lisez *géodésie*.

86, 9, *après* navigateurs, *ajoutez* : voy. *fig.* 61.

87, 16 et 17, la Table III, *lisez* la Table II.

Ibid. 26, *obs.* Depuis que j'ai fait calculer la table insérée dans cet endroit, j'en ai trouvé une dans un Mémoire de M. Krafft, (t. I, p. 389 des *Nova Acta acad. Petrop.*) mais celle-ci suppose l'applatissement de la terre $\frac{1}{200}$, ce qui est beaucoup trop considérable. M. Krafft a calculé par le moyen de cette table, l'étendue de l'empire de Russie en 1786, et l'a trouvée d'environ $\frac{1}{30}$ de la surface du globe.

108, 26, *après* mappemonde, *ajoutez :* voy. la *fig.* 41.

118, 19, qu'on trouve, *lisez* et qu'on trouve.

la fin de l'alinéa *ajoutez :* voyez la figure 51.

53, *lisez* fig. 52.

x écrits indiqués dans cette note, ajoutez le *Supplément au second livre du Traité de topographie* de M. Puissant, et le *Mémoire* que M. Henry vient de publier *sur la projection des cartes géographiques, adoptée au Dépôt général de la guerre*, et qui est accompagné d'un grand nombre de tables propres à faciliter la construction du châssis de ces cartes.

près Peutinger, *ajoutez :* voy. les *Mém. de l'Acad. des Sciences*, année 1762, p. 141.

près des bâtimens, *ajoutez :* on pourrait inférer d'une [illegible] insérée dans l'*Examen critique des Historiens d'Alexandre*, par M. de Sainte-Croix, p. 669, que les anciens, pour mesurer le chemin en route, avaient quelque machine analogue à nos *odomètres* ou *compte-pas*.

176, 13, *au lieu de* 887, *lisez* 877.

181, 17, s'augmente, *lisez* augmente.

ibid. 18, *après* une coupe, *ajoutez :* verticale.

183, 20, C″AB′E″, *lisez* C″A″B″.

195, 2, Il peut être commode pour quelques lecteurs d'avoir l'indication précise des travaux de Philippe Buache, souvent cités; ce sont les *Cartes et Tables de la Géographie physique et naturelle*, et les *Mémoires de l'Académie des Sciences*, années 1752 et 1761. On trouve aussi dans l'année 1752 le profil du fond du canal du Pas-de-Calais, et dans l'année 1753, des cartes de plusieurs bassins des grands fleuves de l'Europe.

219, 29, *après* plus aucun, *ajoutez :* de remarquable.

224, 30, Fionie, *lisez* Fünen.

229, 25, caraïbes, *lisez* caraïbes.

230, dans l'accolade du *Groenland*, observez que le cap *Farewell* est dans une île adjacente au continent; la *pointe des états*, ou *Staten-Hoeck*, termine celui-ci.

239, 1, l'occident, *lisez* l'orient.

241, 20, l'île *Clerke*. Cette île devrait être comptée parmi celles qui sont adjacentes à l'Asie, p. 226.

248, 10, 11, 12, *Tunis*, *Alger*, *Tripoli*, lisez *Alger*, *Tunis*, *Tripoli*.

250, il faudrait entre *Carthagène* et *Quito*, insérer *Santa-Fé-de-Bogotta*.

[illegible] en remont. *Ept*, lisez *Epte*.

[illegible] Il faut ajouter, aux parties de l'empire français énoncées [illegible], celles dont il s'est successivement accru depuis l'impression de cette feuille, savoir :

1° Sur la pente occidentale, vers l'Océan, les deux rives du Rhin, depuis l'embouchure de la *Lippe*, affluent sur la droite; les bassins des rivières côtières comprises entre le Rhin et l'*Ems*; la partie inférieure du bassin de l'*Ems*, à commencer de quelques lieues au-dessus de *Telgte*; celle du bassin du Veser

Pag. Lign.

à commencer un peu au-dessus de *Minden*, sur la rive gauche ; et la partie gauche du bassin de l'Elbe depuis Hambourg jusqu'à la mer ; au-dessus de Hambourg les deux rives jusqu'au delà du canal qui joint l'Elbe à la *Trave ;* les deux rives du canal et de cette rivière jusqu'à son embouchure dans la mer Baltique.

2° Sur la pente vers la Méditerranée, tout le bassin du Rhône supérieur au lac de Genève ; et, sur la côte sud-ouest de l'Italie depuis Orbitello jusqu'au fond du golfe de Terracine, presque tout le bassin du Tibre et ceux des autres petites rivières situées à l'ouest de celui-là, jusqu'à la chaîne des Apennins ; puis au nord du golfe de Venise, dans le bassin du Danube, la partie supérieure du cours de la *Drave* [illegible] origines de la *Save*, et l'espace compris entre sa rive droite et l'affluent méridional, nommé *Unna ;* enfin la pente sud-ouest vers le golfe de Venise, jusqu'au-delà des Bouches du *Cattaro*.

3° La colonie de *Batavia*, dans l'île de Java, l'une des îles de la Sonde.

29, Rénnion, *lisez* Réunion.

Obs. Les îles comprises dans l'accolade où est indiquée celle-ci, ainsi que les Antilles, sont maintenant occupées par les Anglais, à l'exception de Saint-Domingue, qui est au pouvoir des noirs.

280, 10, *après* se décharge, *ajoutez* dans le golfe du Mexique.

353, 13, *après* dans, *ajoutez* les grands espaces de.

N. B. Peut-être les marées ne sont-elles pour rien dans les courans singuliers dont il est ici question, et qui ne dépendraient alors que des courans *littoraux*, modifiés par les formes et les positions des détroits.

373, 24. Depuis l'impression de cet article concernant le mirage, M. Biot a donné une théorie mathématique de ce phénomène, très-développée, dans les *Mémoires de la classe des Sciences mathématiques et physiques* de *l'Institut*, année 1809.

396, 21, ces animaux, *lisez* la plupart de ces animaux.

410, 4, Le mille de Strabon indiqué ici, est une évaluation du mille romain, déduite de quelques distances rapportées par ce géographe. *Voyez* les *Mémoires de l'Académie des Sciences*, année 1702, p. 15.

AVIS AU RELIEUR.

La Mappemonde, sur l'horizon de Paris, se place vis-à-vis la page 171.

Celle sur les Antipodes, vis-à-vis la page 173.

La Carte du bassin de la Seine, vis-à-vis la page 195.

Les Planches de mathématiques, à la fin du volume.

00052001

Digitized with financial assistance from the
Government of Maharashtra
on 02 January, 2016